

# ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ СИГНАЛОВ НА БАЗЕ МНОГОФАЗНЫХ КОДОВ ЗАДОВА – ЧУ

Автор: Суслова Н.А., студент 4 курса; руководитель Бернгардт А.С.,  
доцент каф. РТС

## 1. Введение

Работа проведена в рамках исследования корреляционных свойств (КС) многофазных кодов на базе последовательности Задова-Чу.

Известно, что импульсная автокорреляционная функция (ИАКФ) данной последовательности имеет низкий уровень боковых лепестков, благодаря чему последовательность Задова-Чу в основном применяется для синхронизации сигналов.

Проведем исследование КС последовательности Задова-Чу, а также влияния на них шума и ошибок формирования сигнала.

## 2. Математическая модель последовательности Задова-Чу

Последовательность Задова-Чу существует для любого периода  $N$  и определяется выражением:

$$E_m = \exp(i\varphi_m),$$

где:

$$m = 1, 2, \dots, N,$$

$\varphi_m$  – значения фаз, которые задаются по формуле:

$$\varphi_m = \begin{cases} \frac{2\pi}{N} \cdot r' \cdot \frac{m^2}{2}, & \text{если } N - \text{четное} \\ \frac{2\pi}{N} \cdot r' \cdot \frac{m \cdot (m+1)}{2}, & \text{если } N - \text{нечетное} \end{cases},$$

где  $r'$  – любое целое число взаимно простое с  $N$  [1].

Ансамбль последовательностей Задова-Чу определяется количеством возможных  $r'$ .

## 3. Программное моделирование

Последовательность Задова-Чу представляет собой последовательность комплексных чисел, модуль которых равен 1, а фаза изменяется по квадратичному закону. Если разложить сигнал, образованный последовательностью Задова-Чу, на квадратуры, то на комплексной плоскости образуется «созвездие», представленное на рисунке 3.1. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) и фазочастотная характеристика (ФЧХ) сигнала представлены на рисунке 3.2.

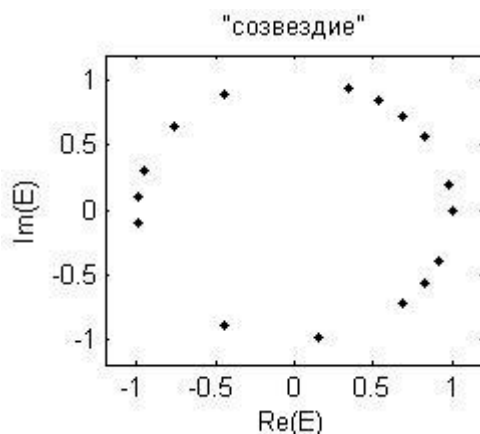


Рисунок 3.1. Квадратуры сигнала на комплексной плоскости

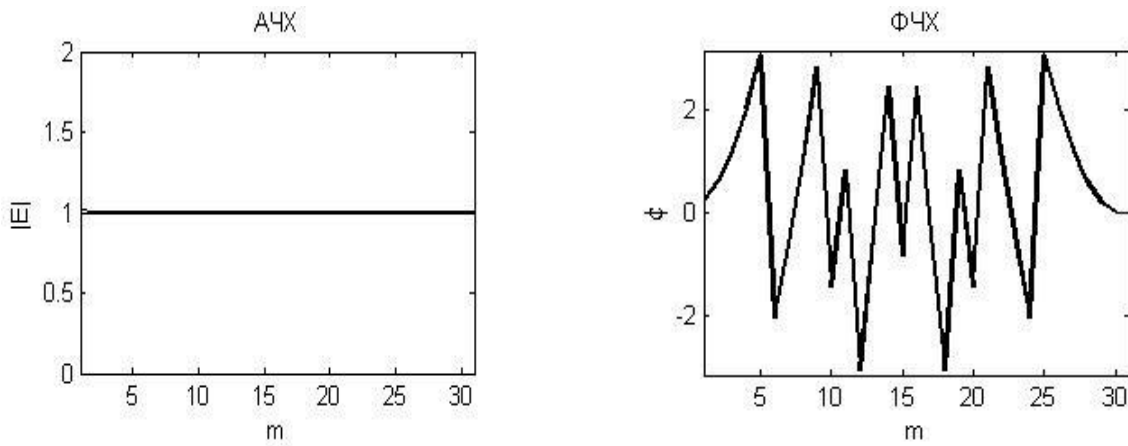


Рисунок 3.2. АЧХ и ФЧХ сигнала

По виду ФЧХ трудно судить о квадратичном распределении фазы, так как на графике ФЧХ представлена в диапазоне  $(-\pi, \pi)$ . Квадратичное изменение фазы можно увидеть при построении графика для  $\varphi_m$ , также построим график для угловой частоты, чтобы убедиться в его линейности. Оба графика изображены на рисунке 3.3.

График ИАКФ сигнала изображен на рисунке 3.4 а. График взаимной корреляционной функции (КФ) двух сигналов с разными  $r'$  представлен на рисунке 3.4 б.

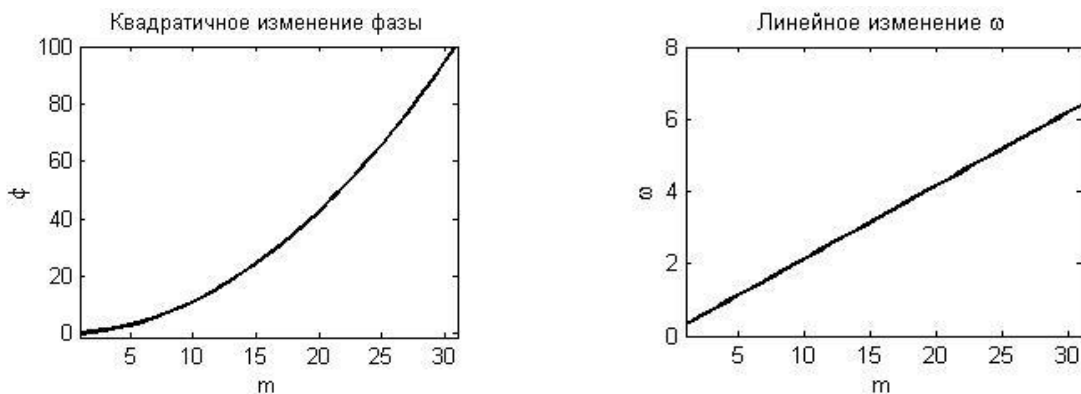


Рисунок 3.3. Графики изменения фазы и круговой частоты

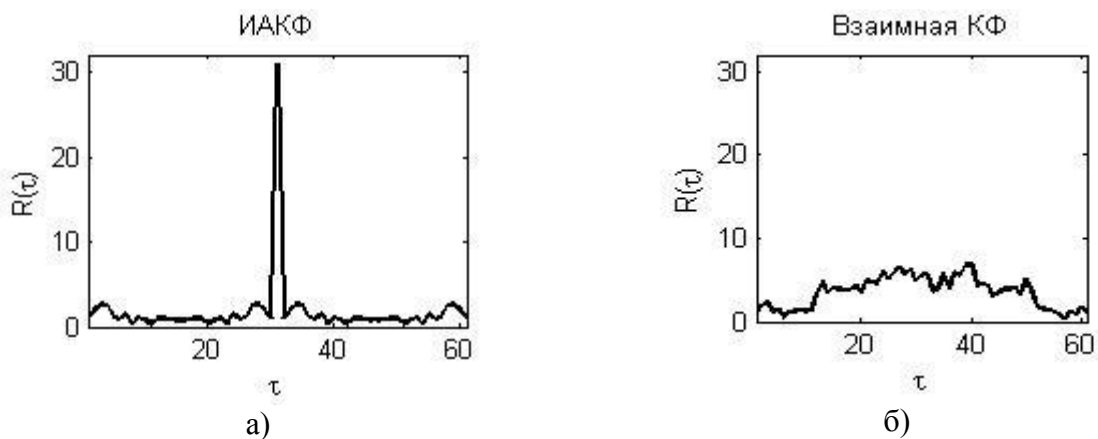


Рисунок 3.4. а) ИАКФ б) Функция взаимной корреляции

Все предыдущие графики были построены для случая, когда  $N = 31$ ,  $r' = 1$  (для построения взаимной КФ второму сигналу присвоили  $r' = 3$ ). Рассмотрим, как изменяется уро-

вень боковых лепестков у ИАКФ в пределах одного периода  $N$  при всех возможных  $r'$ , эту зависимость изобразим на рисунке 3.5 а.

Построим зависимость максимального и минимального уровней боковых лепестков от длины последовательности  $N$ . График этой зависимости представлен на рисунке 3.5 б.

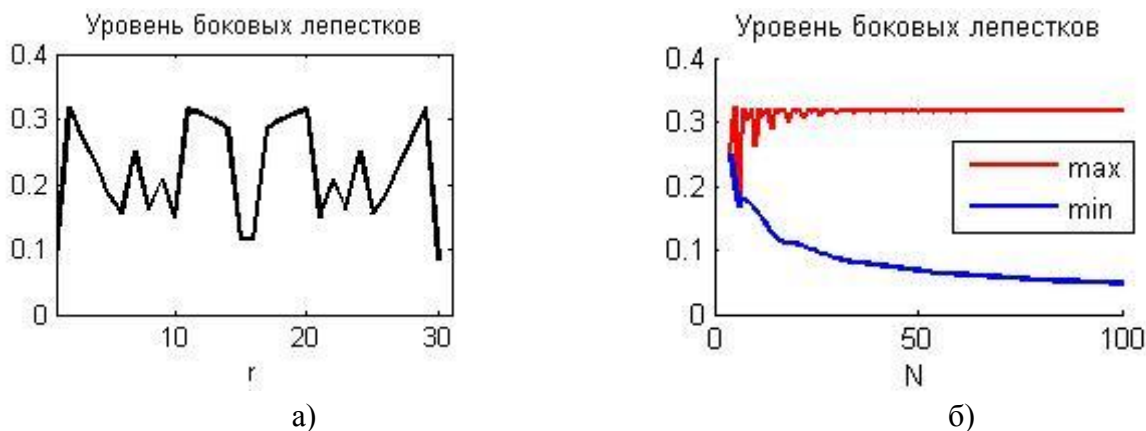


Рисунок 3.5. а) Зависимость уровня боковых лепестков от  $r'$  для заданного периода  $N$   
 б) Зависимость максимального и минимального уровня боковых лепестков в зависимости от длины последовательности  $N$

Насколько видно из графика, изображенного на рисунке 3.5 а, уровень боковых лепестков изменяется неравномерно и принимает наименьшее значение при  $r'=1$ . По рисунку 3.5 б определим, что максимальный уровень боковых лепестков с увеличением длины последовательности стремится к 0,318, а минимальный уровень падает по экспоненте.

#### 4. Влияние шума и погрешностей при формировании на корреляционные свойства

Исследуем влияние белого гауссова шума (БГШ) на корреляционные свойства последовательности Задова-Чу. Построим график зависимости уровня боковых лепестков от отношения сигнала и шума. Для оценки погрешности определения корреляционного пика построим график зависимости СКО разности положения определяемого пика и действительно от отношения сигнала и шума. Оба графика изобразим на рисунке 4.1.

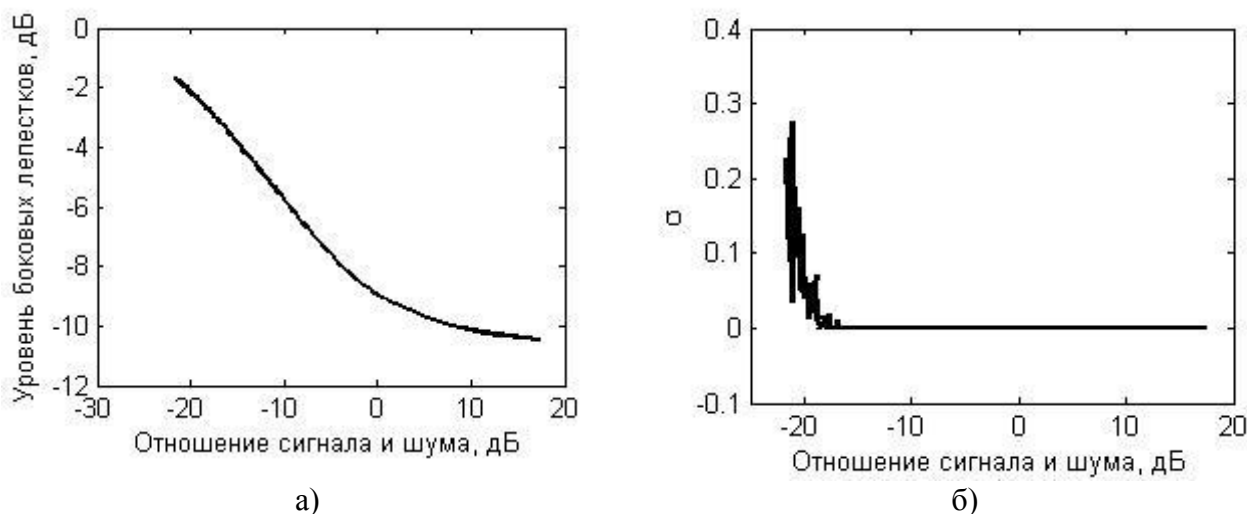


Рисунок 4.1. а) Зависимость уровня боковых лепестков от отношения сигнала и шума  
 б) Зависимость погрешности положения пика ИАКФ от отношения сигнала и шума

Рассмотрим влияние погрешностей при формировании на КС последовательности Задова-Чу. Существует несколько методов формирования последовательности, в том числе: квадратурный метод, метод скачкообразной перестройки частоты, метод временных задержек и т.д. Проведем исследования для квадратурного метода. Функциональная схема формирования сигнала по данному методу изображена на рисунке 4.2.

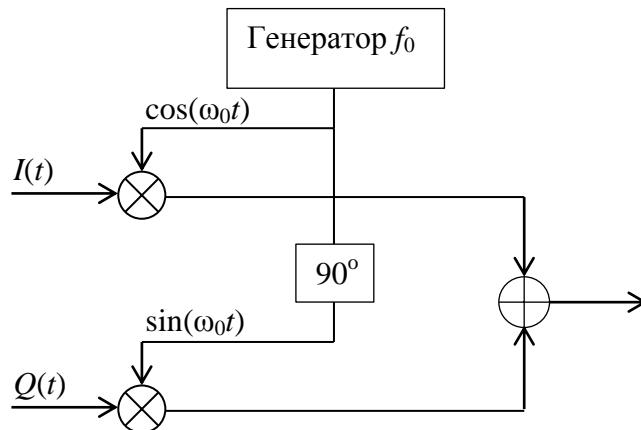


Рисунок 4.2. Функциональная схема квадратурного модулятора

Рассмотрим, как влияет точность задания квадратур на КС. Значения квадратур изменяются в пределах (-1, 1). Сформируем сигналы двумя способами:

1. Квадратуры заданы с точностью до 4 знака после запятой (идеальный случай).
2. Квадратуры заданы с округлением до целого числа и принимают три значения: -1, 0, 1.

Изобразим графики ИАКФ для обоих случаев на рисунке 4.3.

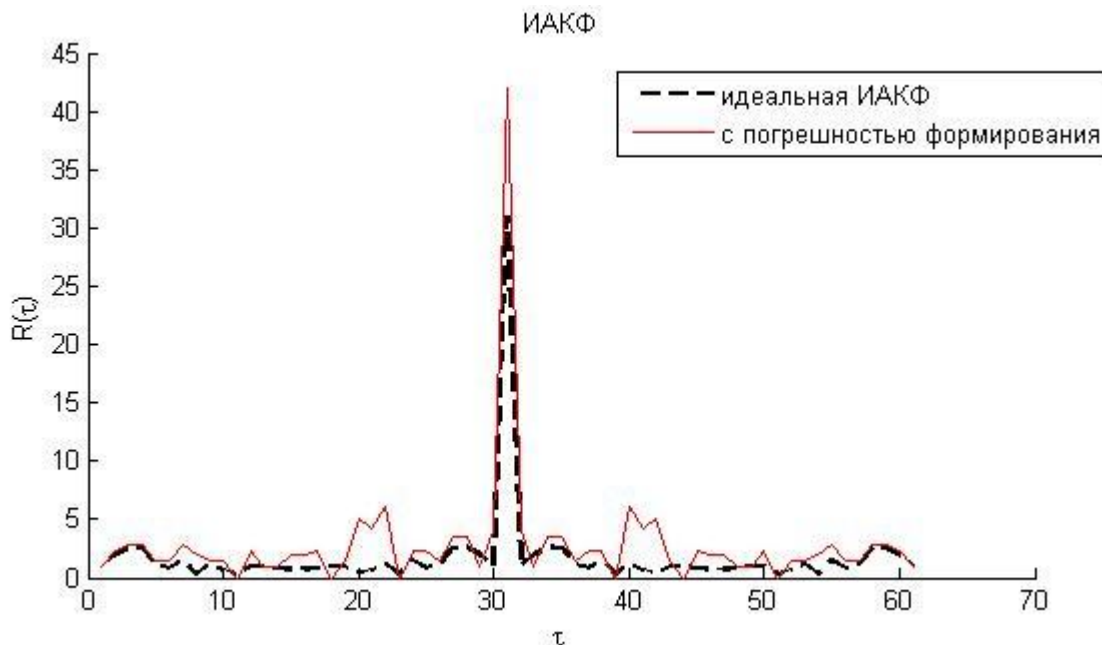


Рисунок 4.3. Графики АКФ сигналов, сформированных квадратурным методом с разной погрешностью задания квадратур

Насколько мы видим из полученного графика, погрешности формирования квадратур мало влияют на уровень боковых лепестков. Но если посмотреть на АЧХ сигнала, сформированного квадратурами с погрешностью, то увидим, что она больше не равна 1, график такой АЧХ изображен на рисунке 4.5.

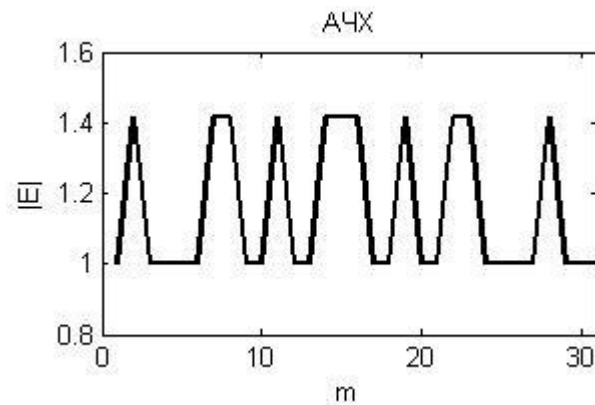


Рисунок 4.4. АЧХ сигнала при погрешности формирования

## 5. Заключение

По полученным результатам моделирования можно отметить следующие преимущества последовательностей Задова-Чу:

- Малый уровень боковых лепестков ИАКФ
- Возможность формирования необходимого числа сигналов с хорошими автокорреляционными свойствами и практически не коррелированных между собой
- Высокая помехоустойчивость при воздействии БГШ
- Устойчивость КС к погрешностям при формировании сигнала

Но также следует отметить и некоторые отрицательные аспекты:

- Сложность технической реализации последовательности Задова-Чу, а именно проблема проектирования и реализации модуляторов и демодуляторов.
- Колебания уровня боковых лепестков в пределах ансамбля для заданного периода и при различных длинах последовательности.

Несмотря на вышеизложенные проблемы, использование многофазных кодов является перспективным. Необходимо продолжить исследования в данной области, а именно в направлении синтеза ансамблей сигналов с улучшенными корреляционными свойствами и оптимального формирования сигналов на базе последовательностей Задова-Чу.

### Литература

1. Задофф-Чу. [Электронный ресурс] // Signals Lab URL:  
[http://signalslab.marstu.net/?page\\_id=92&lang=ru](http://signalslab.marstu.net/?page_id=92&lang=ru) (дата обращения: 12.11.2013)