

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Томский государственный университет систем управления
и радиоэлектроники»

На правах рукописи

Грибанова Екатерина Борисовна

**МОДЕЛИ, МЕТОДЫ, АЛГОРИТМЫ И ПРОГРАММНОЕ
ОБЕСПЕЧЕНИЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ
ЭКОНОМИКИ**

Специальность 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

Диссертация

на соискание ученой степени доктора технических наук

Научный консультант
доктор технических наук, профессор Мицель А.А.

Томск – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ.....	18
1.1 ПОНЯТИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ	18
1.2 РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ	21
1.2.1 Методы решения задач безусловной оптимизации.....	23
1.2.2 Методы решения задач условной оптимизации.....	28
1.2.3 Методы решения задач целочисленного программирования.....	30
1.3 РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭКОНОМИКИ С ПОМОЩЬЮ ОБРАТНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ	32
1.3.1 Стандартные экономические модели.....	35
1.3.1.1 Модели формирования финансовых показателей.....	35
1.3.1.2 Модель вычисления интегрального показателя.....	42
1.3.2 Решение обратных задач для отдельных видов зависимостей.....	47
1.3.2.1 Решение обратной задачи с аддитивной моделью.....	47
1.3.2.2 Решение обратной задачи с мультипликативной моделью.....	49
1.3.2.3 Решение обратной задачи с кратной моделью.....	51
1.3.3 Решение обратной задачи с многоаргументной функцией.....	54
1.3.4 Решение обратной задачи при наличии ограничений.....	58
1.3.5 Решение обратной задачи при использовании аргументов в нескольких подзадачах.....	62
1.3.6 Алгоритм решения задачи специалистом с помощью обратных вычислений.....	63
1.4 ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1	68
2. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ ЭКОНОМИКИ.....	70
2.1 МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ФОРМИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЯ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ АРГУМЕНТАМИ ФУНКЦИИ	70
2.2 СТОХАСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ	80
2.3 ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2	88
3. МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ИСХОДНЫХ ЗНАЧЕНИЙ АРГУМЕНТОВ.....	90
3.1 ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПРИ ОТСУТСТВИИ ЭКСПЕРТНОЙ ИНФОРМАЦИИ И МИНИМИЗАЦИИ ОТКЛОНЕНИЙ ОТ ИСХОДНЫХ ЗНАЧЕНИЙ	90
3.2 АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ МИНИМИЗАЦИИ СУММЫ КВАДРАТОВ ИЗМЕНЕНИЙ АРГУМЕНТОВ ⁹²	92
3.2.1 Решение задачи с аддитивной зависимостью.....	92
3.2.2 Решение задачи с кратной зависимостью.....	95
3.2.3 Решение задачи с мультипликативной зависимостью.....	97
3.2.4 Обобщенные алгоритмы решения обратной задачи при минимизации квадратов изменений аргументов.....	100

3.2.5	Примеры решения задач при минимизации суммы квадратов изменений аргументов.....	103
3.2.6	Итерационные алгоритмы решения обратной задачи при минимизации суммы квадратов аргументов.....	111
3.2.7	Примеры решения задач с помощью итерационных алгоритмов.....	115
3.3	АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ МИНИМИЗАЦИИ СУММЫ МОДУЛЕЙ ИЗМЕНЕНИЙ АРГУМЕНТОВ	123
3.3.1	Примеры решения обратных задач на основе минимизации суммы абсолютных изменений аргументов.....	124
3.3.2	Решение обратной задачи на основе минимизации суммы модулей с учетом ограничений.....	127
3.3.3	Примеры решения обратных задач при наличии ограничений на значения аргументов функции.....	128
3.6	Выводы по главе 3	131
4.	АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ПОМОЩЬЮ ОБРАТНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ.....	134
4.1	СТОХАСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ	134
4.2	АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ОДНИМ ОГРАНИЧЕНИЕМ	141
4.2.1	Пример решения задачи квадратичного программирования.....	146
4.2.2	Решение задачи оптимизации цены.....	148
4.2.3	Решение задачи оптимизации закупок.....	157
4.3	АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ НЕСКОЛЬКИХ ОГРАНИЧЕНИЯХ	161
4.4	ИТЕРАЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	165
4.4.1	Пример решения задачи оптимизации портфеля ценных бумаг.....	166
4.4.2	Пример решения задачи оптимизации складских затрат.....	167
4.5	Выводы по главе 4	169
5.	ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВАЖНОСТИ.....	171
5.1	ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ	171
5.1.1	Оптимизационная модель решения обратной задачи при максимальном соответствии целеполаганию в виде заданной экспертной информации.....	171
5.1.2	Алгоритм решения оптимизационной задачи при использовании коэффициентов относительной важности.....	172
5.1.3	Примеры решения обратной задачи при условии целочисленности переменных.....	174
5.2	РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПЕРЕМЕННЫХ В РАСЧЁТЕ НЕСКОЛЬКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ	181
5.2.1	Оптимизационная модель решения обратной задачи при использовании показателей в нескольких функциях расчёта.....	181

5.2.2 Алгоритм решения обратной задачи при использовании показателей в нескольких функциях расчёта.....	183
5.3 Выводы по главе 5	189
6. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ.....	191
6.1 РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ	192
6.1.1 Решение задачи формирования стоимости рекламы в группах онлайн-социальной сети.....	195
6.1.2 Решение задачи формирования складских затрат.....	197
6.2 РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ВЫХОДНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ И ПРОГНОЗНЫХ ВЕЛИЧИНАХ АРГУМЕНТОВ	204
6.2.1 Пример решения задачи при детерминированной зависимости выходного показателя.....	206
6.2.2 Моделирование рейтинга регионов Сибирского федерального округа.....	207
6.3 РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ВЫХОДНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ И СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ АРГУМЕНТАМИ	212
6.3.1 Пример решения задачи с использованием предиктивного интервала.....	215
6.3.2 Решение задачи формирования прибыли предприятия с учётом зависимости объема выпуска от цены.....	216
6.4 РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ВЫХОДНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ПРИ ДИСКРЕТНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ	219
6.4.1 Алгоритм решения задачи дискретного программирования.....	219
6.4.2 Решение задачи определения времени размещения сообщения в группах онлайн-социальной сети.....	220
6.5 Выводы по главе 6	226
7. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ ЭКОНОМИКИ.....	227
7.1 Типовые сценарии для решения обратных задач	227
7.2 РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ ЭКОНОМИКИ НА ОСНОВЕ ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ ТЕХНОЛОГИИ	234
7.2.1 Объектно-ориентированный подход.....	239
7.2.2 Программная архитектура системы поэтапного решения задач.....	241
7.2.3 Архитектура компьютерной программы решения обратных задач на основе дерева целей.....	250
7.2.3.1 Разработка систем формирования интегрального показателя.....	252
7.2.3.2 Разработка систем решения обратных задач на основе стохастических алгоритмов.....	258
7.3 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИИ В ОРГАНИЗАЦИЯХ	263
7.4 Выводы по главе 7	271
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	273
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	276
ПРИЛОЖЕНИЕ А РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ ФОРМИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЯ ЗАВИСИМОСТИ В EXCEL.....	302

ПРИЛОЖЕНИЕ Б РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПРИ МИНИМИЗАЦИИ СУММЫ КВАДРАТОВ ИЗМЕНЕНИЙ АРГУМЕНТОВ И СУММЫ МОДУЛЕЙ ИЗМЕНЕНИЙ АРГУМЕНТОВ В MATHCAD.....	305
ПРИЛОЖЕНИЕ В РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MATHCAD	310
ПРИЛОЖЕНИЕ Г РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В EXCEL С УЧЁТОМ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВАЖНОСТИ	314
ПРИЛОЖЕНИЕ Д ПРОГРАММЫ АНАЛИЗА ДАННЫХ ОНЛАЙНОВОЙ СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ ВКОНТАКТЕ.....	317
ПРИЛОЖЕНИЕ Е ПРОГРАММНЫЕ СИСТЕМЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	327
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНКИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ РЕГИОНА.....	338
ПРИЛОЖЕНИЕ З ПРОГРАММА ОЦЕНКИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УРОВНЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНОВ СИБИРСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА	343
ПРИЛОЖЕНИЕ И ПРОГРАММА ФОРМИРОВАНИЯ МАРЖИНАЛЬНОЙ ПРИБЫЛИ ПРЕДПРИЯТИЯ	347
ПРИЛОЖЕНИЕ К СИСТЕМА ТАБЛИЧНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ.....	352
ПРИЛОЖЕНИЕ Л АКТЫ ВНЕДРЕНИЯ, СВИДЕТЕЛЬСТВА О РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММ.....	360

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы

От решений специалистов в области управления зависит эффективность функционирования экономической системы. При этом возникает необходимость анализа большого количества информации, что затруднительно осуществить без соответствующего математического аппарата и программных средств. В связи с этим разработка инструментов для повышения качества управленческих решений и скорости их формирования путем автоматизации обработки данных является актуальной задачей.

Задачи, возникающие перед специалистами, по направлению причинно-следственной связи можно разделить на прямые и обратные. Обратные задачи являются более сложными по сравнению с прямыми и заключаются в определении значений изменяемых входных переменных для достижения заданного значения показателя деятельности объекта [1]. Таким образом, значимость такого рода задач очень высокая, а их решение позволяет ответить на вопрос "как сделать так чтобы?" и осуществить выбор относительно значений входных управляемых переменных, что играет важную роль в формировании решений в области экономики. Кроме значимости обратных задач можно также отметить их широкое распространение, в настоящее время такого рода задачи встречаются в таких областях как экономика, физика [2–3], астрономия, обработка изображений [4] и т.д.

Актуальность данного направления исследований подтверждается также государственной политикой, в частности, программа «Цифровая экономика Российской Федерации» (утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 28 июля 2017 г. N 1632-р.) ставит такие задачи как ускорение технологического развития российских компаний, обеспечение ускоренного внедрения цифровых технологий в экономике и социальной сфере. Сокращению сроков разработки систем принятия решений, а также их распространению (тиражируемости) может способствовать разработка простых в компьютерной

реализации алгоритмов решения задач, создание моделей на основе выявленных типовых задач и шаблонов разработки программного обеспечения. Таким образом, могут быть созданы научные основы для разработки систем принятия управленческих решений, позволяющих передать часть интеллектуального труда специалистов ЭВМ. Это повысит эффективность и качество работы организаций, обеспечив их конкурентоспособность, прибыльность и результативность.

Степень проработанности проблемы.

Интерес к решению обратных задач возник достаточно давно, так отдельные результаты приводятся в трудах античных философов, например, решение Аристотелем задачи восстановления формы Земли по её тени на Луне [1, 5]. При этом актуальность решения обратных задач в различных областях исследования сохраняется и по сей день. Это обусловлено в том числе сложностью решения такого рода задач из-за их некорректности. Определение корректности задачи было сформулировано Ж. Адамаром, в частности был обозначен такой признак как наличие единственного решения задачи на некотором множестве, которое должно непрерывно зависеть от входных данных.

Значительный вклад в исследование обратных задач принадлежит А. Н. Тихонову [6,7], который показал, что определение дополнительных условий на решение позволяет получить устойчивую задачу. Он предложил способ регуляризации некорректной задачи, т.е. сведение исходной задачи решения некоторого операторного уравнения к проблеме поиска минимума некоторого функционала. Также результаты исследования обратных задач отражены в трудах ученых М. М. Лаврентьева и Л. Я. Савельева [8–9], В.К. Иванова, В. В. Васина, В. П. Тананы [10], Р. Латтеса и Ж. Л. Лионса [11], М.М. Лаврентьева, В. Г. Романова, С. П. Шишатского [12], В. А. Морозова [13], О. А. Лисковца [14], В. В. Васина, А. Л. Агеева [15], А. М. Федотова [16], Г. М. Вайникко [17], В. К. Иванова, И. В. Мельниковой и А. И. Филинкова [18], В. П. Тананы и А. И. Сидиковой [19], Ю. Е. Воскобойникова [20], Кабанихина С. И. [21], A. Tarantola [22], R. L. Parker [23], С. W. Groetsch [24]. Отдельным направлением в решении некорректных задач

является разработка простых в компьютерной реализации итерационных алгоритмов. Результаты исследований в этом направлении приводятся в работах А. А. Самарского и П. Н. Вабищевича [25], А. М. Денисова [26], С. Р. Вогеля [27], Ю. Е. Воскобойникова [28–29], И. В. Емелина [30], С. Ф. Гилязова и Н. Л. Гольдмана [31], С. И. Кабанихина [32], О. В. Матысик [33], В. Н. Страхова [34], М. А. Красносельского, Г. М. Вайникко, П. П. Забрейко, Я. Б. Рутицкого, и В. Я. Стеценко [35] и др.

Одной из областей, где обратные задачи широко востребованы, является прикладная экономика [36], которая в отличие от теоретической, рассматривающей закономерности и принципы на основе идеальных условий, изучает конкретные ситуационные задачи, опираясь на опыт и конкретные показатели хозяйственной деятельности. Отдельные результаты решения такого рода задач в различных постановках при исследовании экономических объектов приводятся в работах Семенчина Е. А. и Невечеря А. П. [37], Урусовой А. С [38], Ekeland I. и Djitte N. [39] и других.

В 1996 году Одинцовым Б.Е. был разработан аппарат обратных вычислений, в частности для решения обратных задач экономики в следующей постановке [40]: определение приращений аргументов функции на основе начальных значений аргументов, заданного значения функции и экспертной информации, в качестве которой выступает направление изменения показателей и коэффициенты относительной важности. Для решения задач с ограничениями был разработан итерационный алгоритм, многократно выполняющий решение обратной задачи с изменением результирующего показателя на некоторую малую величину до тех пор, пока ограничения не будут нарушены [41, 42].

Существуют работы, направленные на модификацию данного аппарата и его применение для ряда частных случаев. Так, в статье Цветкова М.А. [43] рассмотрен случай, когда один и тот же показатель используется в двух разных обратных задачах. Приводится поиск компромиссного варианта такого аргумента с помощью указания коэффициентов распределения приростов. Збарским А.М. [44] исследуется использование аппарата обратных вычислений для приведения

предприятия в равновесное состояние, характеризующееся равенством целевых индикаторов, формирующихся из внешних и внутренних факторов предприятия. Статья Одинцова Б.Е. [45] посвящена нахождению решения обратной задачи с учетом «золотых пропорций» показателей предприятия (отношение частей к целому равно 1,618). Для этого осуществляется последовательная корректировка решений с заданными целевыми установками и с учетом «золотых пропорций» в зависимости от приоритетности способов достижения цели.

Ряд исследований посвящен применению обратных вычислений для решения социально-экономических задач. Так в статье Виштак О. В. и Штыровой И. А. [46] рассмотрено формирование интегрального показателя качества дополнительного образования в ВУЗе, определяемого набором групп показателей более низкого уровня иерархической структуры. В работе Барминой Е. А. и Квятковской И. Ю. [47] формирование интегрального показателя качества работы коммерческой организации также осуществляется с помощью иерархичной структуры, а также представлены методики определения интегрированных показателей качества и множества измеряемых показателей качества на основе когнитивного моделирования. Механизм обратных вычислений в данной работе использован для решения задачи формирования рекомендаций по способам повышения качества работы организации. Блюмин С. Л. и Боровкова Г. С. [48] рассматривают применение обратных вычислений для поиска значений показателей результативности деятельности сотрудников кафедры высшего учебного заведения для достижения желаемого значения рейтинга кафедры. Последующий анализ конечных изменений позволил определить сотрудников, способных внести наибольших вклад в формирование рейтинга кафедры. Методика совместного использования системы сбалансированных показателей предприятия и метода обратных вычислений рассмотрена авторами Силкина Г. Ю. и Переверзева А. А. [49].

Таким образом, в существующих работах рассматривается применение аппарата обратных вычислений для решения отдельных задач с учётом особенностей исследуемого объекта и его использование совместно с другими

методами [50]. Диссертация посвящена развитию существующего аппарата и разработке комплекса моделей, методов и алгоритмов, являющихся более простыми в компьютерной реализации по сравнению с известными, и предназначенными для решения более широкого круга задач экономики, в том числе не требующих использования экспертной информации либо требующих меньшего её объема. Кроме того, в литературе отсутствует описание программных решений, предназначенных для реализации аппарата обратных вычислений. В диссертационной работе рассмотрена разработка программных систем решения обратных задач.

Объектом исследования является процесс решения обратных задач прикладной экономики.

Предметом исследования являются модели, методы, алгоритмы и программное обеспечение решения обратных задач прикладной экономики.

Цель диссертационной работы – разработка моделей, методов и алгоритмов решения обратных задач прикладной экономики, основанных на аппарате обратных вычислений, позволяющих выполнять решение широкого круга экономических задач, требующих меньшего объема экспертной информации и обеспечивающих экономию ресурсов при создании программного обеспечения, а также архитектуры системы решения обратных задач, обеспечивающей развитие, гибкую модификацию готового программного обеспечения и снижение затрат на реализацию новых предметно-ориентированных систем за счёт использования готовых шаблонов.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи:**

1. Провести анализ исследований в области решения обратных задач прикладной экономики.
2. Выявить типовые обратные задачи в экономических объектах. Проанализировать возможности существующих методов и алгоритмов для решения типовых задач.

3. Определить и разработать модели решения прямых экономических задач.
4. Разработать комплекс моделей, методов и алгоритмов решения обратных задач прикладной экономики.
5. Выполнить модификацию предложенных алгоритмов для решения более широкого круга задач нелинейного программирования.
6. Провести вычислительные эксперименты по решению экономических задач с использованием предложенных моделей, методов и алгоритмов, а также сравнение результатов с полученными с помощью известных методов и стандартных математических пакетов.
7. Разработать концепцию и архитектуру программы решения обратных задач на основе предложенных методов и алгоритмов.

Методы исследования: системный анализ, метод обратных вычислений, методы оптимизации, экономический анализ, экспертные методы, статистические методы, имитационное моделирование, объектно-ориентированное программирование.

Результаты работы, характеризующиеся **научной новизной**:

1. Разработан метод решения обратных задач с помощью обратных вычислений, отличающийся от известного формированием уравнения зависимости между аргументами функции.
2. Разработан стохастический алгоритм решения обратных задач с ограничениями, отличающийся от известных использованием процедуры выбора аргументов для достижения цели с помощью моделирования полной группы несовместных событий.
3. Разработаны оптимизационные модели для решения обратных задач при максимизации целеполагания в виде заданной экспертной информации и при минимизации отклонений аргументов от исходных значений.
4. Разработаны алгоритмы решения обратных задач, представленных в виде оптимизационных моделей, а также задач условной оптимизации, отличающиеся от известных использованием обратных вычислений.

5. Разработаны методы решения обратных задач, отличающие от существующих использованием статистических данных экономического объекта.

6. Предложены оригинальные типовые сценарии, реализуемые при разработке программ на основе взаимодействия Excel с программным приложением.

7. Предложена архитектура компьютерной программы решения обратных задач на основе дерева целей, позволяющая конструировать предметно-ориентированные системы и отличающаяся от существующих предлагаемым набором универсальных программных модулей, реализующих алгоритмы решения задач.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что применительно к проблематике диссертации результативно использован комплекс существующих базовых методов в частности аппарат обратных вычислений, эконометрическое моделирование, имитационное моделирование, методы оптимизации. Изложены аргументы в пользу создания комплекса моделей, алгоритмов и концепций разработки программного обеспечения для решения обратных задач прикладной экономики. Раскрыты недостатки и ограничения существующих методов решения обратных и оптимизационных задач. Изучены характеристики разработанных алгоритмов, показано соответствие результатов их работы и результатов, полученных с помощью известных алгоритмов, а также математических пакетов. Проведена модернизация аппарата обратных вычислений, методов нелинейной оптимизации, что позволило получить комплекс моделей и алгоритмов для решения обратных задач более широкого круга, а также уменьшить объем используемой экспертной информации, снизить временные затраты на решение задач.

Практическая значимость работы заключается в разработке и внедрении комплекса моделей, методов, алгоритмов и программного обеспечения решения экономических задач. Определены пределы и перспективы практического

использования результатов исследования, которые могут быть применены предприятиями и организациями различных сфер деятельности и уровня при создании систем поддержки принятия решений для эффективного стратегического и оперативного управления, а также разработанные алгоритмы могут быть применены в других областях исследования, в частности, при создании программных систем, включающих решение оптимизационных задач. Используемый подход позволит обеспечить экономию ресурсов при создании программного обеспечения и быстрое действие реализованных программных систем.

Реализация и внедрение результатов диссертационной работы.

Разработанные модели, методы, алгоритмы, а также программы ЭВМ внедрены в организациях: ООО «Гамарджоба», г. Томск, ООО «ФОРС», г. Реутов, ООО «Сибмед», г. Томск, ООО «Вокифудтомск», г. Томск, ООО «Титан», г. Томск, ООО «Интенс-строй», г. Томск, ООО «Дельта», г. Юрга, МАОУ ДО Дворец творчества детей и молодежи, г. Томск, ИП Пушкарёва Ф.В. (магазины детской обуви «Непоседа»), г. Курган, ИП Закиров М.А. (Maya pizza), г. Томск.

Результаты исследований внедрены в учебный процесс Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники в виде учебных пособий, методических указаний для выполнения практических, лабораторных работ по дисциплинам «Эконометрика», «Математическое и имитационное моделирование экономических процессов», «Технико-экономический анализ деятельности предприятия», «Исследование операций и методы оптимизации». Теоретические положения использовались для постановки задач научно-исследовательской работы студентов, 24 выпускных квалификационных работ, в том числе 10 магистерских диссертаций.

Результаты диссертации использованы в ФГБОУ ВО «Тусур» при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ, проект FEWM-2020-0036 «Методическое и инструментальное

обеспечение принятия решений в задачах управления социально-экономическими системами и процессами в гетерогенной информационной среде».

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Метод на основе формирования уравнения зависимости между аргументами функции позволяет определить решение обратной задачи без необходимости проверки согласованности экспертной информации: соответствия поставленной цели коэффициентам относительной важности и направлениям их изменения. Соответствует п. 3 паспорта специальности 1.2.2.

2. Стохастический алгоритм позволяет находить решение многоаргументных обратных задач с ограничениями при наименьшем суммарном абсолютном изменении аргументов. Соответствует п. 3 паспорта специальности 1.2.2.

3. Оптимизационные модели решения обратных задач позволяют осуществлять формирование заданного значения экономического показателя при максимизации соответствия экспертным целеполаганиям, при использовании показателей в нескольких функциях расчёта, а также при минимальном отклонении значений входных переменных от исходных величин. Соответствует п. 1 паспорта специальности 1.2.2.

4. Оптимизационные алгоритмы на основе обратных вычислений позволяют эффективно решать задачи условной оптимизации. Соответствует п. 3 паспорта специальности 1.2.2.

5. Методы решения обратных задач на основе статистических данных позволяют определить решение с учетом существующих в системе стохастических зависимостей и набора возможных вариантов решений. Соответствует п. 3 паспорта специальности 1.2.2.

6. Типовые сценарии позволяют выполнять решение обратных задач с использованием механизма на основе взаимодействия Excel с программным приложением, автоматизируя действия специалиста по определению формул и параметров надстройки и предоставляя ему возможность модификации и

просмотра сгенерированных формул. Соответствует п. 4, 8 паспорта специальности 1.2.2.

7. Архитектура программы, разработанная на основе объектно-ориентированного подхода, позволяет создавать программные системы решения обратных задач прикладной экономики с возможностью гибкой модификации и расширения путем использования типовых программных модулей. Соответствует п. 4, 8 паспорта специальности 1.2.2.

Достоверность результатов исследования

- теория построена на общепризнанных законах, известных проверяемых фактах и согласуется с опубликованными экспериментальными данными;
- идея базируется на проверенных методах и алгоритмах, представленных в литературе, а также реализованных в математических пакетах, обобщении передового опыта в области решения обратных задач с помощью обратных вычислений;
- использованы данные литературных источников, опубликованные результаты российских и зарубежных исследований, а также данные реальных социально-экономических объектов (предприятия, социальные сети);
- установлено соответствие между результатами проведенных численных экспериментов и решениями, полученными с использованием классических методов и стандартных математических пакетов, а также представленными в литературе;
- использованы классические методы сбора и обработки данных.

Апробация работы. Основные научные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на научных конференциях: «Научная сессия ТУСУР», 2005, 2006, 2007, 2008 г. (Томск); «Студент и научно-технический прогресс», 2005 г. (Новосибирск); «Молодежь и современные информационные технологии», 2007, 2014 г. (Томск); «Современное образование: традиции и

новации», 2006 г. (Томск); «Электронные средства и системы управления», 2007 (Томск); «Инновационные технологии и экономика в машиностроении», 2008 г. (Юрга); «Современные техника и технологии», 2008 (Томск); «Современные технологии принятия решений в цифровой экономике», 2018 (Юрга); «Информационные технологии в науке, управлении, социальной сфере, медицине», 2018 (Томск); «Инноватика-2019», 2019 (Томск); «Перспективы развития фундаментальных наук», 2019 (Томск).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 87 работ, в том числе: 26 статей в изданиях, входящих в перечень ВАК; 3 монографии; 6 статей в журналах, индексируемых Scopus/Web of Science; 6 статей в сборниках конференций, индексируемых Scopus/Web of Science; 10 учебных пособий (из них 2 с грифом СибРумц, 3 с грифом УМО). Получено 8 свидетельств о регистрации программ ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Без соавторов опубликовано 29 работ, в т.ч. 1 научная монография, 1 коллективная монография, 13 статей в журналах из перечня ВАК, 4 статьи в журналах, индексируемых Scopus/Web of Science; 3 статьи в сборниках конференций, индексируемых Scopus/Web of Science; 1 учебное пособие с грифом УМО.

Личный вклад автора. Все основные результаты диссертационной работы получены лично автором. Программные продукты созданы автором либо на основе моделей, методов и алгоритмов автора, под его руководством и при непосредственном участии. Работы, выполненные в соавторстве, посвящены постановке задач и конкретизации моделей, методов, алгоритмов для разработки систем решения экономических задач.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, семи глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертации составляет 379 страниц (включая 181 рисунок и 51 таблицу). Список литературы состоит из 240 наименований.

Автор выражает благодарность и глубокую признательность за помощь в работе над диссертацией и ценные замечания научному консультанту, доктору технических наук, профессору Мицелю Артуру Александровичу.

Автор также выражает благодарность магистрантам, принимавшим активное участие в научно-исследовательской работе, в особенности, Тугароол Пауле Эресовне, Логвину Игорю Николаевичу и Савицкому Александру Сергеевичу.

1. Методы решения обратных задач

1.1 Понятие обратной задачи

При исследовании экономических объектов используются различные показатели, связанные между собой аддитивной, мультипликативной, кратной, смешанной зависимостью. Причинно-следственная связь величин обуславливает разделение задачи на прямые и обратные [51].

Прямая задача заключается в определении результирующего показателя по имеющимся значениям исходных величин и виду зависимости. Так на рисунке 1.1 представлено решение прямой задачи по определению выходной величины y на основе входных данных x . Здесь f – функция преобразования входных значений в выходную величину:

$$y = f(x).$$

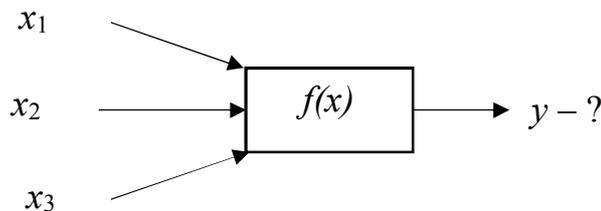


Рисунок 1.1 – Решение прямой задачи

В качестве примера прямой задачи можно привести определение выручки предприятия по заданным значениям цены и количества проданного товара.

Обратная задача является более сложной по сравнению с прямой и заключается в определении набора исходных величин x , обеспечивающего заданное значение результирующей переменной y (рисунок 1.2).

При этом в литературе рассматриваются различные варианты обратных

задач. В работе [52] приводятся классификация обратных задач, в частности рассматривается восстановление неизвестных причин по известному следствию. Такие задачи возникают, например, в случае, когда объект исследования недоступен для наблюдения, либо проведение исследования требует высоких затрат. В качестве примера может быть приведено определение свойств поверхности земли по измеренному отраженному солнечному излучению. В работе [1] приводится целый ряд подобных примеров обратных задач. Так, Ератосфен не мог напрямую измерить длину окружности Земли, но получил достаточно точные результаты путем использования параметра угла дуги; Генри Кавендиш в 1798 году для определения массы Земли провел лабораторное исследование, в котором было использовано гравитационное притяжение свинцовых шариков в тонко сбалансированном крутильном маятнике; Эдмунд Галлей был первым, кто предпринял попытку оценить возраст Земли, изучая соленость моря.

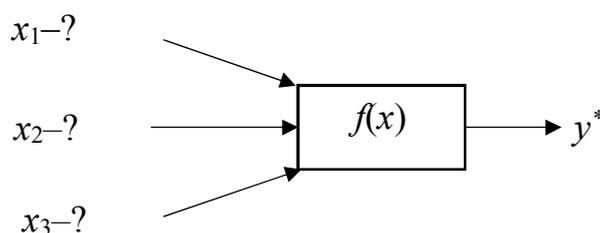


Рисунок 1.2 – Обратная задача: x – входные параметры; y^* – заданное значение выходной величины

В работе [53] в качестве примера обратной задачи рассматривается определение параметров линейной регрессии по заданным значениям исходных данных (прямая задача будет заключаться в прогнозе/оценке модельного значения y исходя из уравнения регрессии и заданного значения x) (рисунок 1.3).

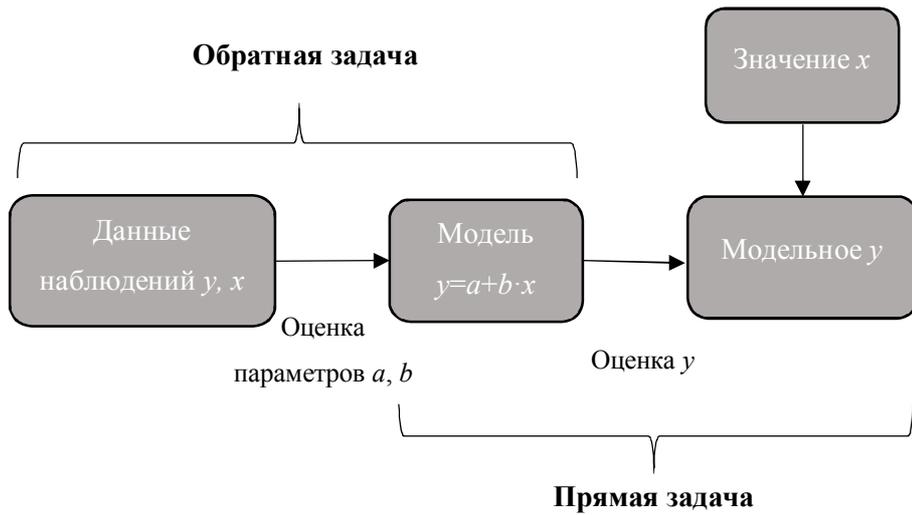


Рисунок 1.3 – Прямая и обратная задача линейной регрессии

В работе [54] рассматриваются различные варианты обратной задачи по определению значений входных параметров таким образом, чтобы функция, вычисленная на основе вектора стоимости, принимала минимальное значение.

Без дополнительной информации обратная задача по определению набора входных переменных, обеспечивающих заданное значение результирующего показателя, может иметь множество решений (рисунок 1.2, 1.4), поэтому необходимо применение регуляризации, что определяет многообразие подходов к решению такого рода задач.

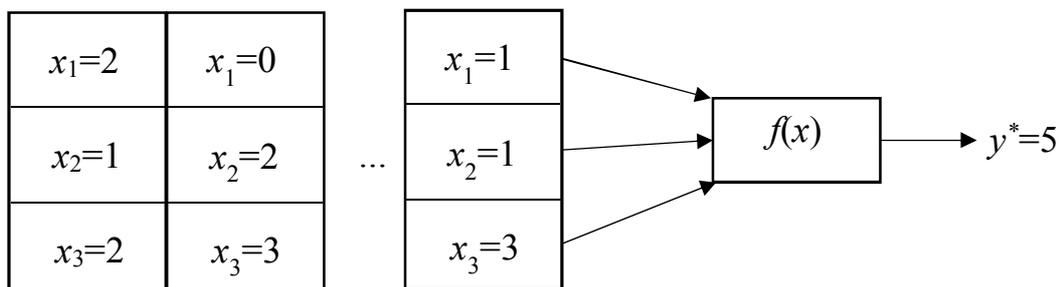


Рисунок 1.4 – Множество решений задачи формирования величины

$$y = f(x) = x_1 + x_2 + x_3$$

Таким образом, условная классификация обратных задач может быть представлена в следующем виде (рисунок 1.5) [52]:

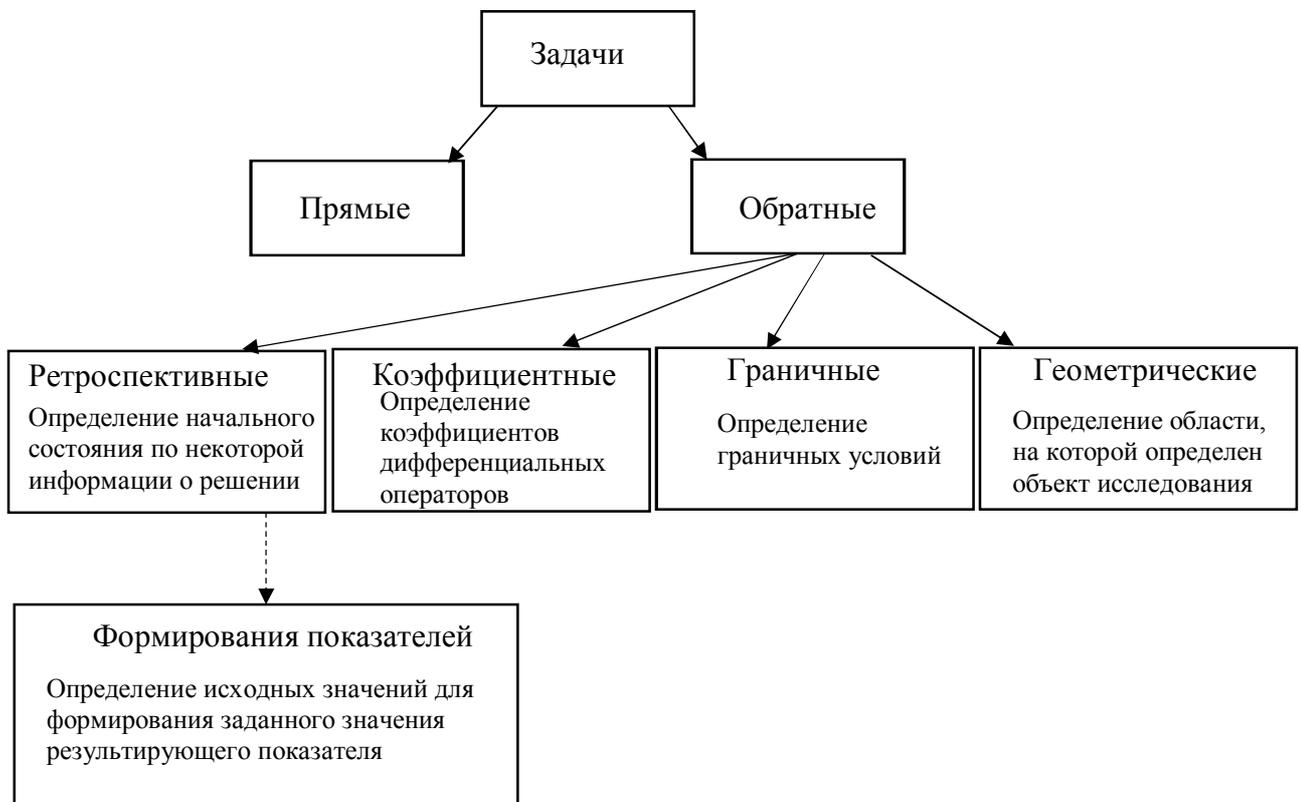


Рисунок 1.5 – Классификация обратных задач

1.2 Решение обратной задачи с использованием регуляризации

Наиболее известными видами регуляризации, основанными на отклонении полученного решения от исходного, являются регуляризация Тихонова [55–57] и регуляризация через манхэттенское расстояние [58, 59].

Обратная задача, показанная на рисунке 1.2, может быть представлена в виде операторного уравнения [60]:

$$f(x) = y^*. \quad (1.1)$$

Решение уравнения (1.1) может быть определено с помощью минимизации невязки [61]:

$$\|f(x) - y^*\| \rightarrow \min. \quad (1.2)$$

Поскольку в рассматриваемой задаче (рисунок 1.2) y^* – число, а x – n -мерный вектор входных значений, то задача (1.2) имеет множество решений.

В случае использования регуляризации по Тихонову обратная задача (рисунок 1.2) может быть представлена в следующем виде (μ – параметр регуляризации) [62]:

$$Q(x) = (f(x) - y^*)^2 + \mu \sum_{i=1}^n x_i^2 \rightarrow \min. \quad (1.3)$$

где Q – минимизируемый функционал.

Здесь минимизируемая функция включает две составляющие: первая компонента отражает соответствие результирующего показателя заданному значению, а вторая – величину аргументов. Решение задачи (1.3) требует нахождения параметра регуляризации μ , что является отдельной задачей, требующей выбора способа поиска μ [62–64], определяющего полученный результат. При решении обратной задачи (1.3) входные параметры x определяются таким образом, чтобы их значения были как можно ближе к нулю.

При применении регуляризации через манхэттенское расстояние вместо суммы квадратов аргументов в формуле (1.3) используется сумма модулей аргументов [61]:

$$Q(x) = (f(x) - y^*)^2 + \mu \sum_{i=1}^n |x_i| \rightarrow \min. \quad (1.4)$$

В результате решения задачи (1.4) происходит обнуление некоторых аргументов, таким образом, может быть осуществлен отбор признаков.

Для решения задачи (1.1) также может быть рассмотрен способ, основанный на минимизации нормы входных параметров с учётом ограничения [61]. При этом целевая функция отражает вид регуляризации: минимизация суммы модулей изменений аргументов, минимизация суммы квадратов изменений аргументов.

Так, при минимизации суммы квадратов аргументов задача имеет вид:

$$\begin{aligned} g(x) &= \sum_{i=1}^n x_i^2 \rightarrow \min, \\ f(x) &= y^*. \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $g(x)$ – целевая функция, отражающая регуляризацию в виде суммы квадратов аргументов.

В случае минимизации суммы модулей аргументов задача имеет вид:

$$\begin{aligned} g(x) &= \sum_{i=1}^n |x_i| \rightarrow \min, \\ f(x) &= y^*. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Таким образом, обратная задача при использовании регуляризации может быть представлена в виде задачи условной либо безусловной оптимизации. Рассмотрим существующие методы решения подобного рода задач.

1.2.1 Методы решения задач безусловной оптимизации

Методы, используемые для решения задач безусловной оптимизации (1.3, 1.4) могут быть разделены на следующие группы:

1. По порядку используемой производной: методы нулевого, первого и второго порядка.
2. По применению случайных чисел: детерминированные и стохастические методы.
3. По виду экстремума: методы поиска локального и глобального минимума.

Детерминированные методы основаны на поиске решения на основе некоторого правила изменения текущих значений аргументов без использования случайным чисел. В зависимости от порядка используемой производной можно выделить следующие детерминированные методы:

1. Методы нулевого порядка: последовательный поиск, Хука-Дживса, симплексный (Нелдера-Мида), поиск с помощью шаблонов [65–66] и др. Данные методы используют для нахождения решения только значения функции и аргументов и не требуют вычисления частных производных функции. В качестве недостатков таких методов можно отметить необходимость выполнения большого числа итераций, а их достоинствами является простота и гибкость.

2. Методы первого порядка: градиентный спуск, Коши, Флэтчера – Ривза и др. [65, 67–68]. Методы требуют вычисление первой частной производной оптимизируемой функции в исследуемых точках. Наиболее простым градиентным методом поиска минимума функции является градиентный спуск с постоянным шагом: на каждом шаге происходит корректировка значений аргументов на величину градиента в точке умноженного на некоторый параметр ϕ . Однако недостатком его является зависимость сходимости от выбранного значения параметра ϕ : при малом значении потребуется большое число шагов для нахождения решения; при большом значении параметра алгоритм может расходиться. Тем не менее простота и гибкость этого метода обеспечили его применение в разных прикладных задачах. В методе Коши параметр ϕ определяется на каждом шаге итерации с помощью процедуры одномерной оптимизации. Метод Флэтчера-Ривза использует поиск вдоль взаимно сопряженных направлений, при расчете параметра ϕ используется отношение нормы градиентов на предыдущем и текущем шаге. Алгоритмы Коши и Флэтчера-Ривза имеют более высокую скорость сходимости (если функция квадратична, то число шагов равно числу переменных) однако обладают высокой вычислительной сложностью.

3. Методы второго порядка (ньютоновские методы) [65, 68] требуют существования первой и второй частной производной оптимизируемой функции, а величина шага настраивается в зависимости от направления спуска к минимуму по антиградиенту и выпуклости функции. К недостаткам данных методов можно

отнести необходимость построения и решения нелинейной системы уравнений, содержащего элементы матрицы Гессе.

Для решения задач безусловной оптимизации также применяются методы, основанные на использовании случайных величин [69].

Появление идеи использования случайных величин при поиске решения связывают с именем У. Р. Эшби. В нашей стране исследования алгоритмов случайного поиска берут начало в работах Л.А. Растригина [70–71]. Алгоритмы поиска подразделяют на ненаправленные (все случайные испытания строят независимо друг от друга) и направленные (испытания связаны между собой).

Наиболее простым методом решения задач оптимизации является метод ненаправленного случайного поиска. Он заключается в получении случайных значений аргументов из заданного интервала, расчете целевой функции и сравнении её величины с наилучшим из вычисленных. Если новое рассчитанное значение результата оказалось меньше, то осуществляется запоминание полученного решения. Таким образом, для функции одного аргумента последовательность шагов будет следующая:

Шаг 1. Генерирование на интервале $[r; R]$ равномерно распределенной случайной величины x .

Шаг 2. Если $f(x) < f_{\min}$ (f_{\min} – минимальное найденное значение функции), то происходит запоминание новой точки в качестве текущего решения $f_{\min} = f(x)$, $x_{\min} = x$.

Шаги повторяются в течение заданного числа реализаций либо до получения решения с указанной точностью. Такой способ нахождения решения является реализацией метода проб и ошибок.

Данный алгоритм может быть совмещен с локальным поиском, когда из случайно выбранных точек осуществляется локальный спуск в ближайший минимум. Из найденных локальных минимумов выбирается точка с наименьшим значением [70].

Благодаря своей простоте и гибкости данный метод получил широкое распространение при решении различных задач. Например, в статье [72] рассматривается использование метода ненаправленного случайного поиска для решения комбинаторной задачи выбора оптимального портфеля биржевых опционов, что позволило получить целочисленные значения искомых величин.

К алгоритмам направленного поиска относят алгоритм парной пробы, с возвратом при неудачном шаге, наилучшей пробы и т.д. [71].

В алгоритме парной пробы по обе стороны от исходной точки делаются два поисковых шага случайной величины. После этого осуществляется переход в новую точку в направлении наилучшего значения функции. В алгоритме с возвратом при неудачном шаге задается начальная точка x и случайным образом осуществляется моделирование приращения dx . Если значение функции в новой точке $x + dx$ лучше, чем в точке x , то осуществляется переход в эту точку. В некоторых работах предлагается исключать то направление, которое не приводит к улучшению значения функции. В статье [73] описывается простой алгоритм оптимизации (SOPT) в котором случайная величина приращения имеет не равномерное распределение, а распределение Гаусса. Также предлагается многократно вызывать алгоритм для выбора наилучшего решения из полученных.

Недостатком приведенных алгоритмов направленного поиска является то, что они в качестве решения могут определить локальный минимум, а не глобальный (рисунок 1.6). В связи с этим разрабатываются их различные модификации. К ним, в частности, можно отнести адаптивные алгоритмы. Например, таким алгоритмом является случайный поиск ARSET (Adaptive Random Search Technique) [74] и динамический случайный поиск DRASET (Dynamic Random Search Technique) [75]. В адаптивном случайном поиске в зависимости от значения целевой функции пространство поиска сужается (когда происходит поиск наилучшего значения) или расширяется (когда найдено решение с приемлемой точностью), таким образом, уменьшается вероятность нахождения локального минимума вместо глобального из-за недостаточного исследования отдельных участков. В алгоритме DRASET

после нахождения решения дополнительно осуществляется локальный поиск вокруг найденной точки для получения более точного значения.

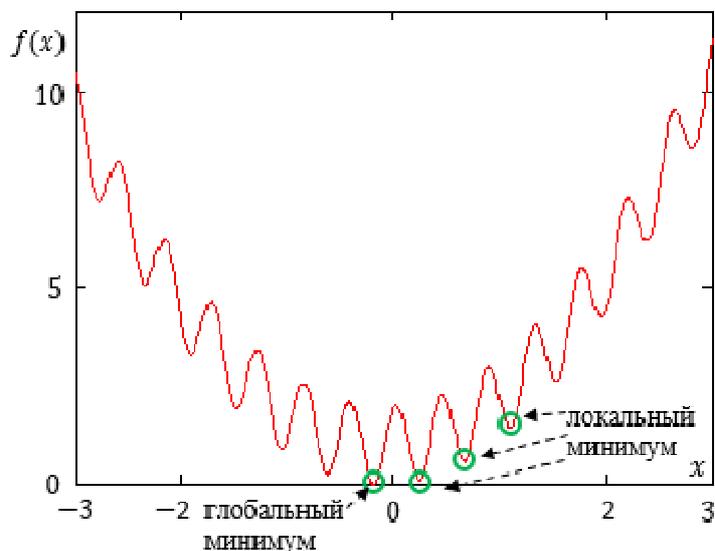


Рисунок 1.6 – Локальный и глобальный минимумы функции

Также существуют алгоритмы поиска глобального минимума, которые используют процедуру случайного блуждания [70], например, метод «зашумления» градиента, и метод сглаживания, который может быть использован в случае, если минимизируемая функция образована путем наложения на унимодальную функцию мелких отклонений; методы, которые воспроизводят поведение живой и неживой природы [76–77] и эволюционные механизмы [78]; методы, основанные на интервальных подходах [79–80].

Стохастические методы позволяют получить некоторое решение за заданное пользователем время, что делает возможным их применение в задачах большой размерности, когда использование классических методов может привести к недопустимо большому времени решения задачи. Однако полученное решение будет субоптимальным и изменяться в различных запусках программной реализации. Кроме того, реализация самих алгоритмов может представлять сложность в связи с множеством правил корректировки решений, полученных на каждой итерации, а необходимость выполнения большого числа итераций для

получения решения с заданной точностью, требует затрат вычислительных ресурсов.

1.2.2 Методы решения задач условной оптимизации

В зависимости от вида целевой функции и ограничения задачу условной оптимизации (1.5, 1.6) можно разделить на задачи линейного и нелинейного программирования.

Так в работе [53] задача (1.6) представлена в виде задачи линейного программирования. Основополагающая роль в исследовании подобного рода задач принадлежит опубликованной в 1939 году Канторовичем Л.В. работе «Математические методы организации и планирования производства», в которой были описаны некоторые оптимизационные задачи экономики (рациональное распределение топлива, максимальное уменьшение отходов, наиболее полное использование механизмов и т.д.) и предложен метод разрешающих множителей для их решения. Позже Данцигом Дж. был разработан симплекс-метод [81], который сейчас и является основным методом решения задач линейного программирования. Однако при единственном ограничении и равенстве числовых значений при аргументах в целевой функции единице задача может быть решена более простым методом. Её решение сводится к нахождению элемента с большим абсолютным числовым значением при аргументе в ограничении и решения уравнения относительно этого аргумента [82].

Классическими методами решения задачи нелинейной оптимизации (1.5) являются метод штрафов и множителей Лагранжа. В методе множителей Лагранжа формируется модифицированная функция Z , которая включает неизвестные параметры – множители Лагранжа λ [63, 83]:

$$Z(x, \lambda) = \lambda(f(x) - y^*) + \sum_{i=1}^n x_i^2 \rightarrow \min. \quad (1.7)$$

Для оптимизации функции (1.7) происходит формирование системы уравнений, в которой частные производные приравниваются к нулю, а также включаются условия дополняющей нежесткости. Из-за определения дополнительных переменных λ происходит увеличение размерности задачи, что является недостатком этого метода.

В методе штрафов осуществляется многократная оптимизация модифицированной функции L при последовательном изменении штрафного параметра R :

$$L(x) = R(f(x) - y^*)^2 + \sum_{i=1}^n x_i^2 \rightarrow \min. \quad (1.8)$$

Данная классическая схема решения может быть модифицирована с учётом специфики решаемой задачи. Так, в работе [84] рассматривается решение задачи многокритериальной оптимизации. Авторами [85] представлено решение задачи двухуровневой оптимизации с помощью метода штрафов.

Основным недостатком метода штрафов является необходимость выполнения многократной безусловной оптимизации функции. В силу того, что модифицированная функция (1.8) включает две составляющие (сумму квадратов приращений и соответствие функции f заданному значению результирующего показателя), её оптимизация может занять продолжительное время, а градиентные методы оказаться неэффективными.

В качестве способа преодоления данной трудности в литературе предлагаются алгоритмы решения задачи без применения штрафного параметра, основанные на условиях Куна-Таккера. В результате решение задачи сводится к решению систем уравнений. Так, в работе [86] на каждой итерации осуществляется решение трех систем линейных уравнений для поиска направления изменений аргументов, после чего выполняется линейный поиск в заданном направлении. В статье [87] решение задачи нелинейного программирования сводится к решению задачи линейного программирования симплекс-методом, однако предложенный метод может быть использован только при линейном ограничении. Также для решения задач нелинейной оптимизации с ограничениями-неравенствами

применяется метод Зойтендейка [88], который включает решение задачи линейного программирования для определения направления поиска с последующей оптимизацией функции путем движения вдоль выбранного направления.

В работе [89] рассматривается применение рекуррентных нейронных сетей для решения задачи нелинейной оптимизации. Применение нейронных сетей требует реализации алгоритмов обучения сети. В силу этого разработка алгоритма, реализация многократной оптимизаций функции также может занять значительной количество временных и вычислительных ресурсов.

Некоторыми авторами также рассматривается использование комбинации двух методов, например, в работе [90] метод Зодендейка был использован совместно с эвристическим методом.

1.2.3 Методы решения задач целочисленного программирования

Задача целочисленного программирования формулируется следующим образом: найти такие целые значения аргументов, которые обеспечили бы наилучшее значение целевой функции при заданных ограничениях. К отдельной группе относят задачи, в которых аргументы могут принимать только два значения: 0 и 1. Такие задачи называются задачами псевдобулевой оптимизации и подробно описаны в статье А.Н. Антамошкина и И.С. Масича [91].

При небольшом числе переменных задача целочисленного программирования может быть решена простым перебором. При этом количество возможных вариантов без учета ограничений составит 2^n (n —число аргументов целевой функции). Однако с увеличением числа аргументов такой вариант решения задачи становится неприемлемым в связи с необходимостью выполнения большого числа вычислений.

Одним из распространенных методов решения задачи целочисленного программирования является метод ветвей и границ [92]. Метод подразумевает

выполнение процедуры ветвления и нахождение оценок. На каждом шаге выполняется анализ элементов разбиения, в ходе которого определяется, является ли полученное решение оптимальным. В зависимости от результатов анализа происходит либо остановка алгоритма, либо запоминание текущего решения, либо новое ветвление.

Детерминированные методы решения задач целочисленного программирования: динамическое программирование, метод ветвей и границ, метод отсечений, также при большом числе аргументов часто оказываются не способными найти решение за отведенное время (в работе А.В. Овчинникова [93] приводятся характеристики подобных алгоритмов). Кроме того, данные алгоритмы в ряде случаев не позволяют учесть сложных, алгоритмически вычисляемых ограничений и целевой функции. В работе А.Н. Антамошкина, И.С. Масич [91] отмечается, что в этом случае оправданным является использование стохастических методов, в частности, методов случайного поиска [69, 94]. Однако простой случайный поиск также может оказаться малоэффективным для отдельных задач, поэтому разрабатываются его различные модификации, в том числе основанные на идее эволюции, описанные в работах F. Glover [95], J.P. Pedroso [96], T. Jansen, I. Wegener [97], П.В. Галушкина, О.Э. Семенкиной [98], А.Н. Антамошкина, И.С. Масич [91].

1.3 Решение обратных задач экономики с помощью обратных вычислений

В 1990-х годах Одинцовым Б.Е. был разработан аппарат обратных вычислений, предназначенный для решения обратных задач экономики [40]. В качестве дополнительных условий, позволяющих получить единственное решение задачи (рисунок 1.2), выступают ограничения, определяемые экспертной информацией. При этом под решением обратных задач с помощью обратных вычислений понимается получение точечных значений приростов аргументов функции на основании ее задаваемого значения и дополнительной информации, поступающей от лица, формирующего решение. В частности, в качестве такой информации могут быть указаны коэффициенты относительной важности целей, индивидуальные коэффициенты прироста аргументов, единый коэффициент прироста аргументов. Такая задача будет в данной работе в дальнейшем именоваться классической обратной задачей.

Рассмотрим применение обратных вычислений в случае использования коэффициентов относительной важности. Для решения задачи двух аргументов определяется следующая информация:

- начальные значения аргументов (x_1, x_2) и функции (y);
- новое значение функции ($y^* = y \pm \Delta y$);
- коэффициенты относительной важности аргументов (β_1, β_2), определяющие пропорции изменения аргументов;
- направление изменений аргументов (+, -), которые устанавливаются, будет ли значение аргумента уменьшено либо увеличено.

Для графического представления прямых и обратных задач Одинцовым Б.Е. было использовано дерево показателей и дерево целей соответственно. На рисунке 1.7 представлено дерево показателей. Стрелками обозначено направление расчётов и связь показателей: величина показателя более высокого уровня вычисляется на

основе значений показателей, расположенных уровнем ниже. На рисунке 1.8 приведено дерево целей. На нём кроме исходных значений показателей отражены также их изменения (за исключением показателя самого верхнего уровня, для которого изменение задано), которые необходимо вычислить. Связи показателей характеризуются коэффициентами относительной важности и направлением изменения показателей. В случае, если один показатель используется при расчёте разных величин, вместо дерева будет получен граф.

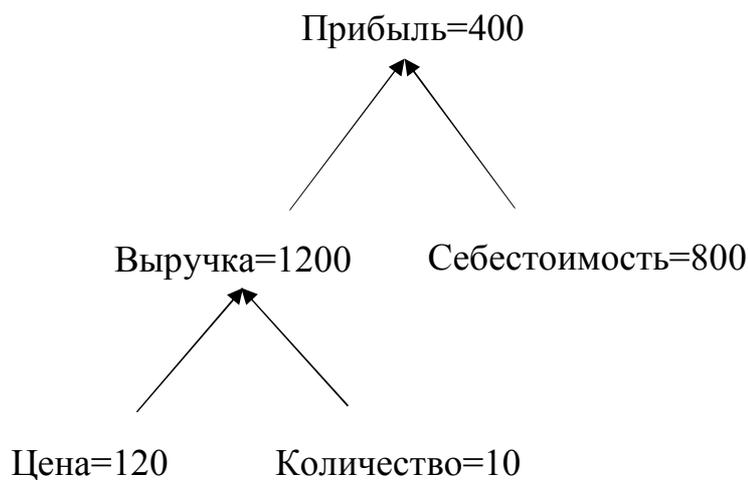


Рисунок 1.7 – Дерево показателей

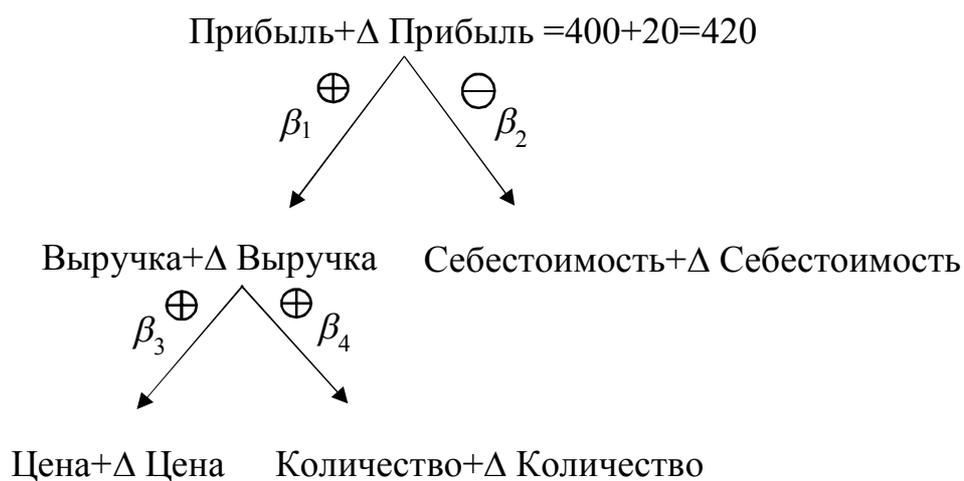


Рисунок 1.8 – Дерево целей

Для решения обратной задачи с двумя аргументами формируется система уравнений:

$$\begin{cases} y \pm \Delta y = f(x_1 \pm \Delta x_1(\beta_1), x_2 \pm \Delta x_2(\beta_2)); \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2}; \\ \beta_1 + \beta_2 = 1. \end{cases}$$

Решением системы будут величины Δx_1 и Δx_2 , обеспечивающее значение результирующего показателя, равное $y \pm \Delta y$.

Уравнения системы отражают соответствие изменений аргументов коэффициентам относительной важности и направлению изменения показателей и равенство результирующего показателя заданному значению.

С помощью экспертной информации задается вектор, по направлению которого должно происходить изменение аргументов до достижения результирующим показателем заданного значения. Данная информация может быть определена исходя из возможностей организации, например, производственных мощностей, существующих зависимостей, прогнозных изменений показателей. Также коэффициенты относительной важности могут отражать приоритет для достижения цели, определяемый сложностью и стоимостью привлечения ресурсов для изменения аргумента, таким образом, параметр с наибольшим приоритетом будет увеличиваться в большей степени. В таблице 1.1 представлены варианты достижения цели для различных моделей (мультипликативной, аддитивной, кратной), включающих два аргумента. Знак «+» в таблице рядом с аргументом означает, что для достижения целевой установки (положительного или отрицательного изменения результирующего показателя) значение конкретного аргумента необходимо увеличить. Аналогично знак «-» говорит о необходимости уменьшения значения аргумента. Согласно представленным данным достижение заданного значения результирующего показателя при фиксированных коэффициентах относительной важности может быть выполнено двумя способами: изменение аргументов осуществляется в одном направлении (++) или (--), изменение аргументов осуществляется в разных

направлениях (+– или –+).

1.3.1 Стандартные экономические модели

1.3.1.1 Модели формирования финансовых показателей

Оценке деятельности объектов экономики с помощью стандартных моделей, совершенствованию существующих и разработке новых методик расчета показателей деятельности уделяется большое внимание в литературе. Выбор модели осуществляется специалистом и обуславливается объектом исследования, изучаемыми процессами, целью исследования. Так, например, в работе [49] рассматривается формирование показателей деятельности предприятия ЗАО «НПО Флейм»: рентабельность затрат и уровень компетенции персонала, которые входят в финансовую составляющую и составляющую развития и обучения системы сбалансированных показателей. Структура показателей представляется в виде многоуровневого дерева.

Таблица 1.1 – Варианты достижения целей для различных моделей

Вид зависимости	Условия	Изменение результатирующего показателя			
		+		–	
Мультипликативная	$x_1(\beta_1) \cdot x_2(\beta_2),$ $\beta_1 > \beta_2$	x_1^+, x_2^+	x_1^+, x_2^-	x_1^-, x_2^-	x_1^-, x_2^+
	$x_1(\beta_1) \cdot x_2(\beta_2),$ $\beta_1 < \beta_2$	x_1^+, x_2^+	x_1^-, x_2^+	x_1^-, x_2^-	x_1^+, x_2^-
Аддитивная	$x_1(\beta_1) + x_2(\beta_2),$ $\beta_1 > \beta_2$	x_1^+, x_2^+	x_1^+, x_2^-	x_1^-, x_2^-	x_1^-, x_2^+

Вид зависимости	Условия	Изменение результатирующего показателя			
		+		–	
	$x_1(\beta_1) + x_2(\beta_2),$ $\beta_1 < \beta_2$	x_1^+, x_2^+	x_1^-, x_2^+	x_1^-, x_2^-	x_1^+, x_2^-
Кратная	$\frac{x_1(\beta_1)}{x_2(\beta_2)},$ $\beta_1 > \beta_2$	x_1^+, x_2^+	x_1^+, x_2^-	x_1^-, x_2^-	x_1^-, x_2^+
	$\frac{x_1(\beta_1)}{x_2(\beta_2)},$ $\beta_1 < \beta_2$	x_1^-, x_2^-	x_1^+, x_2^-	x_1^+, x_2^+	x_1^-, x_2^+

В монографии [40] представлено дерево показателей, формирующих рентабельность, и приведено решение обратных задач для отдельных фрагментов этого дерева. Рассмотрим некоторые из показателей, которые будут далее использованы в работе для апробации моделей, методов и алгоритмов решения обратных задач. Наиболее важным показателем деятельности любой экономической системы является прибыль [99–101]. На рисунке 1.9 представлен граф формирования прибыли [40]. Приведем основные формулы расчёта показателей дерева:

1. Выручка (B) равна произведению цены (\mathcal{L}) и объема выпуска товара (K):

$$B = \mathcal{L} \cdot K. \quad (1.9)$$

2. Прибыль от продаж (Π) равна разности выручки (B) и себестоимости товаров/услуг (C):

$$\Pi = B - C. \quad (1.10)$$

Подставив выражение (1.9) в (1.10) также получим:

$$\Pi = \mathcal{L} \cdot K - C. \quad (1.11)$$

В случае, если дана себестоимость единицы продукции, то:

$$\Pi = K \cdot (\mathcal{L} - C_e). \quad (1.12)$$

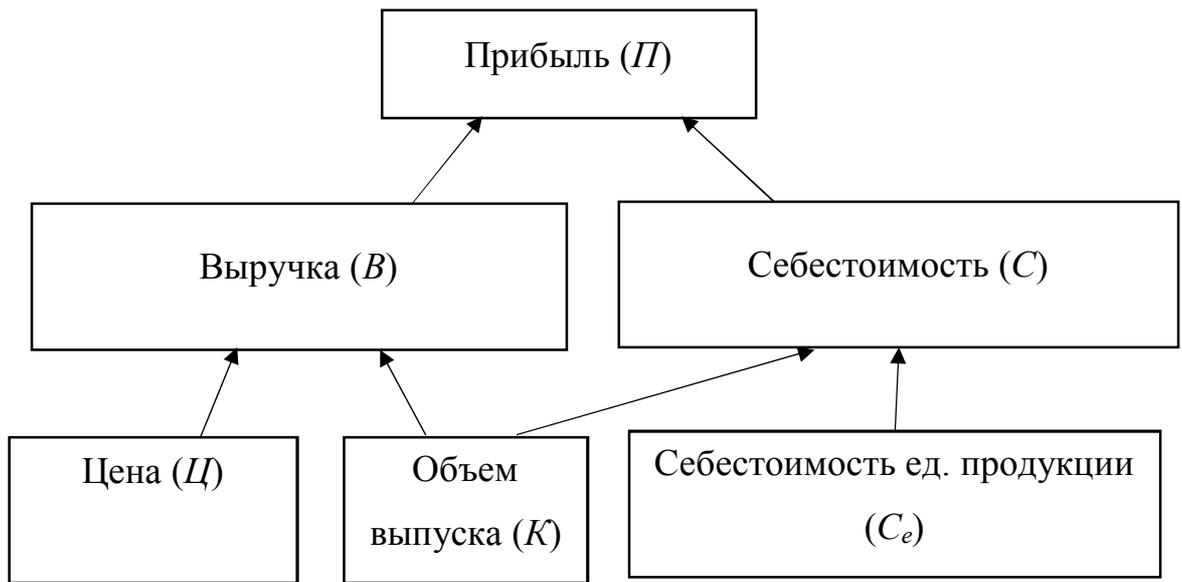


Рисунок 1.9 – Граф показателей прибыли предприятия

Также при расчёте прибыли может быть использована маржинальная методика, которая подразумевает разделение затрат на постоянные и переменные (рисунок 1.10). В этом случае формулы расчета будут иметь вид:

1. Прибыль от продаж (Π) равна разности маржинальной прибыли/маржинального дохода ($МП$) и постоянных затрат ($ПОСТ$):

$$\Pi = МП - ПОСТ. \quad (1.13)$$

2. Маржинальная прибыль ($МП$) равна разности выручки (B) и переменных затрат ($ПЕР$):

$$МП = B - ПЕР. \quad (1.14)$$

3. Общие переменные затраты ($ПЕР$) равны произведению объема выпуска (K) и переменных затрат на единицу продукции ($ПЕР_e$):

$$ПЕР = K \cdot ПЕР_e. \quad (1.15)$$

Формула расчёта выручки остается без изменений (1.9).

Подставив формулы для вычисления затрат, получим следующую модель расчёта прибыли:

$$\Pi = K \cdot (C - ПЕР_e) - ПОСТ. \quad (1.16)$$

Себестоимость по маржинальной методике равна сумме постоянных (*ПОСТ*) и переменных (*ПЕР*) издержек:

$$C = ПОСТ + ПЕР. \quad (1.17)$$

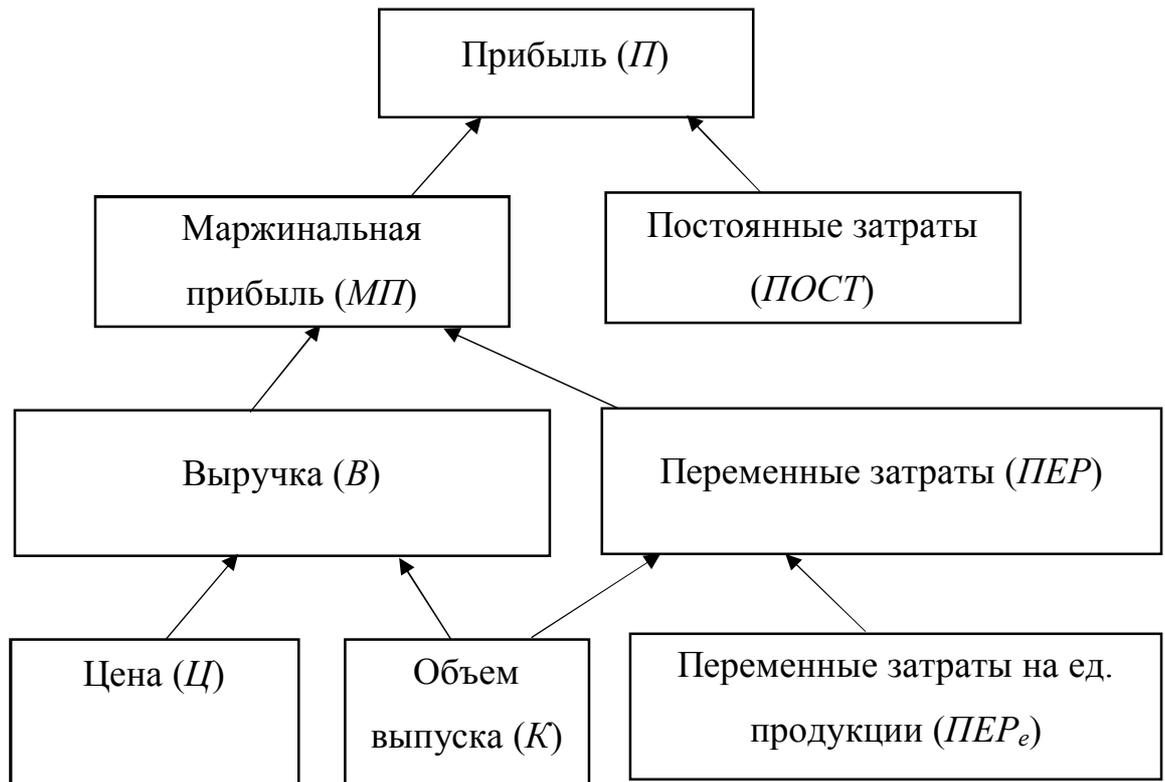


Рисунок 1.10 – Граф формирования прибыли предприятия по маржинальной методике

На основе величины прибыли и себестоимости вычисляется такой важный показатель экономической эффективности как рентабельность (*P*):

$$P = \frac{\Pi}{C}. \quad (1.18)$$

В работе [34] также рассмотрено вычисление следующих показателей:

1. Стоимость оборотного капитала (*O*) равна сумме производственных запасов (*З*), незавершенного производства (*Н*), прочих элементов оборотного капитала (*ПР*):

$$O = Z + H + PP. \quad (1.19)$$

2. Производственные переменные затраты (*ППП*) равны сумме прямых материальных затрат (*ПМЗ*), прямых затрат на оплату труда (*ПЗТ*), прочих производственных переменных затрат (*ПП1*):

$$ППП = ПМЗ + ПЗТ + ПП1. \quad (1.20)$$

При анализе деятельности предприятия также достаточно часто в литературе встречается такой показатель как валовая продукция [102]. В работе [103] подробно рассмотрен факторный анализ данного показателя. Граф показателей представлен на рисунке 1.11. При расчёте показателей используется мультипликативная модель: показатель, расположенный уровнем выше, получается путем перемножения формирующих его величин, расположенных уровнем ниже. Так, например, валовая продукция (*ВП*) равна произведению среднесписочной численности рабочих (*ЧР*) и среднегодовой выработки одного рабочего (*ГВ*):

$$ВП = ЧР \cdot ГВ. \quad (1.21)$$

Рассмотренные показатели (1.9–1.21) являются наиболее распространенными и значимыми при анализе деятельности экономических объектов, кроме того, они являются примерами различных моделей зависимости (рисунок 1.12): аддитивной (1.10), (1.13), (1.14), (1.17), (1.19), (1.20); мультипликативной (1.9), (1.15), (1.21); кратной (1.18); смешанной (1.11), (1.12), (1.16); двухфакторной (1.9), (1.10), (1.13), (1.14), (1.15), (1.17), (1.18), (1.21); многофакторной (1.11), (1.12), (1.16), (1.19), (1.20). Следовательно, разработанные для данных моделей методы расчёта изменений аргументов могут быть использованы для других показателей, вычисляемых по аналогичной схеме. Так, например, формулы по определению изменений аргументов для достижения заданного уровня оборотного капитала могут быть использованы для решения задачи формирования производственных переменных затрат.

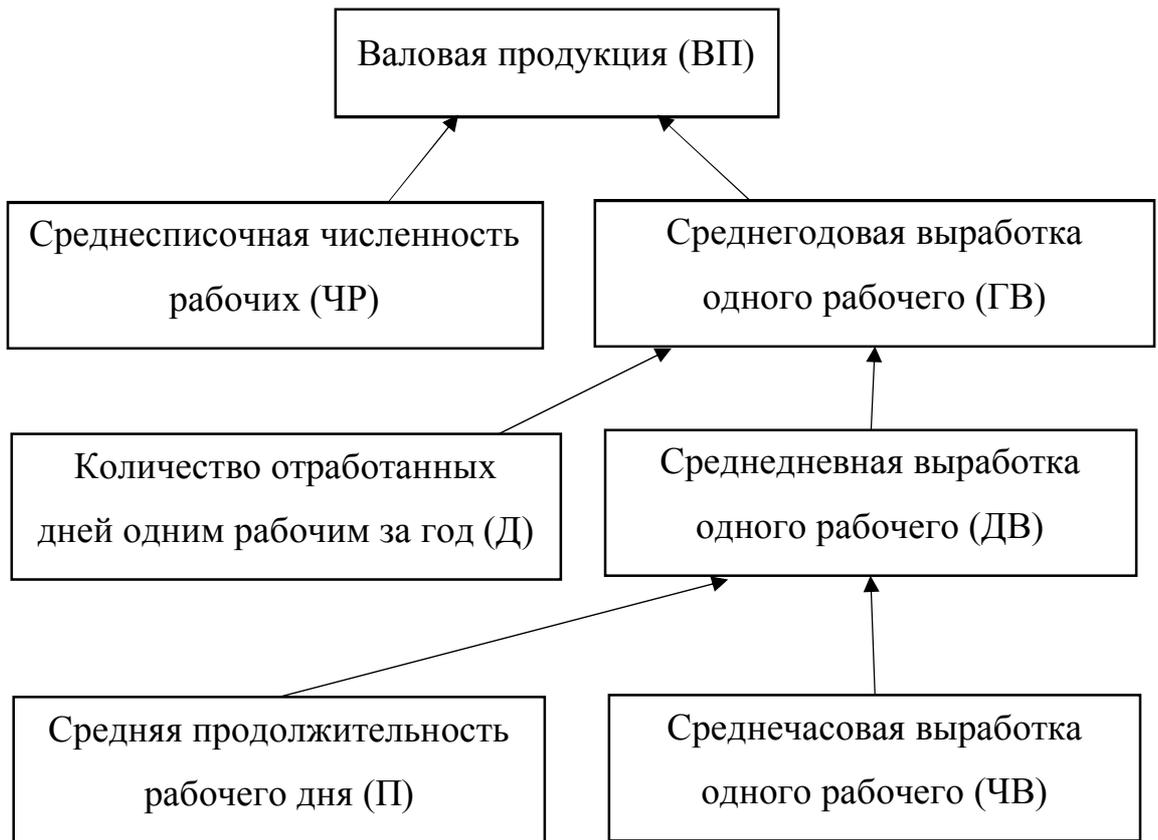


Рисунок 1.11 – Граф формирования валовой продукции

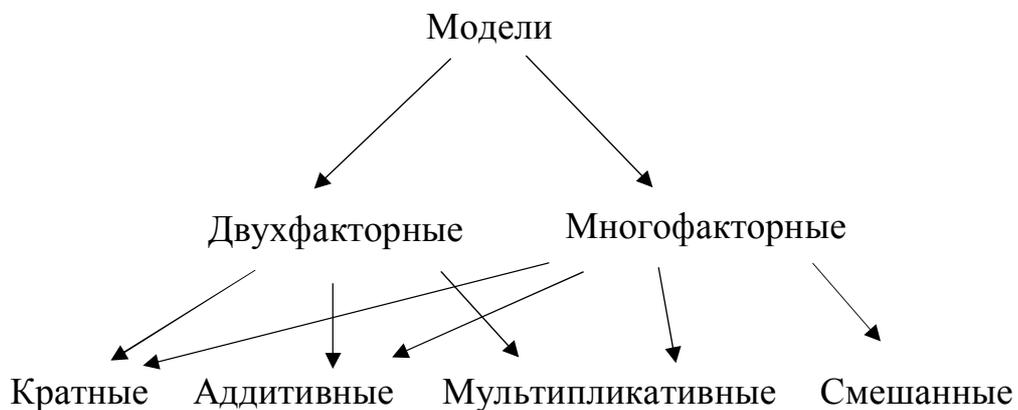


Рисунок 1.12 – Классификация используемых моделей

В данном исследовании для формирования стандартных показателей и тестирования предложенных методов и алгоритмов будут использованы как значения, сгенерированные случайным образом, так и реальные данные предприятия. Первый вариант обеспечивает многообразие вариантов, таким образом могут быть рассмотрены все возможные разновидности параметров задач

для подтверждения правильности расчётов. В качестве реальных данных была использована финансовая информация ресторана быстрого питания ООО «ВокиФудТомск»: сведения о себестоимости каждого изделия, цене и объемах продаж за два года (2015–2016). На рисунках 1.13, 1.14 представлен фрагмент исходных данных. Данные были использованы в задачах формирования маржинальной прибыли в том числе с использованием статистических данных (при построении зависимости объема выпуска от цены).

	A	B	C	D	E	F
1	Товары					
2						
3	с 11.01.2016 01:00:00 по 11.01.2016 23:59:59					
4						
5	Филиал: Основной					
6						
7	Точка продаж: Основная					
8						
9	Арти кул	Наименование	Кол.	Стоимость		
10		Пельмешки ФРИ	4	76	руб.	
11		Кисло-сладкий	1	19	руб.	
12		Сладкий Васаби	1	19	руб.	
13		Соевый	2	38	руб.	
14		устаревшие	1	150	руб.	
15		Суп : Том Кха с курицей	1	150	руб.	
16		ЛапшаРИС ГОТОВЫЕ решения	18	3670	руб.	
17		.Рис неж. говядина Тонкацу 300г	1	190	руб.	
18		.Рис неж. говядина Тонкацу 450г	2	480	руб.	
19		300г	5	950	руб.	
20		.соба говяд. стр. фас. Тонкацу 300г	2	380	руб.	
21		.СОБА говяд. стр.фас.Тонкацу 450г	1	240	руб.	
22		.яичная ананас цып. терияки 300г	4	760	руб.	
23		.ЯИЧНАЯ ананас цып. терияки 450г	1	240	руб.	
24		.яичная свин. в устр соусе 300г	1	190	руб.	
25		.ЯИЧНАЯ свин. в устр соусе 450г	1	240	руб.	
26		1. ОСНОВА	33	3520	руб.	
27		Гречневая лапша СОБА	4	400	руб.	
28		Гречневая лапша СОБА большая	1	120	руб.	

Рисунок 1.13 – Фрагмент данных о выручке предприятия ООО «ВокиФудТомск»

Себестоимость			
на 14.11.2016			
Наименование	Состав	Себестоимость	Цена
тигровые креветки.		40.5 руб. (32%)	125 руб.
Пшеничная лапша Удон .		18.35 руб. (15%)	119 руб.

Рисунок 1.14 – Фрагмент данных о себестоимости предприятия ООО «ВокиФудТомск»

1.3.1.2 Модель вычисления интегрального показателя

Анализируя существующие исследования, можно сделать вывод, что аппарат обратных вычислений достаточно часто используется для формирования интегральных показателей [46–48]. Метод интегральных критериев является одним из методов решения задач многокритериальной оптимизации, в которой необходимо осуществить поиск оптимального варианта по широкому спектру показателей. Формирование интегрального показателя и построение рейтинга позволяет изучить различия между исследуемыми объектами, оценить положение объекта относительно общей массы, проанализировать динамику его развития.

Область применения интегральных показателей и рейтингов довольно обширна [104]: банковская, страховая сфера, финансовые инструменты, качество управления и услуг, деятельность предприятий, региональное развитие и т.д. Широкий спектр рейтингов и исследований публикуют такие международные агентства как Moody's, Standard&Poor's, Fitch Rating.

Можно выделить следующие основные элементы рейтинговой системы [105] (рисунок 1.15):

1. Участник системы – это исследуемый объект, для которого выполняется расчет рейтинга. В качестве такого объекта может выступать предприятие, регион страны, высшее учебное заведение и т.д.

2. Индикатор – показатель, характеризующий определенное свойство участника. Например, для оценки деятельности предприятия могут быть использованы такие характеристики как коэффициенты ликвидности, устойчивости и др., для региона – уровень рождаемости, средний доход населения и т.д.

3. Целевая функция – правило преобразования индикаторов в интегральную характеристику с целью её сравнения с другими показателями.

4. Рейтинг – число, полученное путем преобразования индикаторов в единый показатель.

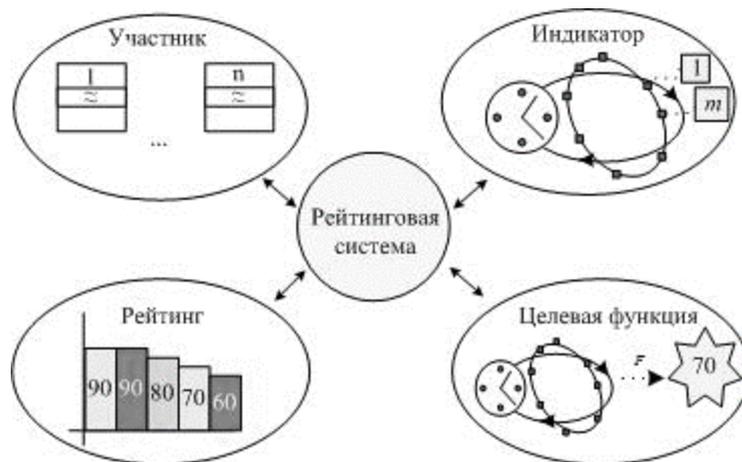


Рисунок 1.15 – Основные элементы рейтинговой системы

Часто также рассматривается иерархическая структура показателей, подразумевающая объединение индикаторов в группы (рисунок 1.16) [106].

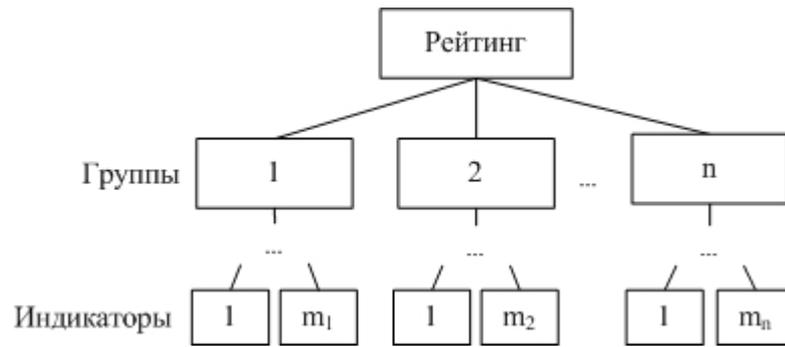


Рисунок 1.16 – Иерархическая структура показателей

Выделение групп может быть выполнено с помощью экспертного анализа, а также с использованием статистических методов. Так, например, в работе [107] рассматривается выделение групп для объединения индикаторов с применением кластерного анализа.

Для преобразования индикаторов в интегральный показатель используются различные методики, включающие два основных этапа: нормирование индикаторов и расчёт интегрального показателя. Наиболее популярным способом расчета стандартизованных оценок [105, 109–111], который ещё называется методом эталонного предприятия, является деление всех индикаторов на максимальное значение:

$$x_{ij} = \frac{a_{ij}}{\max a_{ij}},$$

где x_{ij} – i -й стандартизованный коэффициент j -го участника;

a_{ij} – i -й индикатор j -го участника.

Если с экономической точки зрения лучшим является минимальное значение, то осуществляется деление минимальной величины на значения показателей:

$$x_{ij} = \frac{\min a_{ij}}{a_{ij}}.$$

Все полученные в результате данного преобразования коэффициенты в случае, если все величины имеют один знак (положительный или отрицательный),

принимают значения от 0 до 1, причем, чем выше значение стандартизованных оценок, тем лучше показатель деятельности экономического объекта.

В случае, если среди показателей a_{ij} есть отрицательные значения, то применяется следующая формула нормирования:

$$x_{ij} = \frac{a_{ij} - \min a_{ij}}{\max a_{ij} - \min a_{ij}}.$$

При этом если наилучшим значением является минимальное, то формула будет иметь вид:

$$x_{ij} = \frac{\max a_{ij} - a_{ij}}{\max a_{ij} - \min a_{ij}}.$$

Нормирование индикаторов может быть также выполнено путем их деления на среднее значение. В частности, такой способ расчета приводится в официальной методике расчета интегрального показателя отклонения уровня социально-экономического развития субъектов Российской Федерации от среднероссийского, приведенной в приложении 6 к федеральной целевой программе «Сокращение различий в социально-экономическом развитии регионов Российской Федерации (2002-2010 годы и до 2015)». Интегральный показатель рассчитывается как среднее значение полученных величин.

Для расчета стандартизованных коэффициентов могут быть использованы и другие способы преобразования. Так, в работе [108] рассматривается синтетический индекс, построенный на основе нормированных значений исходных показателей, полученных путем вычитания среднего значения и деления на среднее квадратическое отклонение.

Большинство методик расчета рейтинговой оценки предполагает использование весовых коэффициентов, определяющих вклад индикаторов и групп показателей в общий рейтинг. Данные коэффициенты могут быть определены как экспертным путем, так и с использованием математических методов. В работе [112] предлагается использование эконометрического моделирования для определения весовых коэффициентов. Для этого один из индикаторов используется в качестве

результативной величины при построении линейной регрессии, после чего на основе полученного индекса детерминации, корреляции и стандартных ошибок осуществляется расчет коэффициентов, показывающих вклад каждой характеристики в величину результативного показателя. Также определение весовых коэффициентов может быть выполнено с помощью анализа иерархий [113], который позволяет придать количественные выражения качественным оценкам. В статье [114] для определения значений весовых коэффициентов предлагается процедура Саймона. Она заключается в расположении экспертом карточек с названиями показателей, которые размещаются снизу-вверх в соответствии с важностью каждого критерия. Веса рассчитываются путем деления ранга характеристики на сумму рангов. В статье [115] приводится методика построения рейтинга с определением весовых коэффициентов на основе метода главных компонент факторного анализа.

Вычисление интегрального показателя R с использованием весовых коэффициентов γ будет иметь вид:

$$R_j = \gamma_1 \cdot x_{1j} + \dots + \gamma_n \cdot x_{nj}. \quad (1.22)$$

Существуют также модификации этой формулы. В работе [112] значения x возводятся в квадрат и умножаются на величину весовых коэффициентов, в [116] определяется квадратный корень из суммы квадратов отклонений стандартизованных коэффициентов.

На основе вычисленного значения интегрального показателя R может быть составлен рейтинг объектов, сделан вывод о динамике изменения их состояний. Обратная задача заключается в определении стандартизованных значений x для достижения заданного уровня интегрального показателя.

1.3.2 Решение обратных задач для отдельных видов зависимостей

1.3.2.1 Решение обратной задачи с аддитивной моделью

Рассмотрим процесс решения обратной задачи с помощью аппарата обратных вычислений для различных видов зависимостей.

В случае аддитивной модели с двумя переменными система будет иметь вид [40]:

$$\begin{cases} y \pm \Delta y = x_1 \pm \Delta x_1(\beta_1) \pm x_2 \pm \Delta x_2(\beta_2); \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2}. \end{cases}$$

В таблице 1.2 представлены аналитические формулы расчета изменений аргументов, полученные путем решения данной системы уравнений для каждого отдельного случая.

При этом в случае, когда изменения аргументов осуществляется в одном направлении $(x_1^+, x_2^+, x_1^-, x_2^-)$, могут быть использованы более простые формулы:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \Delta y \cdot \beta_1, \\ \Delta x_2 &= \Delta y \cdot \beta_2. \end{aligned}$$

В качестве примера рассмотрим задачу формирования себестоимости (1.17) (рисунок 1.16), необходимо снизить её текущее значение (30 усл.ден.ед.) на 5 усл.ден.ед. за счёт снижения постоянных и переменных затрат (исходные значения постоянных и переменных затрат равны 20 и 10 соответственно, а коэффициенты относительной важности для постоянных и переменных затрат равны 0,2 и 0,8 соответственно). Используя представленные в таблице 1.2 формулы и данные рисунка 1.17, получим:

$$\Delta ПЕР = \frac{5}{\frac{0,2}{0,8} + 1} = 4,$$

$$\Delta ПОСТ = \frac{4 \cdot 0,2}{0,8} = 1.$$

Таблица 1.2 – Аналитические формулы расчета изменений аргументов

Изменение результатирующего показателя	Изменения аргументов	Формулы расчёта изменений аргументов	Формулы расчёта новых значений аргументов
+	x_1^+, x_2^+	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{\Delta y}{\frac{\beta_1}{\beta_2} + 1}$	$x_1^* = x_1 + \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 + \Delta x_2$
	x_1^+, x_2^-	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{\Delta y}{\frac{\beta_1}{\beta_2} - 1}$	$x_1^* = x_1 + \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 - \Delta x_2$
-	x_1^-, x_2^-	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{\Delta y}{\frac{\beta_1}{\beta_2} + 1}$	$x_1^* = x_1 - \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 - \Delta x_2$
	x_1^+, x_2^-	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{\Delta y}{\frac{\beta_1}{\beta_2} - 1}$	$x_1^* = x_1 + \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 - \Delta x_2$

Следовательно, для снижения себестоимости на 5 усл.ден.ед. необходимо снизить переменные затраты на 4 усл.ден.ед., постоянные на 1 усл.ден.ед.

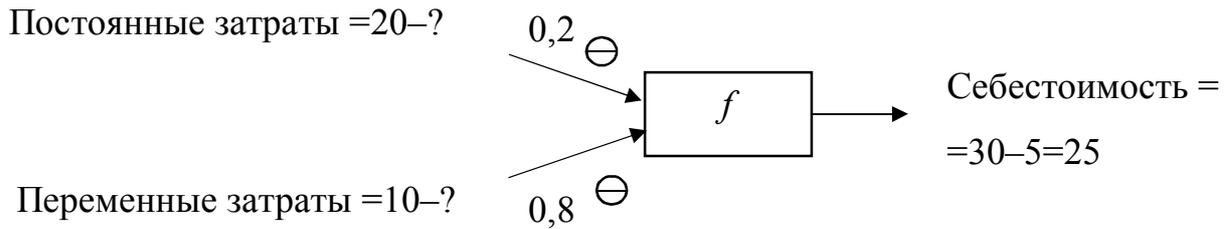


Рисунок 1.17 – Задача формирования себестоимости

1.3.2.2 Решение обратной задачи с мультипликативной моделью

В случае мультипликативной модели с двумя переменными система имеет вид:

$$\begin{cases} y \pm \Delta y = (x_1 \pm \Delta x_1(\beta_1))(x_2 \pm \Delta x_2(\beta_2)); \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2}. \end{cases}$$

В таблице 1.3 представлены аналитические формулы расчета изменений аргументов. При этом из двух вариантов расчёта Δx_2 выбирается наименьшее положительное число.

Так, на рисунке 1.18 в качестве примера приведен случай мультипликативной зависимости для функции двух аргументов: задача формирования выручки (1.9).

Исходные данные: $B = 50$ усл.ден.ед., $C = 10$ усл.ден.ед., $K = 5$ усл.ед., $\beta_1 = 0,75$ и $\beta_2 = 0,25$, положительное направление изменения показателей. Задача заключается в определении значения цены и количества, которые обеспечат величину выручки, равную 100.

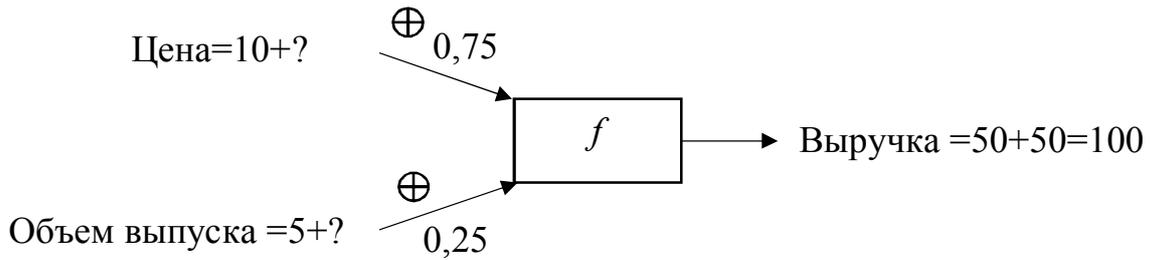


Рисунок 1.18 – Задача формирования выручки

Таблица 1.3 – Аналитические формулы расчета изменений аргументов при мультипликативной зависимости

Изменение результирующего показателя	Изменения аргументов	Формулы расчёта изменений аргументов	Формулы расчёта новых значений аргументов
+	x_1^+, x_2^+	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{-\left(x_1 + x_2 \frac{\beta_1}{\beta_2}\right) + \sqrt{\left(x_1 + x_2 \frac{\beta_1}{\beta_2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2} \Delta y}}{2 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 + \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 + \Delta x_2$
	x_1^+, x_2^-	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{-\left(-x_1 + x_2 \frac{\beta_1}{\beta_2}\right) + \sqrt{\left(-x_1 + x_2 \frac{\beta_1}{\beta_2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2} \Delta y}}{-2 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 + \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 - \Delta x_2$
-	x_1^-, x_2^-	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{-\left(-x_1 - x_2 \frac{\beta_1}{\beta_2}\right) - \sqrt{\left(-x_1 - x_2 \frac{\beta_1}{\beta_2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2} \Delta y}}{2 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 - \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 - \Delta x_2$

Изменение результирующего показателя	Изменения аргументов	Формулы расчёта изменений аргументов	Формулы расчёта новых значений аргументов
	x_1^+, x_2^-	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{-\left(-x_1 + x_2 \frac{\beta_1}{\beta_2}\right) - \sqrt{\left(-x_1 + x_2 \frac{\beta_1}{\beta_2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2} \Delta y}}{-2 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 + \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 - \Delta x_2$

Подставив входные значения в формулы (таблица 1.3), получим следующее решение задачи:

$$\Delta K = \frac{-\left(10 + 5 \frac{0,75}{0,25}\right) + \sqrt{\left(10 + 5 \frac{0,75}{0,25}\right)^2 + 4 \cdot \frac{0,75}{0,25} \cdot 50}}{2 \cdot \frac{0,75}{0,25}} = 1,67,$$

$$\Delta \Pi = 1,67 \cdot \frac{0,75}{0,25} = 5.$$

Значения объема выпуска и цены равны 6,67 усл.ед. и 15 усл.ден.ед. соответственно.

1.3.2.3 Решение обратной задачи с кратной моделью

В случае кратной модели система имеет вид:

$$\begin{cases} y \pm \Delta y = \frac{(x_1 \pm \Delta x_1(\beta_1))}{(x_2 \pm \Delta x_2(\beta_2))}; \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2}. \end{cases}$$

В таблице 1.4. представлены аналитические формулы расчета изменений аргументов в случае кратной модели.

На рисунке 1.19 приведена задача формирования рентабельности (1.18).

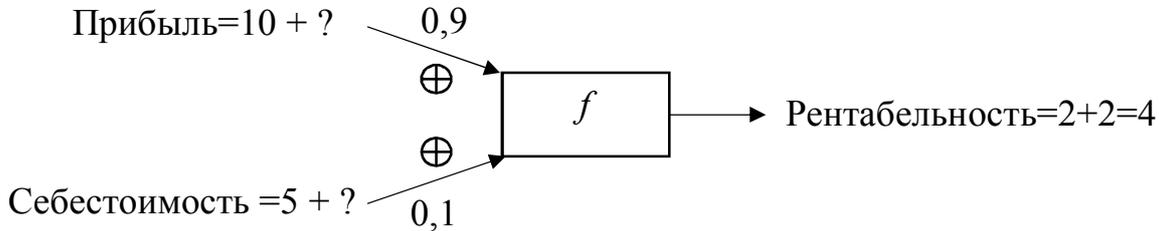


Рисунок 1.19 – Задача формирования рентабельности

Подставив входные значения в формулы (таблица 1.4) получим следующее решение задачи:

$$\Delta C = \frac{-5(2+2)+10}{2+2-\frac{0,9}{0,1}} = 2, \quad \Delta \Pi = 2 \cdot 9 = 18.$$

Таблица 1.4 – Аналитические формулы расчета изменений аргументов при кратной модели

Изменение результирующего показателя	Изменения аргументов	Формулы расчёта изменений аргументов	Формулы расчёта новых значений аргументов
+	x_1^+, x_2^+	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{-x_2(y + \Delta y) + x_1}{y + \Delta y - \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 + \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 + \Delta x_2$
	x_1^+, x_2^-	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{-x_2(y + \Delta y) + x_1}{-y - \Delta y - \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 + \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 - \Delta x_2$

Изменение результатирующего показателя	Изменения аргументов	Формулы расчёта изменений аргументов	Формулы расчёта новых значений аргументов
	x_1^-, x_2^-	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{-x_2(y + \Delta y) + x_1}{-y - \Delta y + \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 - \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 - \Delta x_2$
—	x_1^-, x_2^-	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{x_2(-y + \Delta y) + x_1}{-y + \Delta y + \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 - \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 - \Delta x_2$
	x_1^-, x_2^+	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{x_2(-y + \Delta y) + x_1}{y - \Delta y + \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 - \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 + \Delta x_2$
	x_1^+, x_2^+	$\Delta x_1 = \frac{\Delta x_2 \cdot \beta_1}{\beta_2},$ $\Delta x_2 = \frac{x_2(-y + \Delta y) + x_1}{y - \Delta y - \frac{\beta_1}{\beta_2}}$	$x_1^* = x_1 + \Delta x_1,$ $x_2^* = x_2 + \Delta x_2$

Значения прибыли и себестоимости равны 28 усл.ден.ед. и 7 усл.ден.ед. соответственно.

1.3.3 Решение обратной задачи с многоаргументной функцией

В случае, если число аргументов больше 2, может быть выполнена свёртка показателей [40], позволяющая осуществить решение задачи путем последовательного решения задач двух аргументов. Процедура свертки включает следующие этапы.

1. Преобразование задачи в двух факторную, которая включает результирующий показатель $y + \Delta y$ и два аргумента: первый фактор x_1 и новый показатель x_2' , формируемый из оставшихся $rem=n-1$ аргументов (n – число аргументов функции).

2. Коэффициент относительной важности второго аргумента определяется по формуле:

$$\beta_2^* = \sum_{i=2}^n \beta_i.$$

3. Решение обратной задачи по определению изменений показателей x_1 и x_2' .

После этого происходит решение задачи для функции двух аргументов, где в качестве результирующего показателя рассматривается полученное значение x_2' :

4. Преобразование задачи в двухфакторную, которая включает результирующий показатель x_2' и два аргумента: второй фактор x_2 и новый показатель x_3' , формируемый из оставшихся $rem=n-2$ аргументов.

5. Коэффициенты важности аргументов нормируются по формуле:

$$\beta_2' = \frac{\beta_2}{\sum_{j=2}^n \beta_j},$$

$$\beta_3' = \frac{\sum_{i=3}^n \beta_i}{\sum_{j=2}^n \beta_j}.$$

6. Решение обратной задачи по определению изменений показателей x_2 и x_3' .

Далее шаги 4–6 повторяются для новой задачи до тех пор, пока величина *rem* не будет равна 1.

Так, в случае зависимости результирующего показателя от трех аргументов решение задачи с помощью свертки потребует решения двух обратных задач с двумя аргументами. Пусть модель имеет аддитивный вид:

$$y = x_1 + x_2 + x_3.$$

Необходимо снизить значение результирующего показателя за счет снижения всех аргументов (рисунок 1.20) ($\beta_1 = 0,5$; $\beta_2 = 0,3$; $\beta_3 = 0,2$; $y = 15$; $x_1 = 7$; $x_2 = 5$; $x_3 = 3$; $\Delta y = 8$).

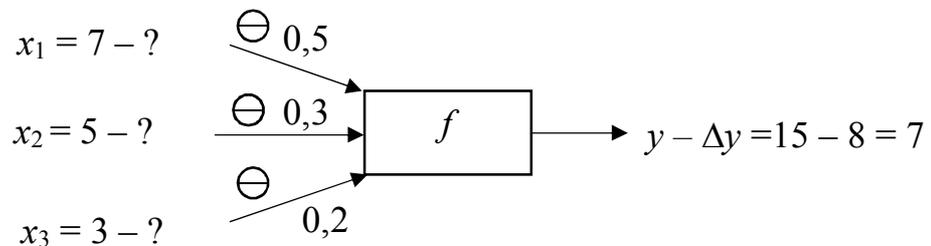


Рисунок 1.20 – Обратная задача с тремя аргументами

На рисунках 1.21, 1.22 представлены подзадачи, на которые разбивается исходная задача. Тогда новые значения аргумента и коэффициента относительной важности будут равны:

$$x_2' = x_2 + x_3 = 8;$$

$$\beta_2^* = 0,3 + 0,2 = 0,5.$$

При решении первой подзадачи определяются изменения аргументов x_1 и x_2' : $\Delta x_1 = 4$, $\Delta x_2' = 4$. Путем решения второй подзадачи определяются изменения аргументов x_2 и x_3 : $\Delta x_2 = 2,4$, $\Delta x_3 = 1,6$.

Таким образом, новые значения аргументов будут равны:

$$x_1^* = 7 - 4 = 3;$$

$$x_2^* = 5 - 2,4 = 2,6;$$

$$x_3^* = 3 - 1,6 = 1,4.$$

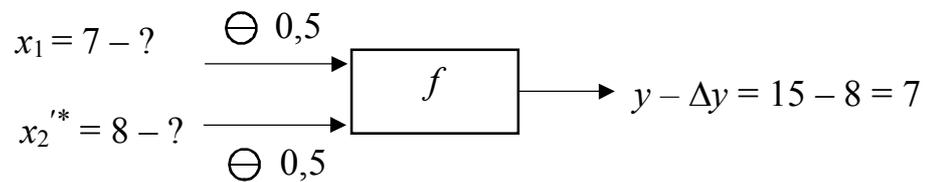


Рисунок 1.21 – Первая подзадача

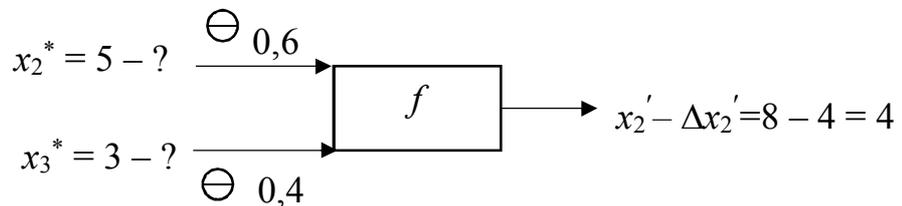


Рисунок 1.22 – Вторая подзадача

Рассмотрев механизм работы свертки, можно сделать вывод, что данная процедура является достаточно трудоемкой из-за необходимости определения новых переменных и формирования новых подзадач. Такой метод может быть использован для решения задачи «вручную» при небольшом числе аргументов. Для более сложных вариантов могут быть рассмотрены другие методы решения задачи.

Одним из таких методов решения обратной задачи при многоаргументной функции является формирование и решение системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} y \pm \Delta y = f(x_1 \pm \Delta x_1(\beta_1), x_2 \pm \Delta x_2(\beta_2), \dots, x_n \pm \Delta x_n(\beta_n)); \\ \frac{\pm \Delta x_1}{\pm \Delta x_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2}; \\ \frac{\pm \Delta x_1}{\pm \Delta x_3} = \frac{\beta_1}{\beta_3}; \\ \dots \\ \frac{\pm \Delta x_1}{\pm \Delta x_n} = \frac{\beta_1}{\beta_n}; \\ \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n = 1. \end{array} \right. \quad (1.23)$$

Элементы данной системы определяют соответствие изменений аргументам коэффициентам относительной важности и равенство результирующего показателя заданному значению.

Так, для задачи на рисунке 1.18 система уравнений будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{0,5}{0,3}, \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta x_3} = \frac{0,5}{0,2}, \\ 7 + \Delta x_1 + 5 + \Delta x_2 + 3 + \Delta x_3 = 7 \end{array} \right.$$

Решение системы соответствует решению задачи с помощью процедуры свертки.

Данный способ является наиболее подходящим для решения обратных задач с использованием математических пакетов, которые обладают стандартными средствами решения систем уравнений. Однако при реализации алгоритмов при создании программных систем в случае его применения требуется использование сложных вычислительных методов, в частности для решения систем уравнений (1.23).

В связи с этим для компьютерной реализации может быть использован алгоритм решения задачи с помощью пошагового изменения начальных значений аргументов с заданными коэффициентами относительной приоритетности [40].

Исходные данные алгоритма: точность ε , значения коэффициентов относительной приоритетности β , направление изменение показателя t (принимает два возможных значения: $-1, +1$), заданное значение функции y^* ($y^* = y \pm \Delta y$), начальное значение функции y ($y_0 = y$), величина разницы между заданным значением результирующего показателя и его начальным значением: $\delta_0 = |y^* - y_0|$, исходные значения аргументов x , начальное значение приращения s (малое число), изменение приращения Δs , номер шага k ($k = 1$). Реализация алгоритма включает следующие шаги.

Шаг 1. Определение результирующего показателя:

$$y_k = f(x_1 + s \cdot t_1 \cdot \beta_1, x_2 + s \cdot t_2 \cdot \beta_2, \dots, x_n + s \cdot t_n \cdot \beta_n);$$

Шаг 2. Расчёт разницы между заданным значением результирующего показателя и его текущим значением:

$$\delta_k = |y^* - y_k|$$

Шаг 3. Проверка условия окончания алгоритма:

Если $\delta_k > \delta_{k-1}$ или $|y^* - y_k| < \varepsilon$, то работа алгоритма завершается.

Иначе – изменение приращения: $s = s + \Delta s$, переход на шаг 1.

Достоинством данного алгоритма является простота его компьютерной реализации. Однако недостатком является необходимость выполнения многократных итераций для получения результата, т.к. на каждой итерации происходит изменение аргумента на малую величину (в противном случае может быть получена большая разница с заданным значением результирующего показателя).

1.3.4 Решение обратной задачи при наличии ограничений

Большое количество задач экономики предполагает наличие ограничений на величину показателей. Так, например, объем выпуска может быть ограничен

производственными ресурсами предприятия, а себестоимость – закупочной стоимостью материалов. В этом случае при решении обратной задачи дефицит/излишек одного ресурса может быть скомпенсирован другим. В работе [41] рассматривается понятие взаимозаменяемости ресурсов, под которой понимается процесс вычисления эквивалентного объема одного или нескольких недостающих ресурсов различной природы. С этой целью введено также понятие условного ресурса – объекта абстрактной природы (цена, банковский процент, объем продаж), с помощью которого могут быть выполнены специальные расчёты. Например, если для увеличения выручки (рисунок 1.21) недостаточно материальных ресурсов для увеличения объема продаж, то достижение цели может быть выполнено за счёт условного ресурса: увеличения продажной цены. Таким образом, в данной интерпретации цена также выступает в качестве ресурса наравне с материальными. Данная операция по взаимозаменяемости реализуема за счёт того, что количество и цена связаны формулой, по которой происходит пересчёт выручки.

Так, в случае если в задаче на рисунке 1.17 существует ограничение на объем выпуска (максимальное значение количества равно 6), то получим ситуацию, где для достижения выручки, равной 100, необходимо увеличить цену до 16,67 при равенстве количества граничному значению, равному 6. Таким образом, происходит увеличение одного ресурса за счёт невозможности увеличения другого ресурса.

В статье [42] рассматривается следующий способ решения такой задачи при использовании единого коэффициента прироста аргументов и двухаргументной функции:

1. Вычисление единого коэффициента ω прироста аргументов путем его выражения из функции:

$$y + \Delta y = f(x_1 + \omega \cdot \beta_1, x_2 + \omega \cdot \beta_2).$$

2. Определение нового значения коэффициента важности для аргумента, на значение которого наложено ограничение. Так, в случае, если установлено

максимальное значение для первого аргумента, новая величина коэффициента относительной важности β_1' будет определена из формулы:

$$x_1 + \omega \cdot \beta_1' = \max(x_1 + \Delta x_1).$$

3. Определение нового значения второго коэффициента относительной важности исходя из условия равенства суммы коэффициентов единице:
 $\beta_2' = 1 - \beta_1'$.

4. Решение обратной задачи с новыми значениями коэффициентов относительной важности:

$$x_1^* = x_1 + \omega \cdot \beta_1',$$

$$x_2^* = x_2 + \omega \cdot \beta_2'.$$

Обобщенно данный алгоритм может быть представлен следующим образом:

1. Рассчитать значения искомых величин x_1, x_2 , обеспечивающих заданное значение функции $y + \Delta y$ с помощью обратных вычислений. Если полученные значения соответствуют ограничениям, то они являются решением задачи, иначе происходит переход к следующему шагу.

2. Присвоить показателю граничное значение. Если для величины установлена и верхняя и нижняя граница, то используется ближайшее к полученному решению значение.

3. Подставить значение в исходную функцию и определить величину второго показателя путем решения полученного уравнения.

В качестве недостатка предложенного способа отмечено отсутствие возможности получения решения для определенного соотношения коэффициентов относительной важности.

В статье [41] описана итерационная процедура оптимизации, которая заключается в последовательном изменении функционала и определении величин изменений аргументов, что позволяет получить результат с учетом заданных ограничений. Данный метод может быть использован для многоаргументных функций. Каждая итерация алгоритма состоит из двух шагов:

1. Изменение значения функции на некоторое число, определение приростов ресурсов с помощью обратных вычислений;

2. Перерасчёт изменений аргументов в случае обнаружения дефицита ресурса и необходимости его восполнения за счёт других. Если есть ресурсы, которые не исчерпаны, то происходит возврат на шаг 1.

При перерасчёте изменений аргументов происходит присвоение аргументам, значения которых не соответствуют ограничениям, граничных значений и изменение коэффициентов относительной важности для ресурсов, которые могут быть использованы в качестве заменителя. При этом новые величины коэффициентов важности определяются по формуле нормирования:

$$\beta_i' = \frac{\beta_i}{\sum_{j=1}^k \beta_j},$$

где β_i' – новая величина коэффициента относительной важности i -го ресурса;

β_i – исходная величина коэффициента относительной важности i -го ресурса;

k – количество ресурсов, которые могут быть использованы в качестве заменителя.

Шаги 1–2 выполняются до исчерпания ресурсов либо до достижения функцией заданного значения.

В качестве недостатка данного метода решения обратной задачи с ограничениями можно отметить трудоемкость вычислений, поскольку на каждой итерации необходимо выполнять проверку на соответствие ограничениям, корректировать значения коэффициентов относительной важности и решать обратную задачу, задействовав возможные ресурсы. Кроме того, при использовании данного алгоритма соотношения изменений аргументов могут значительно отличаться от установленных коэффициентов относительной важности.

1.3.5 Решение обратной задачи при использовании аргументов в нескольких подзадачах

При исследовании экономических систем может возникнуть ситуация, когда один или несколько аргументов используются в нескольких задачах. Так, на рисунке 1.23 представлен пример, когда значение аргумента x_1 необходимо определить одновременно в двух обратных задачах.

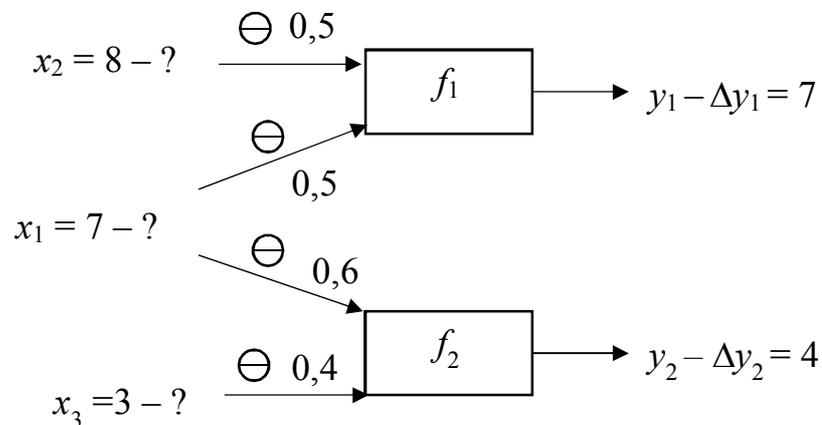


Рисунок 1.23 – Использование аргумента в двух задачах

Случай, когда один и тот же аргумент используется при расчете двух показателей, рассмотрен в статье [43]. Основная суть предложенного метода решения такой задачи заключается в последовательном решении двух обратных задач с целью определения компромиссного варианта. Для этого происходит изменение показателя, участвующего в двух задачах, пропорционально результирующим величинам. Так, для задачи на рисунке 1.10 после определения изменения x_1 в задаче по формированию величины y_1^* (обозначим x_{1,y_1}^*) и величины y_2^* (обозначим x_{1,y_2}^*) происходит определение коэффициентов

распределения приростов:

$$k_{y_1} = \frac{y_1}{y_1 + y_2};$$

$$k_{y_2} = \frac{y_2}{y_1 + y_2}.$$

где k_{y_1} – коэффициент распределения прироста для первой задачи;

k_{y_2} – коэффициент распределения прироста для второй задачи.

Новые значения изменений аргументов будут равны:

$$\Delta \tilde{x}_{1,y_1}^* = (\Delta x_{1,y_1}^* - \Delta x_{1,y_2}^*) \cdot k_{y_1},$$

$$\Delta \tilde{x}_{1,y_2}^* = (\Delta x_{1,y_1}^* - \Delta x_{1,y_2}^*) \cdot k_{y_2}.$$

Поиск компромиссных значений аргументов продолжается до тех пор, пока аналитиком не будет принято решение об остановке расчётов и выборе полученных значений в качестве решения задачи.

Таким образом, данная процедура требует привлечения дополнительной экспертной информации в части поиска компромиссного варианта. Кроме того, она значительно усложняется в случае, когда число задач больше двух, а участвующих одновременно в разных задачах переменных – больше единицы.

1.3.6 Алгоритм решения задачи специалистом с помощью обратных вычислений

Процесс решения обратной задачи специалистом можно представить в виде итерационного алгоритма на рисунке 1.24. Итерационный характер процесса обусловлен следующими причинами:

1. при указании входной информации могут быть допущены ошибки (в том числе по причине несогласованности экспертной информации);
2. может отсутствовать решение при заданной входной информации;

3. присутствует необходимость сравнения нескольких вариантов решения и выбора из них наиболее соответствующего возможностям изменения параметров системы и обеспечивающего минимальный риск недостижения поставленной цели в существующих условиях.

Таким образом, на эксперта возлагается необходимость корректировки входных данных для поиска решения. При большом числе аргументов этот процесс может занять продолжительное время.

Отдельно рассмотрим случай, когда решение задачи при заданных входных данных может быть не найдено. Так, рассмотрим задачу формирования прибыли (1.12) и установим коэффициенты относительной важности для объема выпуска, цены и себестоимости равными 0,5, 0,2 и 0,3 соответственно (положительное направление изменения аргументов). Необходимо найти изменения аргументов таким образом, чтобы значение прибыли составило 3400 усл.ден.ед. (рисунок 1.25).

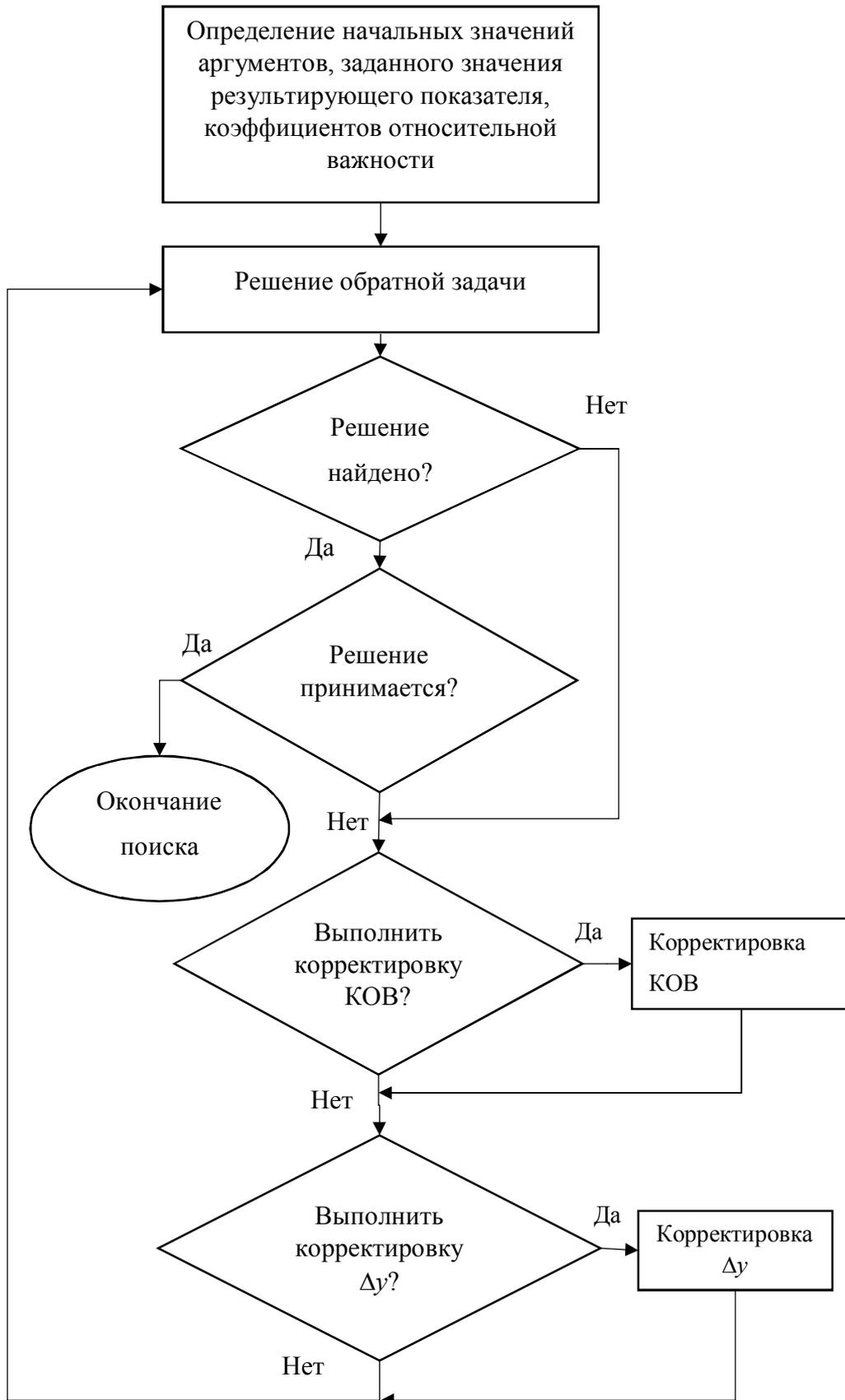


Рисунок 1.24 – Алгоритм поиска решения экспертом

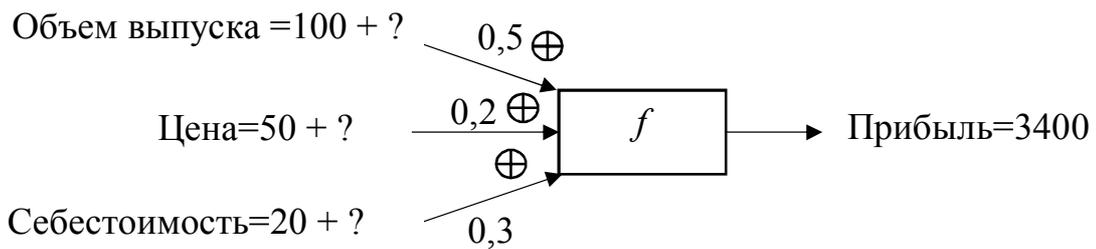


Рисунок 1.25 – Задача формирования прибыли предприятия с помощью обратных вычислений

При решении задачи с использованием системы уравнений система будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{0,5}{0,2}, \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta x_3} = \frac{0,5}{0,3}, \\ (100 + \Delta x_1)(50 + \Delta x_2 - 20 - \Delta x_3) = 3400. \end{cases}$$

Полученная система не имеет решения, установленные значения входных данных не позволяют достичь поставленной цели. В качестве варианта преодоления трудности, связанной с невозможностью получения решения при отдельных значениях входных данных, может быть рассмотрен способ, при котором изменения аргументов и результирующая величина должны соответствовать заданным значениям с некоторой точностью. Такой результат может быть получен при использовании итерационного алгоритма, рассмотренного в п.1.3.3.

Решение задачи формирования прибыли (рисунок 1.24) с помощью данного алгоритма ($s = 0,01$, $\Delta s = 0,01$, $l = 0,01$, $\varepsilon = 0,01$): $\Delta x_1 = 25,005$, $\Delta x_2 = 10,002$, $\Delta x_3 = 15,003$. На рисунке 1.26 представлены значения прибыли в разных итерациях. Приращения аргументов соответствуют установленным значениям коэффициентов важности, при этом наблюдается достаточно большая разница

полученного в результате решения задачи значения результирующего показателя с заданным значением прибыли (275 усл.ден.ед.).

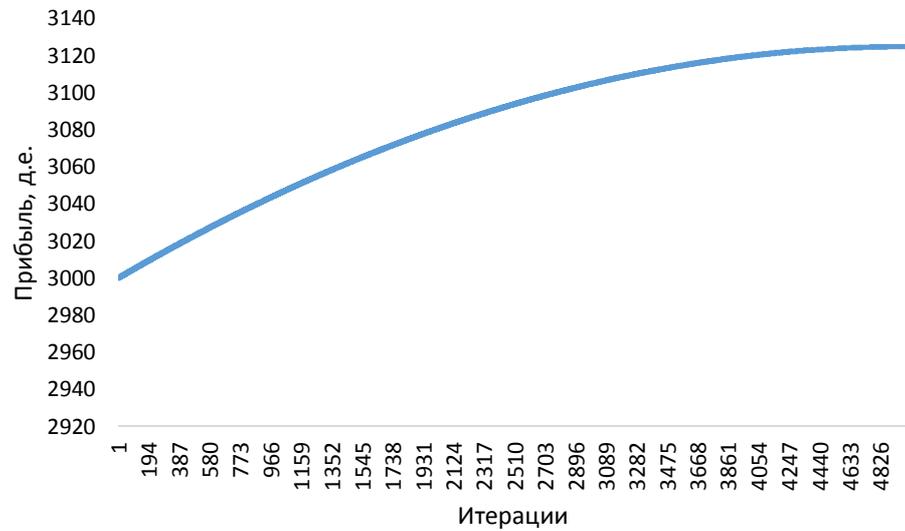


Рисунок 1.26 – Изменение прибыли по итерациям

Полученные результаты свидетельствуют о том, что использование данного алгоритма позволяет найти решение при соответствии изменений аргументов коэффициентам относительной важности, при этом значение результирующего показателя определяется с некоторой погрешностью.

Таким образом, можно отметить, что решение обратной задачи с помощью обратных вычислений является трудоемким процессом и актуальной является задача по минимизации усилий эксперта и ошибок определения входных данных.

1.4 Выводы по главе 1

1. Обратные задачи играют важную роль в различных областях исследования, однако их решение сопряжено с необходимостью регуляризации.

2. Аппарат обратных вычислений является перспективным и востребованным инструментом решения обратных задач экономики, тем не менее проведенные вычислительные расчёты и анализ текущего состояния исследований позволили сделать вывод о наличии ряда ограничений его использования по следующим причинам:

- получение экспертной информации может быть затруднено и сопряжено с затратами ресурсов;
- отсутствует возможность определения решения, при котором изменения аргументов будут минимальны;
- определение входной экспертной информации при большом числе аргументов является трудоемким процессом, что может привести к ошибкам установки входных значений;
- затруднено использование аппарата в случае рассмотрения более сложных задач: наличие дополнительных ограничений на значения аргументов, участие показателей одновременно в нескольких обратных задачах;
- в случае отсутствия решения задачи требуется корректировка входных значений параметров;
- итерационный характер решения задачи экспертом может привести к высоким затратам вычислительных и временных ресурсов.

3. Выявленные недостатки существующих исследований позволяют сделать вывод о том, что актуальной является задача разработки моделей, позволяющих минимизировать усилия эксперта и ошибки определения входных данных. Кроме того, актуальной является задача разработки алгоритмов решения обозначенных задач, более простых в компьютерной реализации и не требующих

применения сложных вычислительных процедур, что позволит сделать разработку программ более быстрой и тиражируемой.

2. Разработка методов и алгоритмов для решения обратных задач прикладной экономики

2.1 Метод решения обратных задач с помощью формирования уравнения зависимости между аргументами функции

Одним из недостатков классического аппарата обратных вычислений было обозначено необходимость определения согласованной экспертной информации, в результате чего могут быть ошибки в значениях входных данных. В частности, специалисту необходимо указать коэффициенты относительной важности и направления изменения показателей. На рисунке 2.1 представлена задача, решение которой не может быть определено, поскольку достижение результата (таблица 1.1) может быть выполнено только путем увеличения двух аргументов, либо увеличения аргумента с большим значением коэффициента относительной важности и уменьшения аргумента с меньшим значением коэффициента относительной важности.

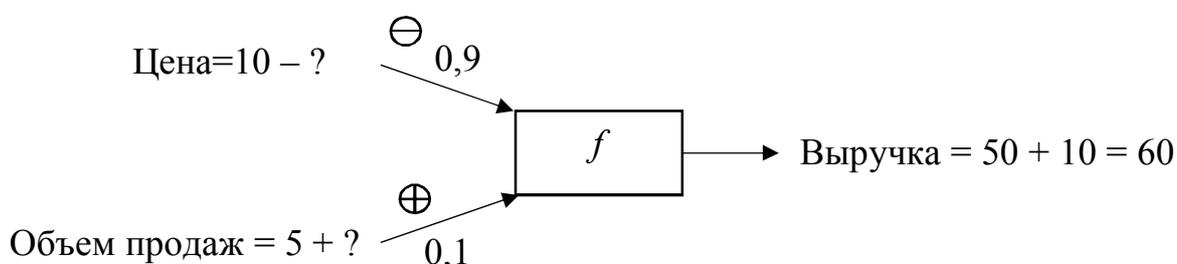


Рисунок 2.1 – Задача формирования выручки при уменьшении цены

Из таблицы 1.1 можно увидеть, что достижение результата (увеличение или уменьшение результирующего показателя) без учета соотношений коэффициентов относительной важности может быть выполнено тремя различными способами. Если принять во внимание соотношение между коэффициентами относительной приоритетности, то число вариантов уменьшается до двух. Следовательно, при решении задачи необходимо выполнять проверку возможности достижения

результата с использованием установленных специалистом направлений изменений показателей и значений коэффициентов относительной приоритетности.

Для того, чтобы исключить данные проверки может быть рассмотрен вариант решения задачи, при котором в качестве входных данных указывается один из двух вариантов достижения цели: изменение аргументов в одном направлении, изменение аргументов в разных направлениях. Для этого был разработан метод решения задачи с помощью формирования уравнения зависимости между аргументами.

Метод обратных вычислений с помощью формирования уравнения зависимости между аргументами заключается в определении аргументов функции на основании её указанного значения, начальных значений аргументов, коэффициентов относительной важности и виду зависимости между аргументами [116–117]. Он предполагает построение линейного уравнения связи между аргументами x вида $x_1 = a \pm bx_2$ (где a , b – числовые параметры, определяемые на основе значений коэффициентов относительной важности и исходных значений аргументов) и подстановку полученного уравнения в исходное соотношение. На рисунке 2.2 представлена графическая иллюстрация задачи формирования выручки. Точка A отражает исходные значения аргументов. Необходимо выполнить переход на кривую заданного уровня выручки (100). Коэффициенты относительной важности определяют пропорции изменения аргументов, т.е. угол наклона прямой, соединяющей точку A с кривой 100/Объем выпуска. Значения коэффициентов важности возьмём в качестве примера 0,75 и 0,25. При этих коэффициентах тангенс угла наклона α будет равен $0,75/0,25=3$. Таким образом, можно представить задачу как задачу по определению точки пересечения линии (определяет зависимость между аргументами функции), которая проходит через исходную точку с углом наклона, определяемого коэффициентами относительной важности, с кривой заданного уровня. При этом в зависимости от варианта изменения аргументов тангенс угла наклона может быть как положительным, так и отрицательным.

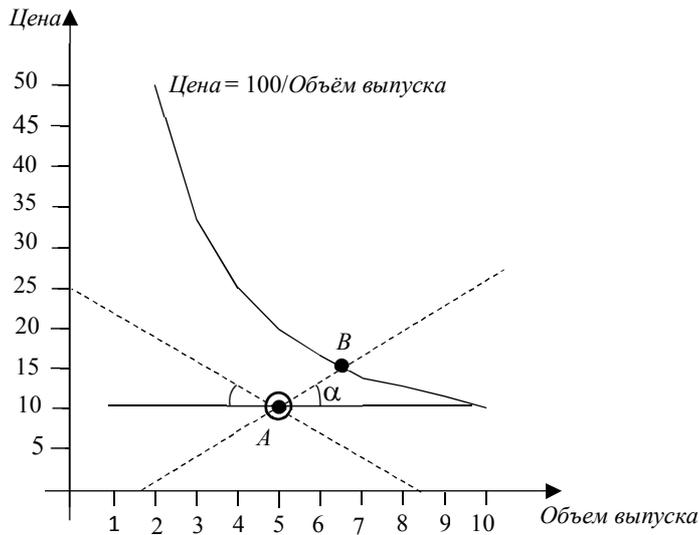


Рисунок 2.2 – Графическая интерпретация обратной задачи

Для создания уравнения связи между аргументами может быть использован минимаксный метод. Суть его заключается в построении уравнения диагонали прямоугольника, образованного минимальными и максимальными значениями величин (рисунок 2.3), при этом в качестве углового коэффициента используется отношение сторон Lx_1 , Lx_2 величины которых вычисляются по формуле:

$$Lx_1 = x_{1\max} - x_{1\min},$$

$$Lx_2 = x_{2\max} - x_{2\min}.$$

При этом необходимо указать направление изменения двух показателей:

1. Изменение аргументов осуществляется в одном направлении (прямая зависимость). Это означает, что происходит либо уменьшение каждого из аргументов, либо их увеличение.
2. Изменение аргументов осуществляется в разных направлениях (обратная зависимость), т.е. один из аргументов уменьшается, а второй – увеличивается.

Так, для построения функции обратной зависимости (рисунок 2.3а) используются формулы:

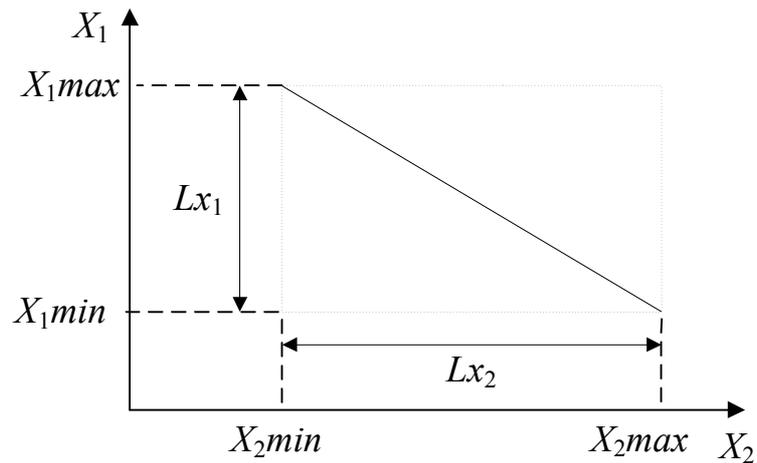
$$b = \frac{Lx_1}{Lx_2},$$

$$a = x_{1\min} + b \cdot x_{2\min}.$$

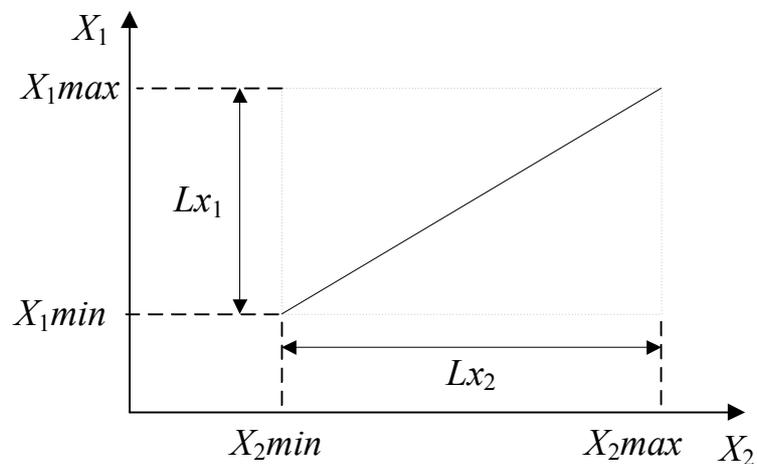
В случае прямой зависимости (рисунок 2.3 б) формулы расчёта параметров имеют вид:

$$b = \frac{Lx_1}{Lx_2},$$

$$a = x_{1\min} - b \cdot x_{2\min}.$$



а)



б)

Рисунок 2.3 – Зависимость между аргументами: а) обратная; б) прямая

В предложенном методе решения обратной задачи используется отношение коэффициентов относительной приоритетности в качестве углового коэффициента и исходные данные вместо минимальных значений.

Таким образом, алгоритм решения обратной задачи следующий:

Шаг.1 Вычислить коэффициенты a , b линейного уравнения зависимости между аргументами:

$$b = \frac{\beta_1}{\beta_2};$$

$$a = x_1 \pm b \cdot x_2;$$

При этом $a = x_1 - b \cdot x_2$, если изменение аргументов происходит в одном направлении, $a = x_1 + b \cdot x_2$, если изменение аргументов осуществляется в разных направлениях.

Шаг 2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y \pm \Delta y = f(x_1^*, x_2^*); \\ x_1^* = a \pm b x_2^*. \end{cases} \quad (2.1)$$

При этом $x_1^* = a + b x_2^*$, если изменение аргументов происходит в одном направлении, $x_1^* = a - b x_2^*$, если изменение аргументов осуществляется в разных направлениях.

Здесь x_1^* , x_2^* – искомые значения первого и второго аргумента:

$$x_2^* = x_2 + \Delta x_2,$$

$$x_1^* = x_1 + \Delta x_1 = a + b \cdot x_2^*.$$

Решение уравнения осуществляется путем подстановки в функцию выражения для x_1^* . Таким образом также могут быть определены аналитические формулы расчета изменений аргументов.

Существующие программы имеют встроенные функции решения систем уравнений. В приложении А рассмотрена реализация метода в пакете Excel.

В таблице 2.1 представлены аналитические формулы для разных видов зависимости. При этом в случае, если результирующий показатель необходимо увеличить в формуле используется величина $y + \Delta y$, если уменьшить – $y - \Delta y$. Из

двух вариантов расчёта Δx_2 выбирается положительное число, наиболее близкое к исходным значениям.

В таблице 2.2 представлено решение задач по формированию экономических показателей с использованием входной информации, представленной на рисунках 1.14, 1.15, 1.16. Можно увидеть, что полученные числовые значения соответствуют решению задач с помощью классического аппарата обратных вычислений (п. 1.3.2.1, 1.3.2.2, 1.3.2.3).

Таким образом, в отличие от классического варианта в предложенном методе определяются не приращения, а искомые величины. При этом рассматривается возможность получения решения только двумя способами: изменение аргументов осуществляется в одном направлении, изменение аргументов осуществляется в разных направлениях. В отличие от классического метода обратных вычислений такой способ позволяет избежать проверок согласованности дополнительной информации, поступающей от специалиста: соответствия поставленной цели коэффициентам относительной важности и направлениям их изменения.

Таблица 2.1 – Аналитические формулы расчет изменений аргументов при использовании модифицированного метода обратных вычислений

Вид зависимости	Изменение аргументов	Аналитические формулы расчёта изменений аргументов
Аддитивная	В одном направлении	$x_1^* = x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2 + \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2^*,$ $x_2^* = \frac{y \pm \Delta y - x_1 + \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2}{\frac{\beta_1}{\beta_2} + 1}$
	В разных направлениях	$x_1^* = x_1 + \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2^*,$ $x_2^* = \frac{y \pm \Delta y - x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2}{1 - \frac{\beta_1}{\beta_2}}$
Мультипликативная	В одном направлении	$x_1^* = x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2 + \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2^*,$ $x_2^* = \frac{-\left(x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2\right) \pm \sqrt{\left(x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2\right)^2 - 4 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot -(y \pm \Delta y)}}{2 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2}}$
	В разных направлениях	$x_1^* = x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2 + \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2^*,$ $x_2^* = \frac{-\left(x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2\right) \pm \sqrt{\left(x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2\right)^2 - 4 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot -(y \pm \Delta y)}}{2 \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2}}$
Кратная	В одном направлении	$x_1^* = x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2 + \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2^*,$ $x_2^* = \frac{\left(x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2\right)}{y + \Delta y - \frac{\beta_1}{\beta_2}}$
	В разных направлениях	$x_1^* = x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2 + \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2^*,$ $x_2^* = \frac{\left(x_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot x_2\right)}{y + \Delta y - \frac{\beta_1}{\beta_2}}$

Таблица 2.2 – Решение задач по формированию показателей

Задача	Уравнение связи между аргументами	Решение задачи
Формирование себестоимости	$x_1^* = 17,5 + 0,25 \cdot x_2^*$	$x_1^* = 19$ $x_2^* = 6$
Формирование выручки	$x_1^* = -5 + 3 \cdot x_2^*$	$x_1^* = 15$ $x_2^* = 6,67$
Формирование рентабельности	$x_1^* = -35 + 9 \cdot x_2^*$	$x_1^* = 28$ $x_2^* = 7$

В качестве примера рассмотрим мультипликативную модель (таблица 1.1) в случае увеличения результирующего показателя и $\beta_1 > \beta_2$. Если при постановке задачи указано, что достижение цели должно быть выполнено путем изменения аргументов в одном направлении (прямая зависимость), то оба аргумента будут увеличены. Если при постановке задачи указано, что достижение цели должно быть выполнено путем изменения аргументов в разных направлениях (обратная зависимость), то аргумент с большим значением коэффициента важности будет увеличен, а аргумент с меньшим значением коэффициента важности будет уменьшен. Таким образом можно исключить ситуацию, когда специалист укажет, например, способ достижения цели путем увеличения аргумента с меньшим значением коэффициента важности и уменьшения аргумента с большим значением коэффициента важности, т.е. входные данные будут определены неверно. Пример такой задачи с неверно определенными входными данными представлен на рисунке 2.1. На рисунке 2.4 приведена задача с помощью формирования уравнения зависимости между аргументами функции. В результате решения задачи будут получены следующие величины: $x_1^* = 12,79$, $x_2^* = 4,69$.

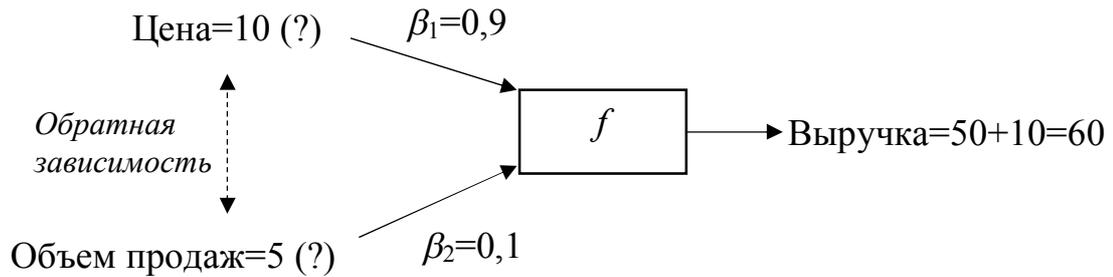


Рисунок 2.4 – Задача формирования выручки с использованием уравнения зависимости между аргументами функции

В случае решения обратной задачи при многоаргументной функции необходимо применить процедуру свертки.

Рассмотрим случай формирования прибыли (1.16) (рисунок 2.5). Введем новую переменную:

Маржинальная прибыль = Цена · Объем продаж – Переменные затраты.

Полученная двухаргументная задача представлена на рисунке 2.6. Зависимость между аргументами имеет вид:

Маржинальная прибыль* = 500 + 4 · Постоянные затраты*.

Подставляя эту зависимость в систему уравнений (2.1), получим решение: Маржинальная прибыль = 5833, Постоянные затраты = 1333.

В таблице 2.3 приведены этапы решения задачи, в которых последовательно были определены такие переменные как маржинальная прибыль и выручка.

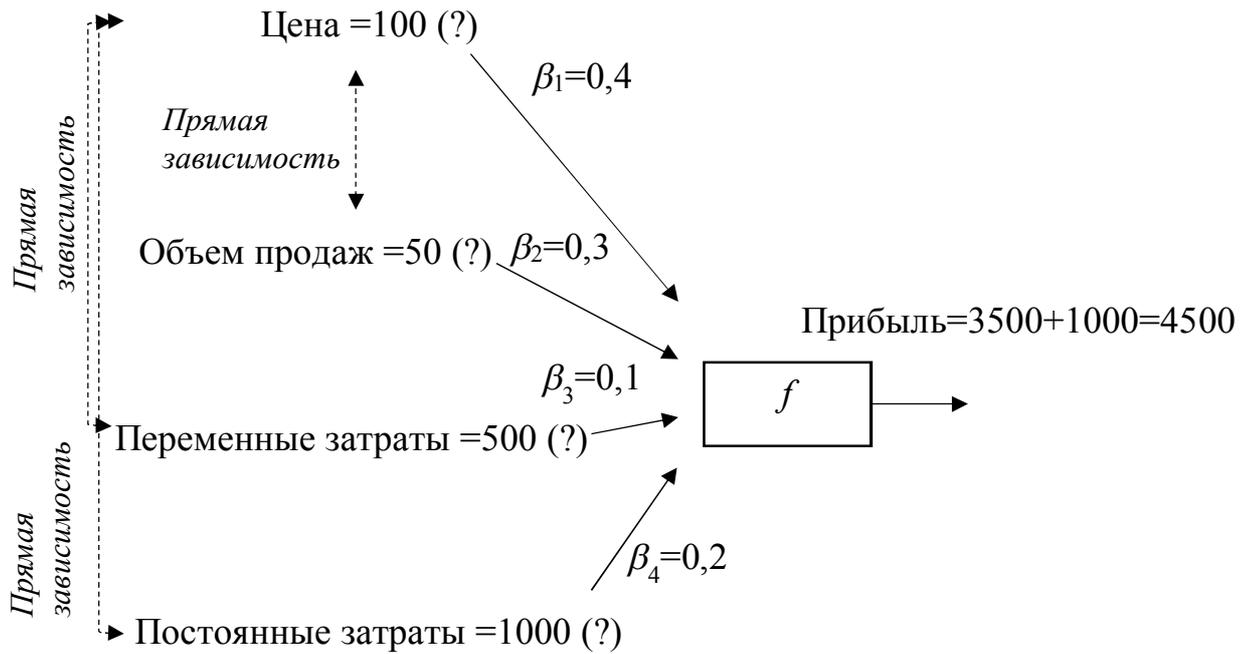


Рисунок 2.5 – Задача формирования прибыли

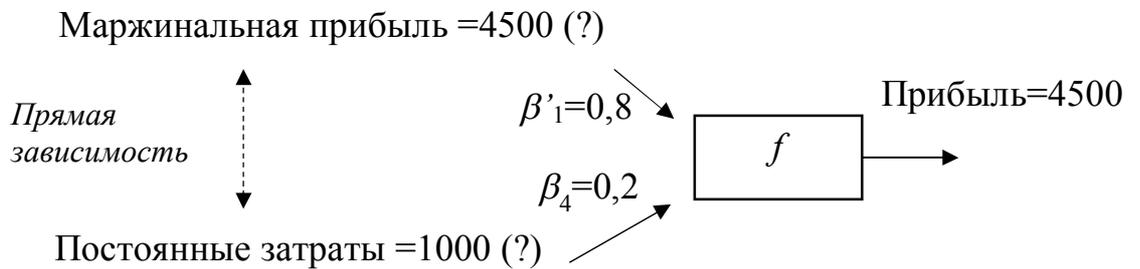


Рисунок 2.6 – Двухаргументная задача формирования прибыли

Таблица 2.3 – Решение задачи в случае многоаргументной функции

Название аргумента 1	Название аргумента 2	КОВ1	КОВ2	Значение аргумента 1	Значение аргумента 2
Маржинальная прибыль	Постоянные затраты	0,8	0,2	5833	1333
Выручка	Переменные затраты	0,875	0,125	6555	722
Цена	Объем продаж	0,571	0,429	111,62	58,73

2.2 Стохастический алгоритм решения обратных задач с ограничениями

При большом числе аргументов и наличии ограничений решение обратной задачи с помощью обратных вычислений усложняется из-за необходимости многократного выполнения проверок полученного решения на соответствие ограничениям и корректировок аргументов и коэффициентов относительной важности [40–42]. Использование стохастических методов при решении задач подобного рода позволяет избежать сложных вычислений и найти приближенное решение с учетом коэффициентов важности, ограничений аргументов, в том числе, рассматривать ситуации, когда переменные могут принимать только целые значения либо значения из заданного набора.

В первой главе было рассмотрено графическое представление обратной задачи в виде дерева/графа целей, где на нулевом уровне расположено значение результирующей функции, а на нижних – аргументы. В свою очередь каждый лист этого дерева может быть результирующим показателем (рисунок 2.7).

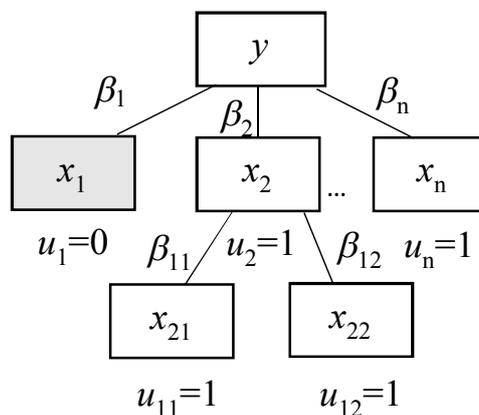


Рисунок 2.7 – Представление задачи в виде дерева

Для использования стохастического алгоритма вместе со стандартными характеристиками определим дополнительные элементы дерева целей [118]:

- начальные значение x , y ;

- заданные/искомые значения x^* , y^* .
- коэффициент относительной важности β (сумма коэффициентов относительной важности аргументов одного уровня и относящихся к одному результирующему показателю должна быть равна единице);
- минимальное l и максимальное h значения, которые может принимать данный показатель;
- индикатор u , характеризующий возможность использования данного элемента, и принимающий два значения: 1 (использование возможно) и 0 (использованием невозможно).

Коэффициент относительной важности β указывает степень изменения результирующего показателя за счет данного аргумента.

Значение индикатора u становится равным нулю в случае, если изменение аргумента не может быть выполнено из-за существующего ограничения или отсутствия положительного изменения целевой функции. Также данный индикатор устанавливается равным нулю для величин – констант.

Общая задача может включать несколько подзадач, решение которых осуществляется последовательно путем обхода вершин дерева сверху-вниз. Так, для задачи на рисунке 2.7 сначала будут вычислены значения x_1, x_2, \dots, x_n , обеспечивающие заданную величину результата y^* , далее – x_{21}, x_{22} для получения значения x_2 . Ниже будут описаны процедуры для решения одной подзадачи. При этом начальное значения корня рассматриваемого поддерева будем обозначать $y = f(x)$, а его значение, которое необходимо получить – y^* .

Для решения обратной задачи был разработан алгоритм, основанный на последовательном изменении функции. Для его применения устанавливается шаг Δy^* , на который будет происходить изменение результирующего показателя (s – номер итерации, y – начальное значение результирующего показателя). Выполнение алгоритма включает следующие этапы.

Шаг 1. Установить новое значение результирующего показателя:

$$y_s = y_s + \Delta y^* .$$

Шаг 2. С помощью алгоритма моделирования полной группы несовместных событий выбрать узел из вершин-потомков, для которых значения индикатора равно 1, в соответствии с коэффициентами важности $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$. Для этого выполняется расчет нормированных значений вероятностей по формуле:

$$p_i^* = \frac{\beta_i}{\sum_{j=1}^q \beta_j}, \quad i = 1..q$$

где j – номер вершины, для которой значение индикатора равно 1;

q – число вершин, для которых значение индикатора равно 1.

Выбор узла происходит в зависимости от значения q : если q равно нулю, то осуществляется завершение работы алгоритма, иначе – выбор узла осуществляется с помощью алгоритма на рисунке 2.8.

Шаг 3. Определяется значение x_{sk}^* выбранной на предыдущем шаге вершины k , при фиксированных значениях остальных величин для получения заданного y_s . Другими словами, происходит решение уравнения $f(x_{sk}^*) = y_s$.

Выполняется проверка соответствия полученного значения ограничению $l_k \leq x_{sk}^* \leq h_k$. Если условие выполняется, то $x_{sk} = x_{sk}^*$, и всем вершинам, не являющимся константой, присваивается индикатор, равный единице, а иначе – $u_k = 0$. Переход к шагу 1.

Шаг 4. Осуществляется проверка условия: $y^* < y_s$ (достижение заданного значения результирующего показателя). Если условие выполняется, происходит завершение работы алгоритма, иначе – переход к шагу 1.

Полученные значения x_s будут решением задачи.

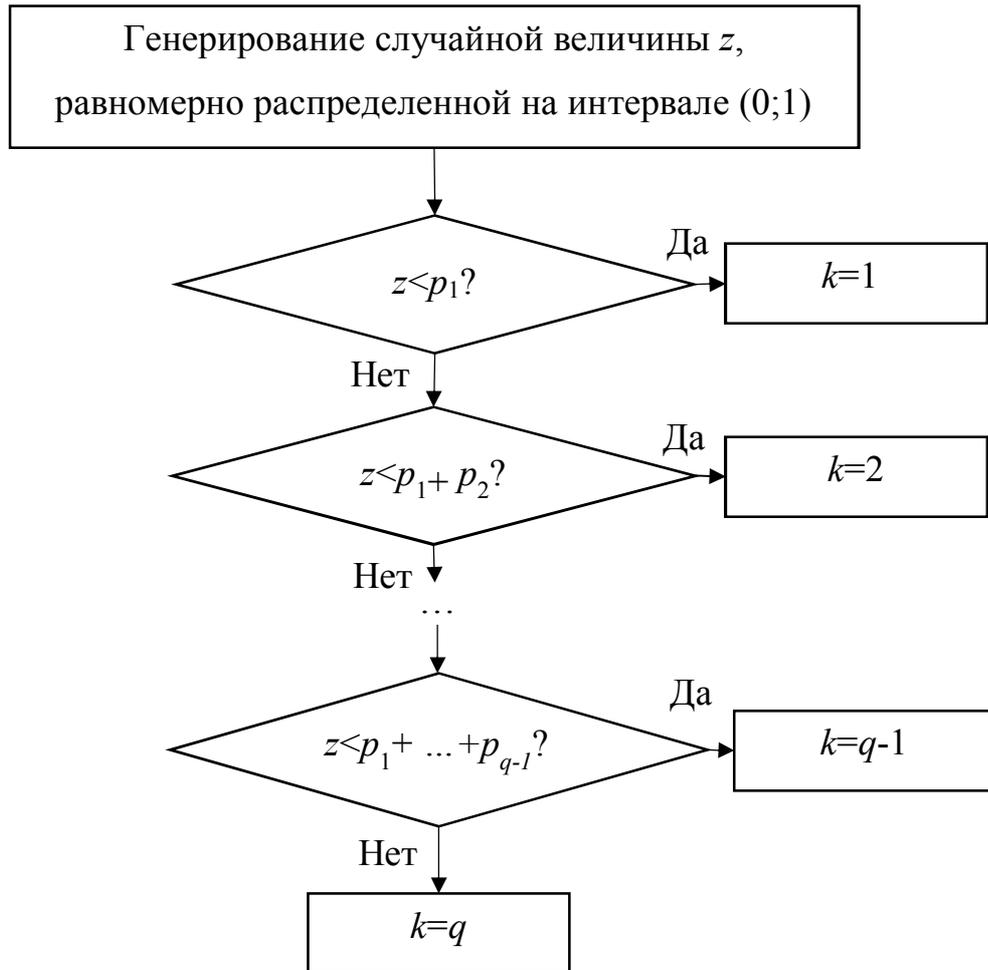


Рисунок 2.8 – Алгоритм выбора номера вершины k

В данном алгоритме представлена ситуация, когда заданное значение результирующего показателя больше его исходной величины. Если задача заключается в уменьшении его значения, то величина Δy^* будет отрицательной, а на шаге 3 условием окончания будет выполнение ограничения $y^* > y_s$. Описанные в алгоритме шаги могут выполняться многократно с запоминанием решения, наилучшим образом соответствующего заданным значениям коэффициентам относительной важности и результирующего показателя.

Реализацию данного алгоритма рассмотрим на примере задачи формирования прибыли (1.9), (1.16): прибыль равна разности выручки и суммы переменных и постоянных затрат (рисунок 2.9).

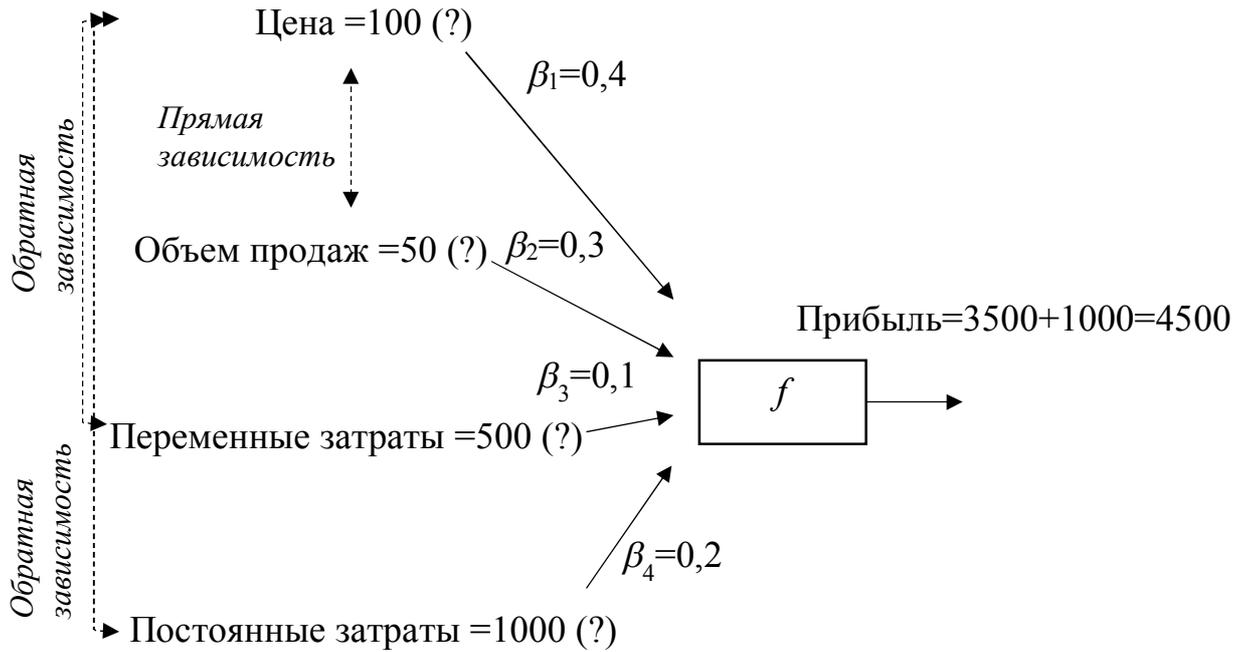


Рисунок 2.9 – Задача формирования прибыли

В таблице 2.4 представлены результаты решения задачи.

Таблица 2.4 – Результаты решения задачи формирования прибыли

Метод поиска решения	Значение функции	Значения аргументов			
		Цена	Объем продаж	Постоянные затраты	Переменные затраты
Метод обратных вычислений	4500,06	105,42	54,07	800	400
Стохастический алгоритм, $\Delta y^* = 0,1$	4511,04	105,75	54	799,27	400,19

В качестве меры соответствия решения задачи решению, полученному с помощью классического аппарата, рассмотрим эвклидову метрику:

$$Eu = \sqrt{(x_1^* - x_{1s}^*)^2 + (x_2^* - x_{2s}^*)^2 + (x_3^* - x_{3s}^*)^2 + (y^* - y_s^*)^2},$$

где x^* – значение аргумента, полученное с помощью аппарата обратных вычислений;

x_s^* – значение аргумента, полученное с помощью стохастического алгоритма;

y^* – значение результирующего показателя, полученное с помощью аппарата обратных вычислений;

y_s^* – значение результирующего показателя, полученное с помощью стохастического алгоритма.

На рисунке 2.10 представлен график значений эвклидовой метрики при разных величинах шага изменения результирующего показателя Δy^* . Можно увидеть, что при увеличении шага значение метрики соответствия увеличивается. При малых значениях шагах полученное решение соответствует решению задачи с помощью обратных вычислений с высокой степенью точности. Однако при этом увеличивается количество шагов алгоритма пропорционально уменьшению величины шага изменения Δy^* .

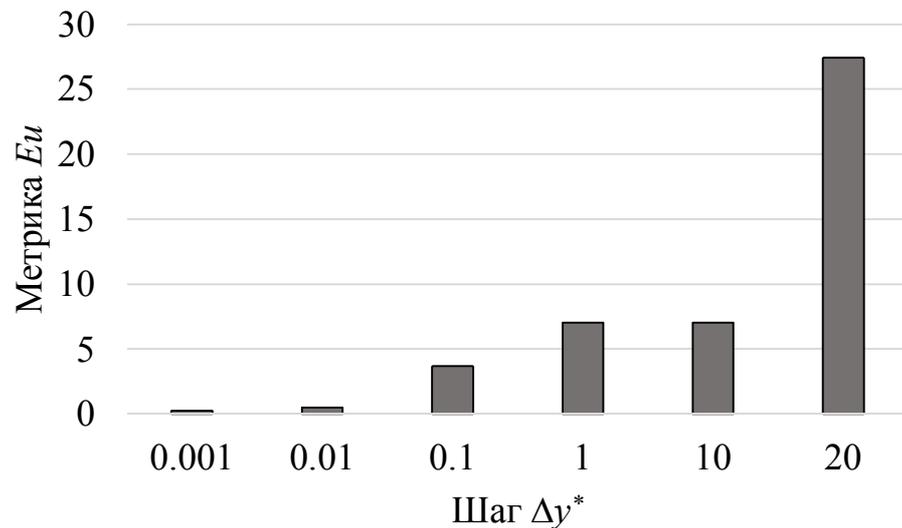


Рисунок 2.10 – Зависимость точности решения от шага изменения результирующего показателя

Теперь рассмотрим решение задачи при наличии ограничений. Пусть установлены следующие границы для аргументов:

$$100 \leq \text{Цена} \leq 110,$$

$$50 \leq \text{Объем продаж} \leq 55,$$

$$850 \leq \text{Постоянные издержки} \leq 1000,$$

$$400 \leq \text{Переменные издержки} \leq 500.$$

В таблице 2.5 представлены результаты решения задачи при наличии ограничений, полученные с помощью метода на основе последовательного решения обратной задачи с помощью обратных вычислений и присвоение аргументам граничных значений в случае несоответствия заданным условиям, рассмотренного в п.1.3.4, и стохастического алгоритма.

Таблица 2.5 – Результаты решения задачи формирования прибыли с ограничениями

Метод поиска решения	Значение функции	Значения аргументов			
		Цена	Объем продаж	Постоянные затраты	Переменные затраты
Метод обратных вычислений	4499,69	105,79	54,35	850	400
Стохастический алгоритм, $\Delta y^* = 0,1$	4501,29	106,23	54,14	850	400

Стоит отметить, что при использовании стохастического алгоритма на основе приращения функции возможно нахождение решения, только для случая, когда сумма абсолютных изменений аргументов минимальна (направления изменения аргументов не задаются в качестве исходных данных). Так, например, ранее было изложено, что в случае двухаргументной функции достижение цели при заданных

коэффициентах относительной важности и направления изменения результирующего показателя возможно двумя способами: изменение двух аргументов в одном направлении, изменение аргументов в разных направлениях. Стохастический алгоритм определит решение способом, который обеспечит минимум суммы абсолютных изменений аргументов, т.е. с его помощью можно достичь заданного значения функции более «быстрым» способом. Преимущество данного алгоритма заключается в отсутствии необходимости определения направления изменений аргументов, т.е. уменьшается объем используемой экспертной информации. Недостаток алгоритма проявляется в отсутствии гибкости, т.к. для некоторых задач может потребоваться поиск решения при наибольшей абсолютной сумме изменения аргументов, а также в непостоянстве полученного решения из-за применения случайных чисел.

2.3 Выводы по главе 2

1. На основе классического аппарата обратных вычислений разработан метод решения обратных задач на основе построения уравнения зависимости между аргументами функции. Преимуществом метода является отсутствие необходимости проверки согласованности дополнительной информации, поступающей от специалиста: соответствия поставленной цели коэффициентам относительной важности и направлениям их изменения. Ограничением метода является отсутствие возможности определения решения, близкого к искомому, в случае недостижимости цели (например, в задаче на рисунке 2.4 будет отсутствовать решение в случае необходимости формирования выручки, равной 100 усл.ден.ед.).

2. Для решения обратных задач с ограничениями разработан стохастический алгоритм, основанный на изменении результирующей величины на малое число и выбора аргумента для достижения результата с помощью моделирования полной группы несовместных событий. Его преимуществом является простота компьютерной реализации, в случае его использования отсутствует необходимость решения системы уравнений, применения процедуры свертки и многократного решения задачи с помощью обратных вычислений при многоаргументной функции. Кроме того, алгоритм на основе приращений не требует указания направления изменения аргументов (т.е. требует меньшего объема экспертной информации), решение определяется для варианта, при котором достижение результата достигается при меньшем суммарном абсолютном изменении аргументов. Ограничением алгоритма является невозможность определения решения с заданным направлением изменения коэффициентов относительной важности и изменяемость решения от реализации к реализации из-за использования случайных величин.

3. Проведенные вычислительные эксперименты по формированию стандартных экономических показателей показали соответствие результатов,

полученных с помощью разработанных методов, и решения с применением классического аппарата обратных вычислений.

4. Выявленные недостатки методов определяют актуальность разработки нового подхода к решению обратных задач на основе использования оптимизационных моделей.

3. Модели и алгоритмы решения обратной задачи на основе расстояния от исходных значений аргументов

3.1 Оптимизационные модели решения обратных задач при отсутствии экспертной информации и минимизации отклонений от исходных значений

Привязка к мнению эксперта имеет свои положительные стороны: может быть рассмотрено несколько возможных вариантов решения задачи, коэффициенты могут быть установлены с учётом реальной возможности направления изменения аргументов и их взаимозависимости. Полученное решение впоследствии может быть скорректировано с учетом дополнительных условий. Однако полученное с использованием коэффициентов относительной приоритетности аргументов решение является субъективным и основано на мнении специалиста, поиск которого затруднён и связан с дополнительными затратами финансовых и временных ресурсов. Это объясняется в том числе трудоемкостью формирования экспертной информации и необходимостью владением специалистом на высоком уровне аппаратом обратных вычислений. Кроме того, постановка задачи может предполагать получение решения без привлечения экспертной информации. К задачам, решение которых может быть найдено без привлечения экспертной информации, в частности, можно отнести задачи поиска максимально близкого к исходному решению [119], т.е. при минимальном изменении аргументов. Здесь исходные значения характеризуют текущее состояние объекта, следовательно, меньшее их изменение требует меньше усилий для достижения поставленной цели.

В качестве меры удаленности полученного решения от исходного могут быть рассмотрены классические метрики: эвклидова метрика, манхэттенское расстояние.

Пусть x_i – i -й показатель деятельности экономического объекта, y – результирующий показатель деятельности объекта, $f(x_i)$ – функция зависимости между показателями x_i и результирующим показателем y ($y = f(x)$). Задача

заключается в определении изменений исходных характеристик Δx_i для достижения заданного значения результирующего показателя $y + \Delta y$.

При минимизации суммы квадратов изменений аргументов задача по определению изменений аргументов может быть представлена в виде (1.5) [120, 121]:

$$\begin{aligned} g(\Delta x) &= \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 \rightarrow \min, \\ f(\Delta x) &= y + \Delta y. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Представление задачи в таком виде может быть определено необходимостью достижения заданного значения результирующего показателя таким образом, чтобы изменения входных параметров были как можно ближе к нулю. Данный способ решения отражает стремление минимизировать корректировку входных управляемых показателей, а, следовательно, и снизить затраты ресурсов на мероприятия, сопряженные с изменением показателей по сравнению с их текущим состоянием.

В случае минимизации суммы модулей изменений аргументов задача имеет вид (1.6):

$$\begin{aligned} g(\Delta x) &= \sum_{i=1}^n |\Delta x_i| \rightarrow \min, \\ f(\Delta x) &= y + \Delta y. \end{aligned} \quad (3.2)$$

В результате решения такой задачи значения некоторых изменений аргументов получаются равными нулю, таким образом, может быть осуществлен отбор наилучших для изменения признаков.

3.2 Алгоритмы решения обратной задачи при минимизации суммы квадратов изменений аргументов

Решение задачи (3.1) может быть выполнено с применением методов нелинейной оптимизации, рассмотренных в п.1.2.2.

Выявленные недостатки существующих методов свидетельствуют о целесообразности проведения исследования, посвященного разработке эффективного алгоритма решения представленной оптимизационной задачи, лишенного перечисленных недостатков, связанных с формированием модифицированной функции, требованиями к виду ограничения. Для его разработки рассмотрено использование аппарата обратных вычислений.

Модификация классической схемы решения при этом выражается в изменении величины соотношения значений приращений аргументов, которая будет определяться теперь угловым коэффициентом кривой уровня, определяемого новым значением функции. Далее будет рассмотрено решение задачи в случае аддитивной, кратной и мультипликативной зависимости [120].

3.2.1 Решение задачи с аддитивной зависимостью

Рассмотрим задачу с *аддитивной* зависимостью:

$$y = x_1 + x_2.$$

Пусть начальные условия задачи: $y = 5$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$. Необходимо определить такие значения x_1^* , x_2^* , при которых y^* равно 10. Построим две линии уровня 5 и 10 соответственно (рисунок 3.1), представляющие собой параллельные прямые. Точка A соответствует начальному условию задачи. Точки линии $x_2 = 10 - x_1$ обеспечат значение результирующей величины, равное 10. Точки B и C

соответствуют случаям, когда искомое значение функции будет получено только за счет изменения x_2 и x_1 соответственно. Точки линии $x_2 = 10 - x_1$, принадлежащие отрезку BC , будут получены при увеличении аргументов функции (x_1^+ , x_2^+), расположенные левее точки B – уменьшении аргумента x_1 и увеличении x_2 (x_1^- , x_2^+), а точки правее C – увеличении x_1 и уменьшения x_2 (x_1^+ , x_2^-).

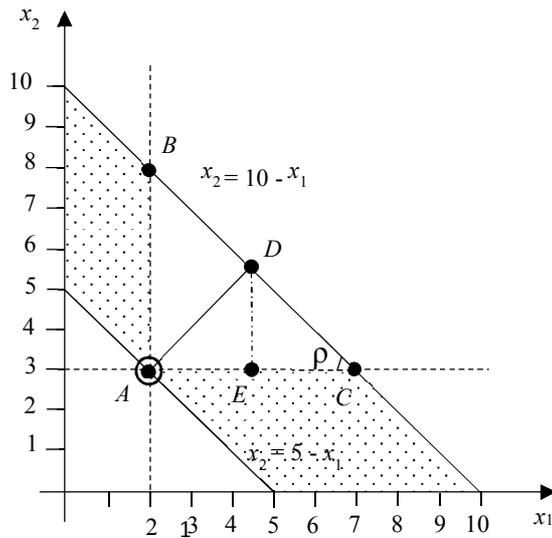


Рисунок 3.1 – Линии уровня 5 и 10

Кратчайшее расстояние из точки A до прямой $x_2 = 10 - x_1$ представляет собой длину перпендикуляра AD . Таким образом, при переходе из точки A в точку D изменение аргументов будет наименьшим. Изменение первого аргумента (Δx_1) равно длине отрезка AE , изменение второго аргумента (Δx_2) – отрезка DE ($AD^2 = AE^2 + DE^2$).

Задача оптимизации при этом может быть представлена в виде задачи квадратичного программирования:

$$g(\Delta x_1, \Delta x_2) = \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 \rightarrow \min,$$

$$2 + \Delta x_1 + 3 + \Delta x_2 = 10.$$

В результате решения задачи будут получены следующие значения приращений: $\Delta x_1 = 2,5$, $\Delta x_2 = 2,5$. Таким образом, новые величины аргументов:

$$x_1^* = 2 + 2,5 = 4,5;$$

$$x_2^* = 3 + 2,5 = 5,5.$$

Из рисунка 3.1 можно увидеть, что угол ADE равен углу ECD . Поскольку тангенс угла равен угловому коэффициенту, то

$$\frac{AE}{DE} = -\rho,$$

где ρ – коэффициент угла наклона прямой.

Для рассматриваемого примера $\rho = -1$. Следовательно, для определения значений приращений с наименьшим изменением необходимо решить систему:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = 1; \\ 2 + \Delta x_1 + 3 + \Delta x_2 = 10. \end{cases}$$

Подставляя во второе уравнение $\Delta x_1 = \Delta x_2$, получим:

$$2 + \Delta x_2 + 3 + \Delta x_2 = 10;$$

$$\Delta x_2 = 2,5;$$

$$\Delta x_1 = 2,5.$$

Рассмотрим случай при многоаргументной функции. Пусть уравнение зависимости имеет вид:

$$y = c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n,$$

где c – некоторые числовые значения.

Тогда определение аргументов с наименьшим приращением будет выполнено путем решения системы:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_i}{\Delta x_k} = \frac{c_i}{c_k}, i = 1..n, i \neq k \\ c_1(x_1 + \Delta x_1) + c_2(x_2 + \Delta x_2) + \dots + c_n(x_n + \Delta x_n) = y^* \end{cases}$$

где k – номер аргумента, который принимается за базовый.

Выразив приращения аргументов, получим формулы расчета:

$$\Delta x_i = \frac{-(c_0 + c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n - y^*)}{\sum_{t=1}^n c_t^2} \cdot c_i .$$

Тогда новые значения входных переменных:

$$x_i^* = x_i + \Delta x_i .$$

3.2.2 Решение задачи с кратной зависимостью

При *кратной* зависимости модель имеет следующий вид:

$$y = \frac{x_2}{x_1} .$$

Пусть начальные значения равны: $y = 2$, $x_1 = 5$, $x_2 = 10$. Необходимо определить значения x_1^* , x_2^* , при которых значение функции равно 4.

Задача квадратичного программирования имеет вид:

$$g(\Delta x_1, \Delta x_2) = \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 \rightarrow \min$$

$$\frac{(10 + \Delta x_2)}{(5 + \Delta x_1)} = 4$$

Решение задачи: $\Delta x_1 = -2,353$, $\Delta x_2 = 0,588$, $x_1^* = 2,647$, $x_2^* = 10,588$.

На рисунке 3.2 представлены линии уровня 2 и 4. Начальные значения аргументов образуют точку A . Наименьшее расстояние из этой точки до прямой $x_2 = 4x_1$ – это длина перпендикуляра AB . Высота BC образует два подобных треугольника. Следовательно, справедливо соотношение:

$$\frac{AC}{BC} = -4 .$$

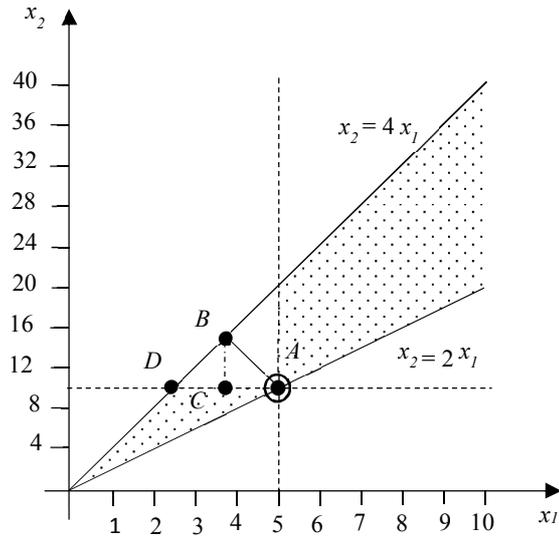


Рисунок 3.2 – Линии уровня 2 и 4

Тогда система будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = -4; \\ \frac{10 + \Delta x_2}{5 + \Delta x_1} = 4. \end{cases}$$

Решение системы: $\Delta x_1 = -2,353$, $\Delta x_2 = 0,588$.

Таким образом, для решения обратной задачи при кратной зависимости необходимо решить следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = -y^*; \\ \frac{x_1 + \Delta x_2}{x_2 + \Delta x_1} = y^*. \end{cases}$$

Случай многоаргументой функции будет рассмотрен далее при описании обобщенного алгоритма.

3.2.3 Решение задачи с мультипликативной зависимостью

Наконец, рассмотрим *мультипликативную* зависимость:

$$y = x_1 \cdot x_2.$$

Примем начальные условия задачи: $y = 10$, $x_1 = 5$, $x_2 = 2$. Необходимо определить значения x_1^* , x_2^* , при которых y^* равно 20.

Задача квадратичного программирования будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} g(\Delta x_1, \Delta x_2) &= \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 \rightarrow \min, \\ (5 + \Delta x_1)(2 + \Delta x_2) &= 20. \end{aligned}$$

Решение задачи: $\Delta x_1 = 0,837$, $\Delta x_2 = 1,426$, $x_1^* = 5,837$, $x_2^* = 3,426$.

Рассмотрим линии уровня 10 и 20 (рисунок 3.3). Точка А соответствует начальным значениям аргументов. Определение точки графика $x_2 = 20/x_1$ таким образом, чтобы изменения аргументов были минимальны может быть выполнено с использованием уравнения касательной:

$$k = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0),$$

где x_0 – точка функции $f(x)$, к которой строится касательная.

Уравнение касательной к точке В будет иметь вид:

$$x_2 = \frac{-20}{5^2}(x_1 - 5) + \frac{20}{5} = -0,8x_1 + 8.$$

Поиск наименьших изменений аргументов для перехода в точку на кривой может быть выполнен с помощью решения системы уравнения:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{y^*}{(x_1)^2} = 0,8; \\ (5 + \Delta x_1) \cdot (2 + \Delta x_2) = 20. \end{cases}$$

Отношение приращений аргументов будет равно угловому коэффициенту в уравнении касательной (со знаком «минус»). Решение системы: $\Delta x_1 = 1,046$, $\Delta x_2 = 1,308$, $x_1^* = 6,046$, $x_2^* = 3,308$.

Далее необходимо построить уравнение касательной к новой точке ($x_1^* = 6,046$, $x_2^* = 3,308$) и выполнить поиск новой точки с минимальным изменением аргументов.

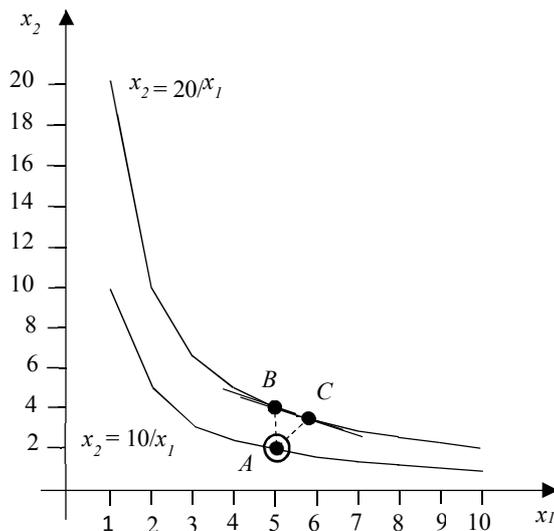


Рисунок 3.3 – Кривые уровня 10 и 20

Таким образом, алгоритм нахождения решения в случае мультипликативной модели включает следующие шаги:

1. Установка начальных значений: номер итерации $s=0$, $x_1(s) = x_1$, $x_2(s) = x_2$.
2. Построение уравнения касательной к точке $x_1(s)$ функции $x_2 = \frac{y^*}{x_1}$.
3. Поиск точки $x_1(s+1)$, $x_2(s+1)$ на кривой, до которой расстояние от исходной точки x_1 , x_2 будет минимальным. Для этого происходит решение следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1(s+1)}{\Delta x_2(s+1)} = \frac{y^*}{(x_1(s))^2}; \\ (x_1 + \Delta x_1(s+1))(x_2 + \Delta x_2(s+1)) = y^*. \end{cases}$$

Далее определяются новые координаты точки:

$$x_1(s+1) = x_1 + \Delta x_1(s+1),$$

$$x_2(s+1) = x_2 + \Delta x_2(s+1).$$

4. Проверка выполнения условия останова: если изменение положения точки меньше заданной точности ε ($\delta = \sqrt{(x_1(s+1) - x_1(s))^2 + (x_2(s+1) - x_2(s))^2} < \varepsilon$), то алгоритм завершается, иначе осуществляется переход на шаг 2 ($s=s+1$).

В таблице 3.1 представлены результаты выполнения итераций для рассматриваемого примера ($\varepsilon = 0,002$).

Таблица 3.1 – Результаты выполнения итераций

i	$x_1(s)$	$x_2(s)$	$-f'(x_1(s))$	δ
0	5	2	0,8	–
1	6,046	3,308	0,547	1,675
2	5,794	3,452	0,596	0,29
3	5,846	3,421	0,585	0,061
4	5,835	3,427	0,587	0,013
5	5,838	3,426	0,587	0,003
6	5,837	3,426	–	0,001

Таким образом, приведено использование метода для решения двухаргументных обратных задач (за исключение аддитивной зависимости). Рассмотрим теперь общий алгоритм, который может быть использован для решения многоаргументных задач.

Случай многоаргументной функции будет рассмотрен далее при описании обобщенного алгоритма.

3.2.4 Обобщенные алгоритмы решения обратной задачи при минимизации квадратов изменений аргументов

Общий алгоритм для решения обратных задач основан на выражении одного из аргумента и определении частных производных полученной функции. Значения частных производных в полученных на каждой из итераций точках используются в качестве отношений приращений аргументов. Графически такая операция заключается в определении кратчайшего расстояния до кривой заданного уровня.

Алгоритм включает следующие шаги (исходное значение переменных $\hat{x}=x$, номер итерации $s = 1$):

Шаг 1. Выражение k -го аргумента x_k через остальные аргументы

$$x_k(x) = \varphi_k(y^*; x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n).$$

Шаг 2. Вычисление частных производных по каждому из аргументов функции φ_k .

Шаг 3. Решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_i}{\Delta x_k} = -\frac{\partial \varphi_k(\hat{x})}{\partial x_i}, \quad i = 1, \dots, n; \quad i \neq k \\ f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) = y^*. \end{cases} \quad (3.3)$$

Шаг 4. Проверка окончания работы алгоритма: если $s \geq 2$ и абсолютное изменение нормы приращений аргументов меньше заданной точности ε :

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta x_{is} - \Delta x_{is-1})^2} \leq \varepsilon,$$

либо квадрат евклидовой метрики (значение целевой функции) увеличился по сравнению с предыдущим шагом:

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_{is}^2 > \sum_{i=1}^n \Delta x_{is-1}^2,$$

то алгоритм завершается. Иначе $\hat{x}_i = x_i + \Delta x_i$, $s = s + 1$, переход на шаг 1.

Следует отметить, что для разных значений k ($k=1, \dots, n$) будут получены разные системы вида (3.3), а значит и разные решения, т.е. всего получим n решений $\Delta x^j = (\Delta x_1^j, \Delta x_2^j, \dots, \Delta x_n^j)$, $j=1, \dots, n$. В качестве оптимального можно принять решение с минимальной нормой $\Delta x_{opt} = \min_{1 \leq j \leq n} \|\Delta x^j\|$.

Однако представленный алгоритм может быть использован для ограниченного круга задач по причине того, что не всегда можно выразить один аргумент через оставшиеся аргументы. В связи с этим для решения более сложных задач был разработан градиентный метод. Градиент представляет собой вектор частных производных, который показывает направление наибольшего возрастания функции. Соответственно антиградиент показывает направление наибольшего убывания функции. Основная идея заключается в изменении аргументов функции в соответствии со значениями элементов вектора градиента функции ограничения до достижения заданного значения. Так, на рисунке 3.4 точка A соответствует исходным значениям прибыли (равна 2 усл.ден.ед.) и затрат (равны 15 усл.ден.ед.). На рисунке 3.4 также представлена линия заданного уровня рентабельности (0,2). Стрелкой обозначен градиент, путем осуществления движения в этом направлении до пересечения с линией заданного уровня рентабельности, получена точка B , которая является решением задачи.

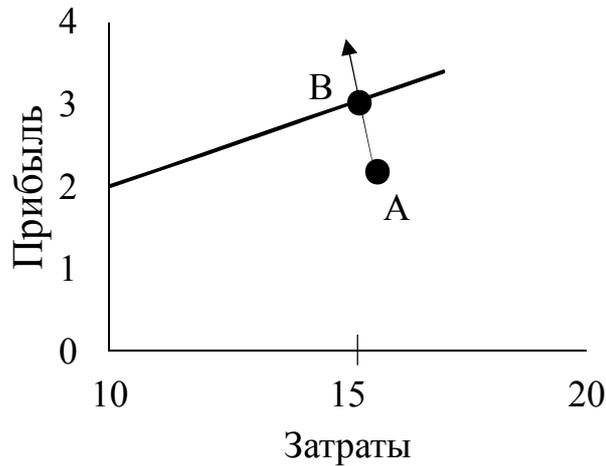


Рисунок 3.4 – Решение задачи формирования рентабельности путем движения вдоль градиента

Данный метод в отличие от метода на основе построения кривой заданного уровня не требует формирования функции зависимости между аргументами и, следовательно, может быть использован в тех случаях, когда невозможно выразить аналитически один аргумент через оставшиеся аргументы.

Решение обратной задачи при использовании вектора-градиента включает следующие шаги:

Шаг 1. Определение направления изменения параметров. Если результирующий показатель необходимо увеличить ($y^* > y$), то используются элементы вектора-градиента ($t = 1$), если уменьшить ($y^* < y$) – антиградиента ($t = -1$).

Шаг 2. Определить необходимые приращения аргументов Δx_i для достижения заданного значения функции y^* путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_\eta}{\Delta x_i} = \frac{t \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x_\eta}}{t \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}}; i = 1..n, i \neq \eta \\ f(x + \Delta x) = y^* \end{cases}$$

Шаг 3. Определить новые значения аргументов функции:

$$x_i^* = x_i + \Delta x_i.$$

Однако в случае, если направление вектора градиента изменяется в ходе движения по направлению к кривой заданного уровня, полученное решение может оказаться неудовлетворительным.

По сравнению с решением оптимизационных задач нелинейного программирования представленный алгоритм является более простым в компьютерной реализации: решение задачи сводится к решению системы уравнений.

3.2.5 Примеры решения задач при минимизации суммы квадратов изменений аргументов

В качестве примера рассмотрим модель оценки группы социальной сети ВКонтакте.

В последние годы анализу социальных сетей уделяется большое внимание в литературе из-за их широкого распространения, большого числа пользователей и огромного количества доступных данных. Пользователи сети обмениваются друг с другом информацией и публикуют в открытом доступе личные сведения, а также вступают в группы, всё это позволяет делать выводы об их интересах и находить потенциальных клиентов. Также среди преимуществ использования фирмами социальной сети отмечают более простую реализацию обратной связи: участники могут делиться мнениями о деятельности организации, оставляя комментарии, и таким образом могут указать пути развития и совершенствования продукции. Кроме того, социальные сети располагают широким набором инструментов для предоставления сведений рекламного характера: видеоролики, аудиозаписи,

графические материалы. Все эти факторы делают их перспективной площадкой для проведения маркетинговых мероприятий с целью продвижения своих товаров и услуг.

Одним из популярных видов реализации маркетинговых мероприятий является размещение информации рекламного характера в существующих группах. При этом для того, чтобы данное мероприятие было эффективным и привлекло как можно большее число клиентов, организации должны выполнить анализ характеристик групп. В настоящее время существуют онлайн-сервисы (<http://allsocial.ru/communities/>, <https://sociate.ru/>), которые предоставляют статистические данные групп: число подписчиков, стоимость рекламы, охват и т.д., однако они не предоставляют комплексную оценку групп, и так же не позволяют анализировать выбор нескольких сообществ, учитывая пересечения множеств участников.

Таким образом, была реализована система выбора групп социальной сети ВКонтакте для размещения рекламы [122] (приложение Д). Для реализации данной системы был разработан интегральный показатель группы. Для выполнения расчетов были получены данные групп, относящихся к городу Томску, предоставляющие возможность платного размещения рекламы, при этом не рассматривались неактивные группы, в которых запись администратором была сделана более месяца назад, а также группы, где записи на странице могут сделать все желающие. Всего было отобрано 45 групп, удовлетворяющих заданным требованиям.

Для формирования рейтинговой оценки были выбраны следующие характеристики групп:

- число подписчиков;
- активность – среднее количество записей на стене группы в день;
- популярность – сумма лайков, репостов и комментариев, деленная на

число записей.

Для расчета активности и популярности в программе используются последние 100 записей.

Создание интегральной характеристики подразумевает определение коэффициентов важности показателей. Для их оценки был использован метод анализа иерархий, который позволяет придавать количественные выражения качественным понятиям. В качестве группы экспертов были выбраны менеджеры фирм, занимающиеся размещением рекламы в группах. Для заполнения им была предложена таблица, в которой необходимо было указать степень важности показателей по шкале от 1 до 9 (1 – показатели одинаково важны, 3 – первый показатель незначительно важнее, чем второй, 5 – первый показатель значительно важнее чем второй, 7 – первый показатель явно важнее, чем второй, 9 – первый показатель по своей значимости абсолютно превосходит второй). Полученные значения были сведены в одну таблицу (таблица 3.2).

Таблица 3.2 – Матрица попарных сравнений

	Число подписчиков	Популярность	Активность
Число подписчиков	1	5	7
Популярность	1/5	1	7
Активность	1/7	1/7	1

Полученные значения коэффициентов относительной важности: 0,701; 0,24; 0,059.

Интегральная оценка вычисляется по формуле:

$$R_j = 0,701x_{1j} + 0,24x_{2j} + 0,059x_{3j},$$

где x_{1j} – нормированное значение числа подписчиков j -той группы;

x_{2j} – нормированное значение показателя популярности j -той группы;

x_{3j} – нормированное значение показателя активности j -той группы.

Для выбранной группы нормированные значения числа подписчиков, популярности, активности равны соответственно 0,313, 0,004 и 0,029. Тогда

интегральная оценка составит:

$$R=0,701 \cdot 0,313+0,24 \cdot 0,004+0,059 \cdot 0,029=0,222.$$

Пусть необходимо определить такие новые значения x , которые обеспечат значение рейтинговой оценки, равное 0,3, при минимальном изменении аргументов.

Система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{0,701}{0,24}; \\ \frac{\Delta x_3}{\Delta x_2} = \frac{0,059}{0,24}; \\ 0,701(0,313 + \Delta x_1) + 0,24(0,004 + \Delta x_2) + 0,059(0,029 + \Delta x_3) = 0,3. \end{cases}$$

Решение системы: $\Delta x_1=0,099$, $\Delta x_2=0,034$, $\Delta x_3=0,008$. Таким образом, искомые значения будут равны:

$$x_1^* = 0,313 + 0,099 = 0,412;$$

$$x_2^* = 0,004 + 0,034 = 0,038;$$

$$x_3^* = 0,029 + 0,008 = 0,037.$$

Рассмотрим также использование представленного алгоритма для формирования экономических показателей с использованием стандартных экономических моделей и минимизации суммы квадратов изменения аргументов.

На рисунке 3.5 представлены исходные данные задачи формирования прибыли (1.12).

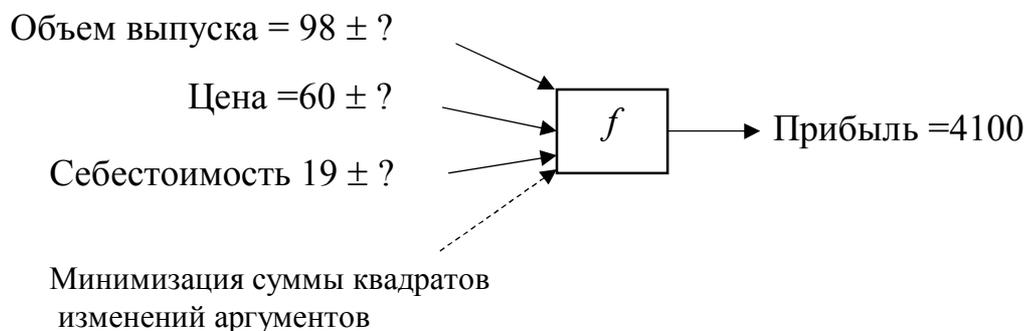


Рисунок 3.5 – Задача формирования прибыли предприятия

Задача оптимизации будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} g(\Delta K, \Delta C, \Delta C_e) &= \Delta K^2 + \Delta C^2 + \Delta C_e^2 \rightarrow \min, \\ f(\Delta K, \Delta C, \Delta C_e) &= (98 + \Delta K) \cdot (60 + \Delta C - 19 - \Delta C_e) = 4100. \end{aligned} \quad (3.4)$$

При использовании градиентного метода получим следующую систему уравнений (отношения изменений аргументов приравниваются к отношению частных производных:

$$\frac{\partial f}{\partial K} = (C - C_e), \quad \frac{\partial f}{\partial C} = K, \quad \frac{\partial f}{\partial C_e} = -K):$$

$$\begin{cases} \frac{\Delta C}{\Delta K} = \frac{K}{(C - C_e)}; \\ \frac{\Delta C}{\Delta C_e} = \frac{K}{-K}; \\ (K + \Delta K) \cdot (C + \Delta C - C_e - \Delta C_e) = \Pi + \Delta \Pi. \end{cases}$$

Для использования алгоритма на основе построения кривой заданного уровня выразим из формулы (1.10) объем продаж с учетом заданного значения прибыли:

$$K = \frac{\Pi + \Delta \Pi}{(C - C_e)}. \quad (3.5)$$

Тогда система уравнений будет иметь следующий вид (частные производные по аргументам функции K (3.5) будут равны: $\frac{\partial K}{\partial C} = -\frac{\Pi + \Delta \Pi}{(C - C_e)^2}$, $\frac{\partial K}{\partial C_e} = \frac{\Pi + \Delta \Pi}{(C - C_e)^2}$):

$$\begin{cases} \frac{\Delta C}{\Delta K} = -\frac{\Pi + \Delta \Pi}{(C - C_e)^2}; \\ \frac{\Delta C}{\Delta C_e} = \frac{\Pi + \Delta \Pi}{(C - C_e)^2}; \\ (K + \Delta K) \cdot (C + \Delta C - C_e - \Delta C_e) = \Pi + \Delta \Pi. \end{cases}$$

Здесь K , C , C_e – исходные значения объема выпуска, цены и себестоимости соответственно, а $\Pi + \Delta \Pi$ – заданное значение прибыли.

В таблице 3.3 представлены результаты решения задачи с помощью градиентного метода, метода на основе построения кривой заданного уровня (точность $\varepsilon = 10^{-6}$) и математического пакета MathCad (Приложение Б).

Таблица 3.3 – Результаты решения задачи формирования прибыли

Метод	ΔK	$\Delta Ц$	ΔC_e	g
Градиентный	0,160704	0,384121	-0,384121	0,320924
Построение кривой уровня	0,160475	0,38417	-0,38417	0,320925
Стандартная функция MathCad	0,163214	0,383586	-0,383587	0,320917

В таблице 3.4 представлены результаты итераций при использовании метода на основе формирования кривой заданного уровня.

Таблица 3.4 – Результаты выполнения итераций

r	ΔK	$\Delta Ц$	ΔC_e	g	δ
1	0,157747	0,38475	-0,38475	0,32095	–
2	0,160479	0,384169	-0,384169	0,320925	$2,16 \cdot 10^{-5}$
3	0,160475	0,38417	-0,38417	0,320925	$2,18 \cdot 10^{-8}$

Рассмотрим теперь случай мультипликативной зависимости между аргументами: формирование валовой продукции. Валовая продукция ($ВП$) определяется как произведение численности работников ($ЧР$), числа отработанных дней ($Д$), дневной выработки ($ДВ$) (рисунок 1.10):

$$ВП = ЧР \cdot Д \cdot ДВ.$$

Исходные данные задачи представлены на рисунке 3.6.

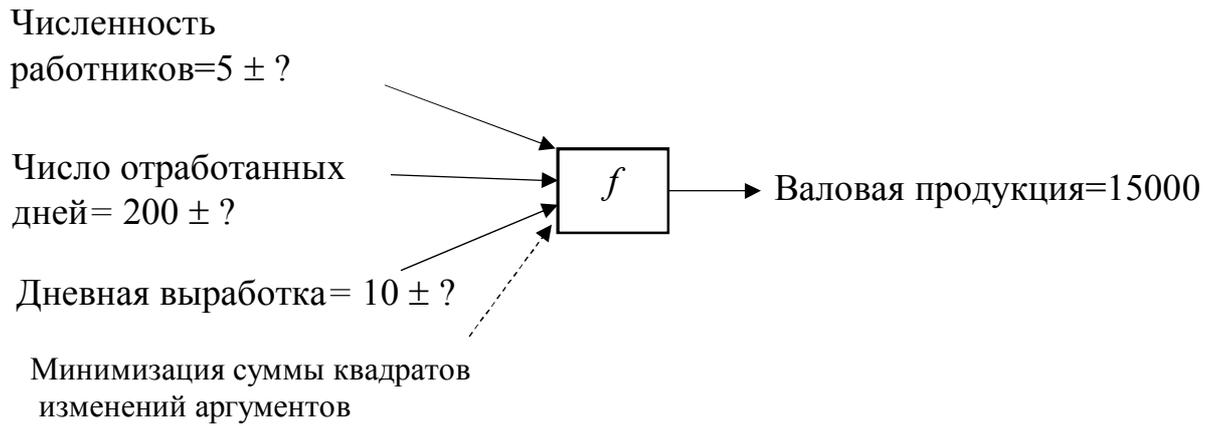


Рисунок 3.6 – Задача формирования валовой продукции

Задача нелинейной оптимизации имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta ЧР^2 + \Delta Д^2 + \Delta ДВ^2 &\rightarrow \min, \\ (ЧР + \Delta ЧР) \cdot (Д + \Delta Д) \cdot (ДВ + \Delta ДВ) &= ВП + \Delta ВП. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Система уравнений при использовании градиентного метода будет иметь вид (отношения изменений аргументов приравниваются к отношению частных производных: $\frac{\partial f}{\partial ЧР} = Д \cdot ДВ$, $\frac{\partial f}{\partial Д} = ЧР \cdot ДВ$, $\frac{\partial f}{\partial ДВ} = ЧР \cdot Д$):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta ЧР}{\Delta Д} = \frac{Д \cdot ДВ}{ЧР \cdot ДВ}, \\ \frac{\Delta ЧР}{\Delta ДВ} = \frac{Д \cdot ДВ}{ЧР \cdot Д}, \\ (ЧР + \Delta ЧР) \cdot (Д + \Delta Д) \cdot (ДВ + \Delta ДВ) = ВП + \Delta ВП. \end{array} \right.$$

Для использования алгоритма на основе построения кривой заданного уровня выразим один из аргументов – дневную выработку. Тогда система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta ЧР}{\Delta ДВ} = \frac{ВП + \Delta ВП}{ЧР \cdot Д^2}; \\ \frac{\Delta Д}{\Delta ДВ} = \frac{y + \Delta y}{ЧР^2 \cdot Д}; \\ (ЧР + \Delta ЧР) \cdot (Д + \Delta Д) (ДВ + \Delta ДВ) = ВП + \Delta ВП. \end{cases}$$

В таблице 3.5 представлены результаты решения задачи с помощью градиентного метода, метода на основе построения кривой заданного уровня (точность $\varepsilon = 10^{-3}$) и математического пакета MathCad (Приложение Б).

Таблица 3.5 – Результаты решения задачи формирования валовой продукции

Метод	$\Delta ЧР$	$\Delta Д$	$\Delta ДВ$	g
Градиентный	1,86	0,047	0,93	4,328
Построение кривой уровня	0,767	0,081	1,079	4,292
Стандартная функция MathCad	1,767	0,06	1,079	4,292

Представленные в таблицах 3.3, 3.5 результаты свидетельствуют о соответствии решений, полученных с помощью трех методов. С помощью градиентного метода решение было получено за одну итерацию, однако при этом значение целевой функции приняло большее значение.

3.2.6 Итерационные алгоритмы решения обратной задачи при минимизации суммы квадратов аргументов

Анализируя подход к решению обратных задач при минимизации суммы квадратов изменений аргументов (п. 3.1.4), можно отметить, что при линейной функции ограничения могут быть получены аналитические формулы, которые для двух представленных алгоритмов будут идентичны. При этом обеспечивается высокое соответствие полученного с помощью данных методов решения решению задачи с помощью математических пакетов. Однако при нелинейных ограничениях были выявлены следующие недостатки методов [123]:

1. Для некоторых видов функций была значительная разница между полученным решением и оптимальным, либо решение не было найдено (например, направление вектора градиента в исходной точке не позволяет достичь заданного значения функции ограничения).

2. Требуется многократное решение системы уравнений, и, соответственно, реализации соответствующих численных методов (например, использование метода Ньютона), что усложняет процесс поиска решения, а также приводит к увеличению времени решения задачи.

В качестве примера можно привести формирование суммарной маржинальной прибыли y при квадратичной функции зависимости маржинальной прибыли продукции i -го вида от установленной цены x_i . Функция зависимости имеет вид (исходные значения цены: $x_1=4$ д.е., $x_2=2,7$ д.е., $x_3=1,5$ д.е.):

$$y = \left(120 - (x_1 - 9)^2\right) + \left(140 - (x_2 - 10)^2\right) + \left(150 - (x_3 - 11)^2\right).$$

Необходимо определить изменения Δx , обеспечивающие суммарное значение маржинальной прибыли, равное 400 д.е.

Задача оптимизации будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 g(\Delta x) &= \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 \rightarrow \min, \\
 &\left(120 - (x_1 + \Delta x_1 - 9)^2\right) + \left(140 - (x_2 + \Delta x_2 - 10)^2\right) + \\
 &+ \left(150 - (x_3 + \Delta x_3 - 11)^2\right) = 400.
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Результаты применения градиентного метода, а также использования стандартной функции математического пакета (Приложение Б), представлены в таблице 3.6. Можно отметить отличие в значениях целевой функции более чем в два раза. Причиной такого различия является изменение направления градиента при движении к точке – решению задачи.

Таблица 3.6 – Решение задачи формирования маржинальной прибыли

Метод	Δx_1	Δx_2	Δx_3	$f(\Delta x)$
Градиентный	6,218	9,078	11,814	260,647
Использование функции MathCad	3,782	5,522	7,186	96,433

Таким образом, выявленные недостатки обусловили разработку итерационных алгоритмов, отличающихся более простой компьютерной реализацией и более высокой точностью решения задачи, что позволило расширить круг решаемых задач.

Исходные данные алгоритмов: начальные значения аргументов x , заданное значение результирующего показателя $y + \Delta y$, α – некоторое малое положительное число, обеспечивающее движение по направлению к заданному значению ограничения $y + \Delta y$.

Итерационный поиск на основе градиентного метода может быть представлен в следующем виде:

Шаг 1. Используя исходные данные, вычислить величину функции ограничения $f(x)$ и сравнить с заданным значением $y + \Delta y$:

Если $f(x) < y + \Delta y$, то изменение аргументов необходимо выполнить в направлении увеличения величины функции ограничения (направлении вектора-градиента): $t=1$.

Если $f(x) > y + \Delta y$, то изменение аргументов необходимо выполнить в направлении уменьшения величины функции ограничения (направлении вектора-антиградиента): $t = -1$.

Шаг 2. Определить абсолютную разницу между величиной функции ограничения и заданным значением $y + \Delta y$:

$$d_0 = |f(x) - y - \Delta y|.$$

Шаг 3. Определить новые значения аргументов путем движения в сторону градиента/антиградиента:

$$x_i^* = x_i + t \cdot \alpha \cdot \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i}, \quad (3.8)$$

где $i=1..n$, n – число аргументов.

Шаг 4. Вычислить значение функции ограничения $f(x_i^*)$ и отклонение d_1 от заданного значения $y + \Delta y$.

Проверка: если $d_1 > d_0$ или d_1 больше заданной точности, то работа алгоритма завершается. Иначе $d_0 = d_1$, $x = x^*$, переход на шаг 3.

Решением задачи будут значения x .

Алгоритм на основе формирования линии заданного уровня включает следующие шаги (k – номер выражаемой переменной, ε – заданная точность, s – номер реализации):

Шаг 1. Установить начальные значения переменных: $s=0$, $\hat{x}=x$.

Из функции ограничения $f(x)$ выразить k -ую переменную:

$$x_k = \varphi(x_l), l \neq k.$$

Используя исходные данные, вычислить величину ограничения $f(x)$ и сравнить с заданным значением $y + \Delta y$:

Если $f(x) < y + \Delta y$, то изменение аргументов необходимо выполнить в направлении увеличения величины функции ограничения (направлении вектора-градиента): $t=1$.

Если $f(x) > y + \Delta y$, то изменение аргументов необходимо выполнить в направлении уменьшения величины функции ограничения (направлении вектора-антиградиента): $t = -1$.

Шаг 2. Определить абсолютную разницу между величиной функции ограничения и заданным значением $y + \Delta y$:

$$d_0 = |f(x) - y - \Delta y|.$$

Шаг 3. Определить значение частных производных функции q :

$$r_i = \frac{-\partial \varphi(x_i)}{\partial x_i}.$$

Шаг 4. Определить новые значения аргументов:

$$\begin{aligned} x_k^* &= x_k + t \cdot \alpha, \\ x_i^* &= x_i + t \cdot \alpha \cdot r_i, i \neq k. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Шаг 5. Вычислить значение функции ограничения $f(x_i^*)$ и отклонение d_1 от заданного значения $y + \Delta y$.

Проверка: если $d_1 > d_0$ или d_1 меньше заданной точности, то переход на шаг 6. Иначе $d_0 = d_1$, $x = x^*$, переход на шаг 4.

Шаг 6. Вычисление значения целевой функции: $s = s + 1$, $g_s = g(x)$.

Если $s > 1$, то выполняется проверка окончания работы алгоритма:

если $|g_s - g_{s-1}| < \varepsilon$, то работа алгоритма завершается.

Шаг 7. Вычисление новых значений частных производных: $r_i = \frac{-\partial q(x_i^*)}{\partial x_i}$,

$x = x^*$, переход на шаг 4.

Решением задачи будут величины x .

Графически такой процесс решения может быть представлен как приближение с некоторым шагом к заданному значению функции ограничения. Так, на рисунке 3.7 (процесс решения задачи при нелинейной зависимости) представлена начальная точка Q , координаты которой изменяются в соответствии со значениями частных производных функции ограничения и вторых производных целевой функции [124]. При этом при большом размере шага решение может значительно отличаться от оптимального, при маленьком шаге для достижения заданного значения функции ограничения потребуется большое число итераций.

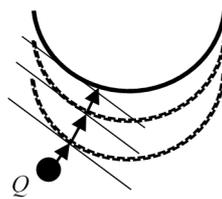


Рисунок 3.7 – Решение задачи путем итерационного приближения к линии заданного уровня

3.2.7 Примеры решения задач с помощью итерационных алгоритмов

Рассмотрим применение итерационных алгоритмов для решения обратных задач при минимизации суммы квадратов изменений аргументов.

Зависимость объема производства от факторов производства (затрат труда и капитала) описывается функцией Кобба-Дугласа [125]:

$$y = A \cdot K^{\alpha} L^{\beta},$$

где y – объем производства;

K – затраты капитала;

L – затраты труда;

A, α, β – параметры.

Исходные значения K , L равны соответственно 2 и 1,15, параметры A , α , β равны соответственно 7, 0,5, 0,3. Необходимо определить изменения этих аргументов для достижения объема производства, равного 17.

Задача оптимизации будет иметь следующий вид:

$$g(\Delta K, \Delta L) = \Delta K^2 + \Delta L^2 \rightarrow \min$$

$$A \cdot (K + \Delta K)^\alpha \cdot (L + \Delta L)^\beta = 17.$$

Решение задачи с использованием математического пакета MathCad представлено в Приложении Б.

Для алгоритма на основе построения линии заданного уровня первая итерационная формула будет иметь вид $(K = \left(\frac{17}{7L^{0,3}}\right)^2, \frac{\partial K}{\partial L} = \frac{-3,539}{L^{1,6}})$:

$$K = K + \alpha,$$

$$L = L + \alpha \frac{3,539}{L^{1,6}}.$$

Для градиентного алгоритма первая итерационная формула представляется следующим образом $(\frac{\partial y}{\partial K} = \frac{3,5L^{0,3}}{K^{0,5}}, \frac{\partial y}{\partial L} = \frac{2,1K^{0,5}}{L^{0,7}})$:

$$K = K + \alpha \frac{3,5L^{0,3}}{K^{0,5}},$$

$$L = L + \alpha \frac{2,1K^{0,5}}{L^{0,7}}.$$

В таблицах 3.7, 3.8 приведены изменения аргументов в процессе решения задачи при $\alpha = 0,01$ (реализация алгоритма выполнена в Excel с помощью VBA).

Таблица 3.7 – Результаты итераций при градиентном методе

Номер итерации	K	L	d	$g(x)$
1	2,026	1,177	6,537	0,001
2	2,052	1,204	6,399	0,006

Номер итерации	K	L	d	$g(x)$
3	2,077	1,231	6,263	0,012
...
57	3,449	2,468	0,046	3,835

Таблица 3.8 – Результаты реализаций при использовании метода на основе формирования линии заданного уровня ($\varepsilon=0,02$)

Номер реализации, s	r	K	L	d	$g(x)$
1	2,83	2,810	3,442	0,002	5,910
2	0,489	3,840	2,051	0,016	4,198
3	1,121	3,310	2,619	0,0003	3,873
4	0,758	3,550	2,326	0,011	3,784
5	0,917	3,430	2,461	0,014	3,765

Согласно полученным результатам, можно сделать вывод, что при использовании метода на основе формирования линии заданного уровня была достигнута меньшая разница с заданным значением ограничения d и меньшее значение целевой функции $g(x)$. Однако число итерационных вычислений было выполнено больше и составило 699. Достижение большего соответствия заданному значению ограничения может быть достигнуто с помощью уменьшения значения параметра α . Так, в таблице 3.9 представлены результаты решения задачи с использованием двух алгоритмов при $\alpha=10^{-8}$ ($\varepsilon=0,001$). В последнем столбце представлена величина u – разница между значением целевой функции $g(x)$, полученной при использовании данного метода, и значением целевой функции при использовании стандартной функции MathCad. Также в таблице 3.9 приведены результаты применения классических методов решения задачи (штрафов и множителей Лагранжа), градиентного метода и метода на основе формирования

линии заданного уровня (описание которых приводится в п. 3.1.4). В методе штрафов шаг изменения штрафного параметра равен 10, а точность 10^{-8} . Наибольшее значение разницы u было получено при использовании градиентного метода, а разницы d – метода штрафов. Рассматривая параметры d и u как минимизируемые величины, можно отметить, что эффективными по Парето будут результаты, полученные с помощью метода множителей Лагранжа, штрафов, и стандартной функции MathCad. При этом наилучший среди алгоритмов на основе обратных вычислений результат был получен с использованием итерационного алгоритма на основе формирования линии заданного уровня.

Таблица 3.9 – Решение задачи формирования объема производства ($\alpha = 10^{-8}$)

Метод	K	L	d	$g(x)$	u
Итерационный градиентный	3,441	2,455	$4,1 \cdot 10^{-7}$	3,779	$3,4 \cdot 10^{-3}$
Итерационный на основе формирования кривой заданного уровня	3,463	2,429	$5,6 \cdot 10^{-8}$	3,776	$2,8 \cdot 10^{-4}$
Градиентный, на основе движения по направлению градиента/антиградиента функции	3,412	2,562	$5 \cdot 10^{-7}$	3,827	0,051
На основе формирования кривой заданного уровня	3,463	2,429	$2,4 \cdot 10^{-7}$	3,776	$2,8 \cdot 10^{-4}$
Множителей Лагранжа	3,472	2,418	0	3,776	$2,8 \cdot 10^{-6}$
Штрафов	3,472	2,418	$3,9 \cdot 10^{-4}$	3,775	$-4,6 \cdot 10^{-4}$
Использование функции MathCad	3,472	2,418	$2,3 \cdot 10^{-6}$	3,776	–

С помощью итерационного градиентного метода было также выполнено решение задачи (3.7). Полученные величины приращений аргументов: $\Delta x_1=3,782$, $\Delta x_2=5,522$, $\Delta x_3=7,186$. Значение целевой функции равно 96,433, величины d и u равны соответственно $1,3 \cdot 10^{-6}$ и $-4,8 \cdot 10^{-4}$. Таким образом, итерационный алгоритм

позволил получить решение со значительно меньшим значением целевой функции (таблица 3.6).

Для сравнения скорости работы алгоритмов была выполнена реализация на языке VBA метода штрафов (для оптимизации модифицированной функции использован метод градиентного спуска), итерационного градиентного алгоритма, итерационного алгоритма на основе формирования кривой заданного уровня. Была поставлена задача определения решения, при котором абсолютная величина d меньше $4 \cdot 10^{-4}$ при минимальном числе итерации (изменялся параметр α путем деления на 10). Полученное значение величины α для всех алгоритмов получилось равным 10^{-3} . Результаты расчётов представлены в таблице 3.10.

Таблица 3.10 – Сравнение алгоритмов по скорости расчётов (формирование объема производства)

Метод	d	Время решения задачи, сек.	Число арифметических операций
Итерационный градиентный	$3,4 \cdot 10^{-4}$	<1	141875
Итерационный на основе формирования кривой заданного уровня	$5,7 \cdot 10^{-5}$	1	219495
Штрафов	$3,9 \cdot 10^{-4}$	5	93938712

Итерационные алгоритмы имеют временную сложность $O(n \times m)$, где m – число итераций для решения задачи. На рисунке 3.8 представлено изменение времени решения задачи формирования объема производства в зависимости от размера задачи. Можно увидеть, что скорость роста времени решения задачи выше для итерационного алгоритма на основе формирования кривой уровня. Однако данный алгоритм обеспечивает меньшее значение абсолютной погрешности (рисунок 3.9).

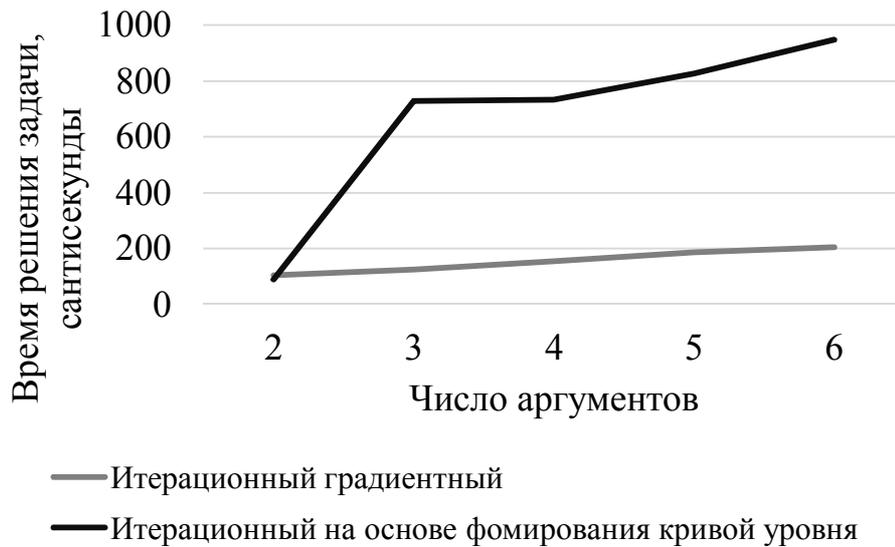


Рисунок 3.8 – График изменения времени решения задачи в зависимости от числа аргументов

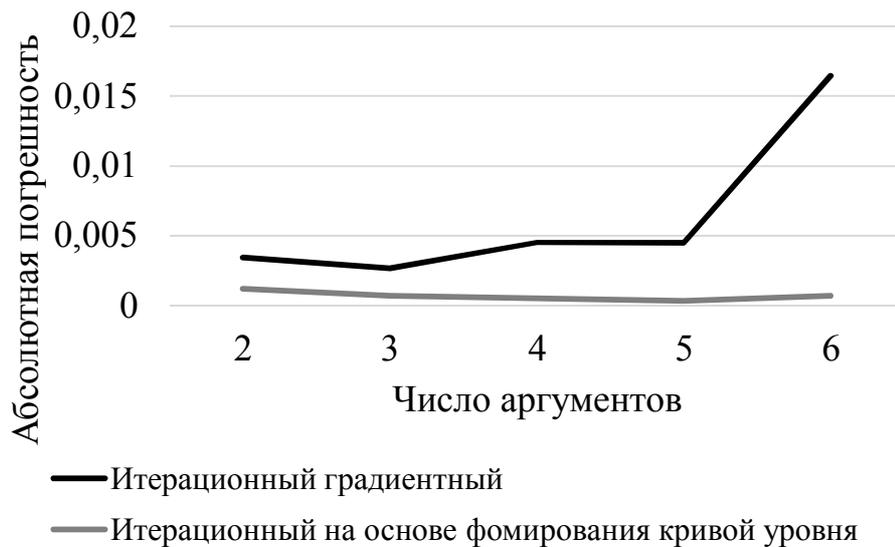


Рисунок 3.9 – График изменения абсолютной погрешности решения задачи в зависимости от числа аргументов

В качестве примера задачи, для которой не может быть применен метод на основе построения кривой заданного уровня, может быть рассмотрено формирование складских затрат (согласно классической модели управления запасами [126]). Функция зависимости затрат от объема заказа продукции первого, второго и третьего вида представлена следующим образом:

$$y = \frac{w_1 v_1}{x_1} + \frac{s_1}{2} x_1 + \frac{w_2 v_2}{x_2} + \frac{s_2}{2} x_2 + \frac{w_3 v_3}{x_3} + \frac{s_3}{2} x_3. \quad (3.10)$$

где x – размер заказа;

s – затраты на хранение единицы товара в единицу времени;

w – затраты на выполнение одного заказа;

v – интенсивность спроса.

Значения переменных представлены в таблице 3.11. Необходимо определить размер заказа каждого вида продукции таким образом, чтобы суммарные затраты составили 10 д.е. Результаты решения задачи представлены в таблице 3.12 (решение задачи в пакете MathCad приводится в приложении Б).

Таблица 3.11 – Исходные данные задачи формирования затрат

Показатель	Номер продукции		
	1	2	3
Затраты на хранение ед. товара в ед. времени, s	0,3	0,1	0,1
Затраты на выполнение одного заказа, w	10	5	5
Интенсивность спроса, v	2	4	5
Исходные значения размера заказа, x	7	5	4

Таблица 3.12 – Решение задачи формирования затрат при $\alpha=10^{-8}$

Метод	x_1	x_2	x_3	d	$g(x)$
Итерационный градиентный	8,347	7,986	8,233	$1,2 \cdot 10^{-9}$	28,649
Градиентный	7,854	7,48	9,001	$9,28 \cdot 10^{-8}$	31,888
Использование стандартной функции MathCad	8,525	8,102	8,069	$3,75 \cdot 10^{-6}$	28,508

Полученные результаты также свидетельствуют о том, что использование итерационного алгоритма позволило получить решение с меньшим значением целевой функции.

Таким образом, на основе проведенных вычислительных экспериментов по формированию экономических показателей с использованием стандартных экономических моделей можно сделать вывод, что итерационный алгоритм является более простым в компьютерной реализации и позволяет получать результаты с высокой степенью точности при нелинейных функциях-ограничениях.

В таблице 3.13 представлены результаты сравнения разработанного алгоритма с методом штрафов по числу арифметических операций и времени решения задачи.

Таблица 3.13 – Сравнение алгоритмов по скорости расчётов (формирование затрат, $d < 10^{-3}$)

Метод	d	Время решения задачи, сек.	Число арифметических операций, млн.
Итерационный градиентный	$9 \cdot 10^{-4}$	<1	0,05
Штрафов	10^{-3}	6	219,6

Согласно данным таблицы 3.13 итерационный алгоритм обеспечивает меньшее число арифметических операций (меньше в 4392 раза) и более быстрое время решения задачи.

3.3 Алгоритм решения обратной задачи на основе минимизации суммы модулей изменений аргументов

Сумма абсолютных значений приращений аргументов может быть рассмотрена как альтернатива евклидоваго расстояния и предполагает уменьшение влияния больших отклонений.

В случае использования суммы модулей аргументов задача определения приращений аргументов может быть представлена в виде [127] (1.6):

$$\begin{aligned} g(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n) &= |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots + |\Delta x_n| \rightarrow \min \\ f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) &= y + \Delta y \end{aligned} \quad (3.11)$$

Для решения данной задачи рассмотрим способ, который заключается в решении задачи линейного программирования при одном ограничении.

В зависимости от вида модели и прироста результата y аргументов целевой функции (3.11) при раскрытии модуля будет либо положительный, либо отрицательный знак. Так, например, в случае аддитивной модели ($f(x) = x_1 + x_2$) прирост результата при меньшей сумме абсолютных изменений аргументов будет достигнут при положительных изменениях аргументов.

После раскрытия модуля в случае линейного ограничения ($f(x+\Delta x) = c_1(x_1 + \Delta x_1) + c_2(x_2 + \Delta x_2) + \dots + c_n(x_n + \Delta x_n)$) (c – числовые значения при аргументах в ограничении) задача (3.11) представляет собой задачу линейного программирования [81]. Классическим методом её решения является симплекс-метод. Однако при единственном ограничении и равенстве числовых значений при аргументах в целевой функции единице задача может быть решена более простым методом. Её решение сводится к нахождению элемента с большим абсолютным числовым значением c при приросте аргумента в ограничении и решения уравнения относительно этого аргумента [82].

В случае, если таких максимальных значений несколько, то при решении задачи может быть выполнено либо равномерное изменение этих аргументов для

достижения заданного значения результата, либо их изменение в соответствии с коэффициентами относительной важности, заданных экспертом, либо изменение одного из аргументов, выбранного случайным образом. При реализации программных систем решение уравнения выполняется с помощью классических методов нахождения корней (например, методом Ньютона), далее будет рассмотрено аналитическое решения таких задач.

В случае если ограничение имеет нелинейный вид, рассматриваемая задача относится к задачам нелинейного программирования. Для преобразования ограничения в линейный может быть использовано разложение в ряд Тейлора

$$f(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial \Delta x_i} \Delta x_i.$$

Следовательно, в качестве числовых значений при приращениях аргументов рассматривается значение частных производных ($c_i = \frac{\partial f}{\partial \Delta x_i}$) в нулевой точке.

3.3.1 Примеры решения обратных задач на основе минимизации суммы абсолютных изменений аргументов

Рассмотрим примеры решения задач при минимизации суммы модулей.

Объем доставки Q продукции в торговую точку складывается из объема доставки первого, второго и третьего вида продукции:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

где Q_1 , Q_2 , Q_3 – объем доставки продукции первого, второго и третьего вида соответственно.

Исходные данные задачи представлены на рисунке 3.10.

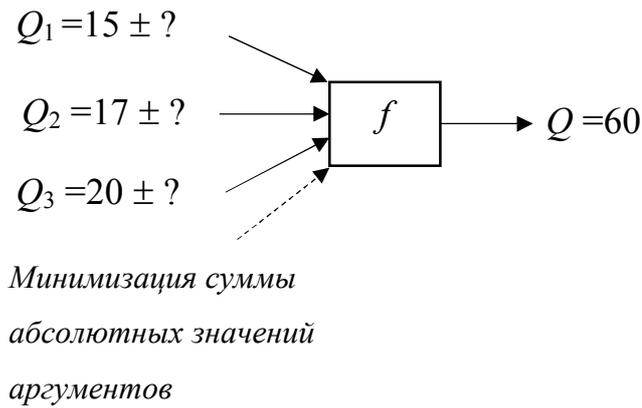


Рисунок 3.10 – Исходные данные задачи

Выполним решение обратной задачи с помощью обратных вычислений.

Задача оптимизации имеет вид:

$$\begin{aligned} |\Delta Q_1| + |\Delta Q_2| + |\Delta Q_3| &\rightarrow \min \\ (Q_1 + \Delta Q_1) + (Q_2 + \Delta Q_2) + (Q_3 + \Delta Q_3) &= 60 \end{aligned}$$

Числовые значения при ΔQ_1 , ΔQ_2 и ΔQ_3 равны между собой. Рассмотрим случай, когда изменение приростов аргументов происходит равномерно.

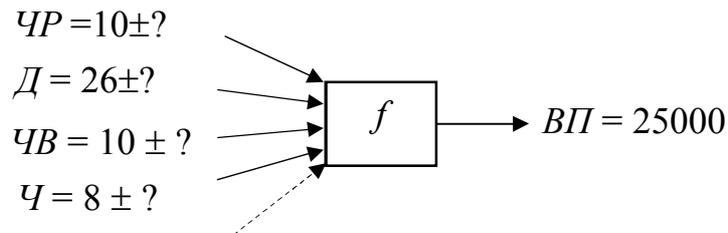
Система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = 1 \\ \frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_3} = 1 \\ (15 + \Delta Q_1) + (17 + \Delta Q_2) + (20 + \Delta Q_3) = 60. \end{cases}$$

Решение системы: $\Delta Q_1 = \Delta Q_2 = \Delta Q_3 = 2,667$. Следовательно, $Q_1 = 15 + 2,667 = 17,667$, $Q_2 = 19,667$, $Q_3 = 22,667$.

Решение задачи полностью соответствует решению, полученному с помощью математического пакета MathCad (Приложение Б).

Рассмотрим случай мультипликативной зависимости между аргументами: формирование валовой продукции (рисунок 1.10). Исходные данные представлены на рисунке 3.11.



*Минимизация суммы
абсолютных значений
аргументов*

Рисунок 3.11 – Задача формирования валовой продукции

Задача оптимизации имеет вид:

$$|\Delta ЧР| + |\Delta Д| + |\Delta ЧВ| + |\Delta Ч| \rightarrow \min$$

$$(ЧР + \Delta ЧР) \cdot (Д + \Delta Д) \cdot (ЧВ + \Delta ЧВ)(Ч + \Delta Ч) = 25000.$$

Значения частных производных равны: $\frac{\partial f}{\partial \Delta ЧР} = 2080$, $\frac{\partial f}{\partial \Delta Д} = 800$, $\frac{\partial f}{\partial \Delta ЧВ} = 2080$,

$$\frac{\partial f}{\partial \Delta Ч} = 20800.$$

Поскольку полученное значение больше для аргумента $Ч$, то осуществляется решение уравнения относительно этого аргумента:

$$Ч = 25000 / (10 \cdot 26 \cdot 10) = 9,615.$$

Решение задачи формирования валовой продукции в MathCad представлено в Приложении Б.

Представленный метод не требует использования симплекс-метода или методов нелинейной оптимизации и может быть использован при решении задач линейного программирования рассмотренного вида в других областях исследования. К недостаткам предложенного метода можно отнести необходимость вычисления частных производных функции в случае нелинейной зависимости между аргументами функции.

3.3.2 Решение обратной задачи на основе минимизации суммы модулей с учетом ограничений

При решении задач могут быть наложены ограничения на значения аргументов. Ограничения на величины показателей могут быть определены областью их допустимых значений, особенностями ведения деятельности (например, количество используемых ресурсов предприятия не может быть больше наличного запаса), прогнозными значениями показателей, установленными экспертом и т.д.

Так, в случае минимизации суммы абсолютных значений аргументов задача оптимизации с учетом ограничений будет иметь вид:

$$\begin{aligned} &|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots \rightarrow \min \\ &f(x + \Delta x) = y \\ &l_i \leq x_i + \Delta x_i \leq h_i \end{aligned}$$

где i – номер аргумента, на значение которого наложены ограничения ($i=1..m$, m – число аргументов, на значения которых наложены ограничения);

l_i и h_i – нижняя и верхняя граница интервала, которому должны принадлежать значения i -го аргумента.

Для решения данной задачи рассмотрим алгоритм, который заключается в решении оптимизационной задачи и последующей корректировке решения в соответствии с установленными границами l_i и h_i .

Шаг 1. Решение задачи определения приращения Δx_i изменяемых аргументов таким образом, чтобы сумма их абсолютных значений была минимальна:

$$\begin{aligned} &|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots \rightarrow \min, \\ &f(x + \Delta x) = y. \end{aligned} \tag{3.12}$$

Изменить значение аргумента на полученную величину приращений: $x_i = x_i + \Delta x_i$.

Шаг 2. Проверка соответствия изменяемого аргумента заданным ограничениям. Если все значения удовлетворяют ограничениям, то работа

алгоритма останавливается. Если значение аргумента не удовлетворяет ограничениям, то ему присваивается значение ближайшей границы, и такой аргумент исключается из списка изменяемых аргументов, после осуществляется возврат на шаг 1. Если список изменяемых аргументов пуст, то работа алгоритма завершается.

3.3.3 Примеры решения обратных задач при наличии ограничений на значения аргументов функции

Рассмотрим решение задачи определения объема доставки (рисунок 3.8). При этом для значений аргументов установлены следующие ограничения:

$$0 \leq Q_1 \leq 25$$

$$0 \leq Q_2 \leq 17,5$$

$$0 \leq Q_3 \leq 25.$$

Решение задачи без учета ограничений было рассмотрено ранее: $Q_1 = 17,667$, $Q_2 = 19,667$, $Q_3 = 22,667$.

Аргумент Q_2 не удовлетворяет ограничениям, поэтому необходимо присвоить данному аргументу значение границы 17,5 ($Q_2=17,5$). В списке изменяемых аргументов остались Q_1 и Q_3 .

Система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_3} = 1 \\ (17,667 + \Delta Q_1) + 17,5 + (22,667 + \Delta Q_3) = 60. \end{cases}$$

Решение системы: $\Delta Q_1 = \Delta Q_3 = 1,083$. Следовательно, $Q_1 = 17,667 + 1,083 = 18,75$, $Q_2 = 17,5$, $Q_3 = 22,667 + 1,083 = 23,75$. Решение соответствует решению, полученному с использованием программы MathCad (приложение Б).

На рисунке 3.12 представлено изменение значений аргументов в течение десяти итераций при решении задачи с использованием итерационной процедуры, представленной в статье [18]. Полученный результат соответствует решению с использованием предложенного метода.

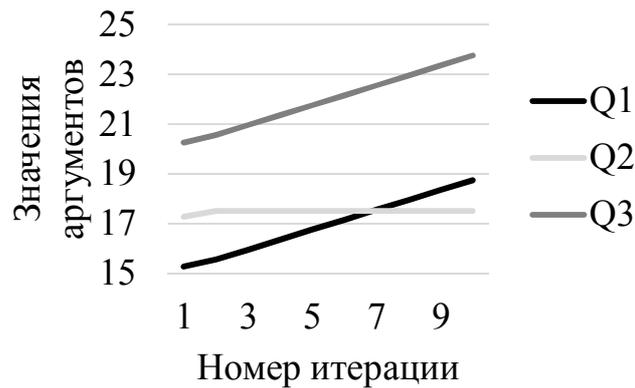


Рисунок 3.12 – Изменение значений аргументов в течение десяти итераций

Рассмотрим также смешанную зависимость между аргументами функции: формирование прибыли (1.12).

Исходные значения задачи представлены на рисунке 3.5. Необходимо определить величину цены, себестоимости и количества таким образом, чтобы прибыль была равна 4500 усл. ден. ед., а сумма абсолютных изменений аргументов минимальна.

Ограничения переменных:

$$80 \leq K \leq 130,$$

$$50 \leq Ц \leq 62,5,$$

$$18,5 \leq C_e \leq 25.$$

Значения частных производных функции-ограничения $f(\Delta K, \Delta Ц, \Delta C_e) = (98 + \Delta K) \cdot (60 + \Delta Ц - 19 - \Delta C_e) - 4500$: $\frac{\partial f}{\partial \Delta K} = 41$, $\frac{\partial f}{\partial \Delta Ц} = 98$, $\frac{\partial f}{\partial \Delta C_e} = -98$.

Абсолютное значение частной производной больше для приращения цены и себестоимости. В таблице 3.13 представлены результаты дальнейших расчётов при равномерном изменении этих показателей.

Таблица 3.13 – Значения аргументов при минимизации суммы абсолютных значений изменений аргументов

Номер итерации	K	ζ	C_e
	98	60	19
1	98	62,459	16,541
2	98	64,418	18,5
3	102,273	62,5	18,5

Преимуществом предложенного алгоритма является то, что он не требует в отличие от методов, рассмотренных в работах [41, 118], многократного проведения итераций, в ходе которых осуществляется последовательное изменение результирующего показателя до достижения заданного значения. В предложенном алгоритме число итераций определяется числом аргументов, не удовлетворяющих ограничениям.

3.6 Выводы по главе 3

1. Предложены оптимизационные модели для решения обратных задач, где в качестве целевой функции рассматривается мера отдаленности от исходных значений входных параметров. Минимизация суммы квадратов изменений аргументов позволяет определять решения задачи таким образом, чтобы значения аргументов были близки к нулю, минимизация суммы абсолютных значений аргументов позволяет осуществлять выбор аргументов для их изменения.

2. Предложены два алгоритма решения обратных задач при минимизации суммы квадратов аргументов. Их отличием от классических методов решения задач нелинейной оптимизации заключается в отсутствии необходимости оптимизации модифицированной функции: решение задачи сводится к решению системы алгебраических уравнений.

3. Выявлены ограничения алгоритмов на основе формирования системы уравнений. В частности, при некоторых видах нелинейных функций при использовании градиентного алгоритма было получено значительное отличие от решения задачи в математическом пакете, что связано с изменением направления вектора-градиента при переходе от текущего решения к искомому. Также в некоторых задачах не может быть получена аналитическая зависимость одного аргумента через другие аргументы, следовательно, алгоритм на основе формирования кривой заданного уровня не может быть использован. Предложены итерационные алгоритмы решения обратной задачи при минимизации суммы квадратов аргументов. Особенностью предложенного подхода является использование итерационных формул изменения аргументов, основанных на аппарате обратных вычислений. Данный аппарат позволяет выполнить переход от исходных значений аргументов к величинам аргументов, которые удовлетворяют ограничению задачи. Используемый подход обеспечивает простоту реализации алгоритмов ввиду отсутствия необходимости реализации методов решения систем уравнений. При градиентном методе итерационное изменение аргументов

обеспечило большее соответствие решению задачи с помощью стандартной функции математического пакета по сравнению с решением задачи с помощью системы уравнений. Таким образом, итерационные алгоритмы могут быть использованы для решения более широкого круга задач. По сравнению с многократной оптимизацией модифицированной функции с помощью метода штрафа, использование предложенного подхода обеспечивает сокращение времени решения задачи (например, для задачи формирования выпуска продукции сокращение времени более, чем в 4 раза, при этом число выполняемых арифметических операций меньше более, чем в 400 раз).

4. Предложен алгоритм решения обратной задачи с помощью обратных вычислений при минимизации суммы абсолютных изменений аргументов. Особенностью алгоритма является отсутствие необходимости выполнения многократных итераций, связанных с применением симплекс-метода или оптимизации модифицированной функции. Это достигается за счёт представления задачи в виде задачи линейного программирования с одним ограничением. Её решение сводится к определению максимальных абсолютных числовых значений при аргументах в ограничении и решению обратной задачи с помощью обратных вычислений.

5. Предложен алгоритм решения обратной задачи при минимизации суммы абсолютных изменений аргументов при наличии ограничений на величины аргументов. Представленный алгоритм в отличие от существующих методов не требует многократного проведения итераций, в ходе которых осуществляется последовательное изменение результирующего показателя до достижения заданного значения. В предложенном алгоритме число итераций определяется числом аргументов, не удовлетворяющих ограничениям.

6. Применение разработанных алгоритмов позволяет получать результаты, согласующиеся с результатами использования математических пакетов и классических методов решения оптимизационных задач. Подтверждение этого приводится в результатах численного решения обратных задач по

формированию показателей с использованием стандартных экономических моделей.

4. Алгоритмы решения задач условной оптимизации с помощью обратных вычислений

Рассмотренные в п.3 обратные задачи относятся к задачам линейного и нелинейного программирования, следовательно, интересным является вопрос о том, можно ли использовать данный аппарат для решения задач оптимизации более широкого круга:

$$\begin{aligned}
 g(x) &\rightarrow \min, \\
 f_i(x) &= 0, \\
 h_j(x) &\geq / \leq 0, \\
 a &\leq x \leq b,
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

где $g(x)$ – целевая оптимизируемая функция;

f_i – функции ограничений-равенств;

h_i – функции ограничений-неравенств;

a, b – верхняя и нижняя границы аргументов x соответственно.

4.1 Стохастический алгоритм решения задач условной оптимизации

Для решения задач условной оптимизации может быть использована комбинация стохастических алгоритмов и обратных вычислений: первые позволяют генерировать различные варианты решений, а второй – корректировать их с учетом заданных ограничений, что позволит рассматривать решения, принадлежащие допустимой области.

Использование стохастических методов для решения задач линейного и нелинейного программирования обусловлено следующими факторами.

1. Задача имеет бесконечное множество решений, тем не менее необходимо получить результат. Также задача может не иметь решения, использование

стохастических методов в этом случае позволит получить результат, который ближе всего к допустимой области.

2. Количество аргументов в модели очень большое и/или они могут принимать только целые значения (задачи полностью или смешанного целочисленного программирования).

3. Необходимо получить решение задачи, близкое к оптимальному, с помощью простого алгоритма или выполнить поиск начального решения для его последующего использования другими методами.

4. Необходимо выполнить проверку правильности найденного с помощью другого метода решения.

5. Знакомство с задачами линейного и нелинейного программирования на начальных этапах изучения материала. Более простые способы решения позволяют лучше понять суть задачи.

6. Необходимо сгенерировать несколько разных вариантов решения задачи, упорядочив их по значению целевой функции, чтобы сделать вывод о том, насколько оптимальное решение отличается от ближайшего к нему, а также сделать окончательный выбор, взвесив факторы, которые невозможно формализовать [128].

7. Рассматриваемые в задаче функции (стоимости, ограничений) не являются непрерывными и дифференцируемыми (например, имеют кусочный вид или вычисляются алгоритмически). Например, при исследовании транспортных задач часто рассматриваются задачи в такой постановке, когда стоимость доставки является кусочно-заданной функцией, зависящей от количества, что связано с предоставляемыми поставщиками скидками [129].

Решение задачи условной оптимизации с использованием случайного поиска включает следующие шаги:

1. Задать начальные величины x_i , принимаемые в качестве текущего решения, рассчитать значение целевой функции.

2. Сгенерировать случайные величины x_i из заданных интервалов.

3. Выполнить проверку соответствия существующим ограничениям. Если величины лежат в области допустимых решений, то перейти на шаг 4, иначе – вернуться на шаг 2.

4. Рассчитать значение целевой функции. Если полученная величина меньше значения, соответствующего текущему решению, то запомнить его в качестве текущего решения. Если было выполнено необходимое число итераций, то работа алгоритма завершается, иначе осуществляется переход на шаг 2.

При сочетании обратных вычислений со случайным поиском выполняется корректировка искомых величин с учетом ограничений решение задачи будет включать следующие шаги:

Шаг 1. Генерирование случайным образом величин аргументов функции x_i .

Шаг 2. Корректировка полученных величин x_i с учетом ограничений f, h задачи (4.1). При этом могут быть рассмотрены следующие варианты решения обратной задачи:

1) сгенерировать случайным образом коэффициенты относительной важности и использовать аппарат обратных вычислений, рассмотренный в п.1,2.

2) найти решение при минимизации суммы квадратов изменений аргументов (п.3).

Шаг 3. Рассчитать значение целевой функции. Если полученная величина меньше значения, соответствующего текущему решению, то запомнить его в качестве текущего решения. Если было выполнено необходимое число итераций, то работа алгоритма завершается, иначе осуществляется переход на шаг 1.

Данный алгоритм был использован в работах [130–132] для решения задач линейного и нелинейного программирования. Рассмотрим его применение на примере решения задачи линейного программирования в комбинации с идеей генетического алгоритма [96, 128, 130], который обладает следующими основными механизмами:

- селекция – выбор двух единиц популяции, обладающих лучшими признаками (значением целевой функции) для последующего скрещивания;

- скрещивание – получение потомства от выбранных единиц популяции (в результате генерируется новый набор переменных, который может быть рассмотрен в качестве возможного решения);
- мутация – оператор, используемый для обеспечения генетического разнообразия при создании нового поколения популяции (замена переменных позволяет не останавливаться на локальном минимуме, а исследовать другие участки).

При этом решение i считается лучшим по сравнению с решением j , если:

1. Решение i удовлетворяет ограничениям, а решение j – нет.
2. Решения i и j удовлетворяют ограничениям, и целевая функция i имеет лучшее значение по сравнению с решением j .
3. Решения i и j не удовлетворяют ограничениям и решение i ближе к области допустимых значений, чем j .

В данном случае представленный выше алгоритм будет иметь следующие шаги:

Шаг 1. На заданном интервале $(x_m - \Delta; x_m + \Delta)$ сгенерировать точку, координаты которой принимаются в качестве начальных. Если ограничения выполняются, то оставить данную точку в качестве возможного решения.

Шаг 2. Сгенерировать m решений путем решения обратной задачи с помощью обратных вычислений для каждого ограничения (считая, что отношение имеет знак равенства, а коэффициенты относительной важности генерируются случайным образом).

Шаг 3. Для полученных решений выполнить операцию «скрещивание». Реализация данного механизма от зависит от вида ограничения. Так, если два ограничения имеют вид «больше или равно», то операция скрещивания может быть записана в виде формулы:

$$x_k = x_k^f + (x_k^m + x_k^f) \cdot r$$

где x_k^f – наибольшее значение из двух решений x_k^f и x_k^m ;

r – случайное число от 0 до 1.

Если одно ограничение имеет «меньше или равно», а другое «больше или равно», то операция скрещивания будет иметь вид:

$$x_k = x_k^f + (x_k^m - x_k^f) \cdot r,$$

Если ограничения имеют вид «меньше или равно», то формула будет иметь вид:

$$x_k = x_k^f - (x_k^m + x_k^f) \cdot r.$$

Шаг 4. Осуществляется ранжирование решений и выбор лучшего из них. Сохраняется t лучших решений. Возврат на шаг 1.

На рисунке 4.1 представлено решение задачи линейного программирования с использованием алгоритма случайного поиска:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) &= 17x_1 + 58x_2 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 40x_1 + 1,5x_2 \geq 75, \\ 0,2x_1 + 25,2x_2 \geq 14. \end{cases} \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (4.2)$$

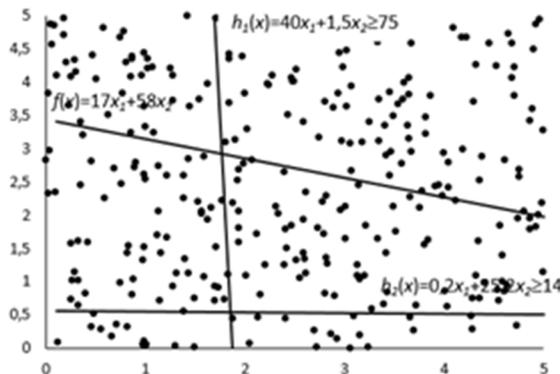


Рисунок 4.1 – Решение задачи с помощью случайного поиска

Точками на рисунке 4.1 обозначены сгенерированные случайным образом значения аргументов. Здесь точки моделируются без учета существующих ограничений, поэтому только часть из них будет лежать в области допустимых значений, из которых и осуществляется выбор согласно значению целевой функции. Полученное решение в данной реализации: $x_1=2,153$, $x_2=0,812$, $f(x)=83,7$.

Решение задачи (4.2) ($r=0,01$) с помощью представленного алгоритма на основе обратных вычислений приведено на рисунке 4.2. Полученный результат в

данной реализации: $x_1=1,854$, $x_2=0,546$, $f(x)=63,20$. Таким образом, было получено решение задачи с меньшим значением целевой функции.

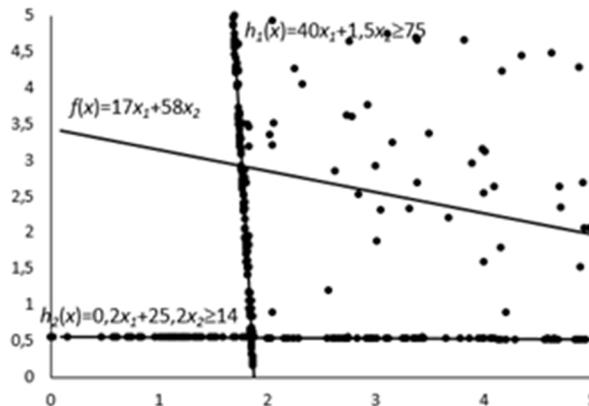


Рисунок 4.2 – Решение задачи с помощью алгоритма на основе обратных вычислений

Использование адаптивного случайного поиска [74, 75] способно повысить эффективность алгоритма. Применительно к рассматриваемой задаче условия адаптивного изменения параметров будут иметь следующий вид:

1. если сгенерированное решение не удовлетворяет ограничениям, то необходимо увеличить Δ (шаг, согласно которому происходит моделирование случайных величин);
2. если смоделированное решение лежит в допустимой области и является лучшим из полученных ранее, то x_m становится равной полученной точке и происходит уменьшение шага Δ .

При этом задается минимальное и максимальное значение шага, а также осуществляется проверка выхода значений за установленные границы.

Результат решения задачи (4.2) с помощью адаптивного изменения параметров представлен на рисунке 4.3.

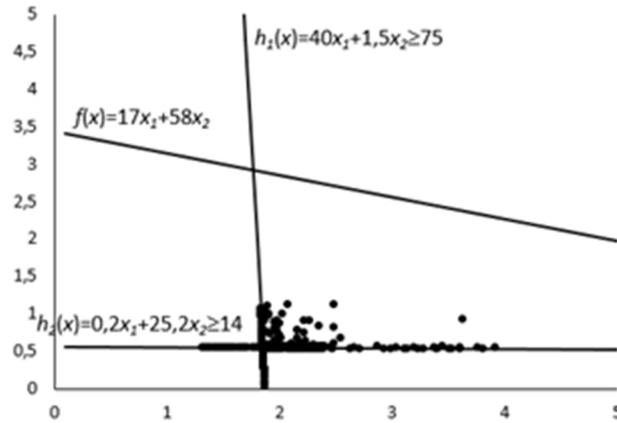


Рисунок 4.3 – Решение задачи с адаптивным изменением параметров моделирования решения

Полученный результат в данной реализации: $x_1=1,856$, $x_2=0,541$, $f(x)=62,92$.

Рассмотрим теперь случай, когда целевая функция не является непрерывной.

Целевая функция имеет вид:

$$f(x) = s_1 \cdot x_1 + s_2 \cdot x_2 \rightarrow \min ,$$

где

$$s_1 = \begin{cases} 30, & x_1 < 1 \\ 25, & x_1 \geq 1 \end{cases}$$

$$s_2 = \begin{cases} 40, & x_2 < 1 \\ 35, & x_2 \geq 1 \end{cases}$$

Ограничения задачи:

$$5x_1 + 7x_2 \geq 10$$

$$7x_1 + 3x_2 \geq 5$$

Решение задачи в случае использования случайного поиска: $x_1=1,767$, $x_2=0,225$, $f(x) = 53,188$, решение задачи при использовании комбинации случайного поиска и обратных вычислений: $x_1 = 1,929$, $x_2 = 0,051$, $f(x) = 50,255$.

На рисунке 4.4 представлена гистограмма, отражающая величину отклонения найденного решения от оптимального при изменении числа сгенерированных точек. На графике представлены средние значения, моделирование было выполнено в течение 1000 реализаций. Можно увидеть, что

при уменьшении числа точек разница, между результатами, полученными с помощью двух методов, увеличивается.

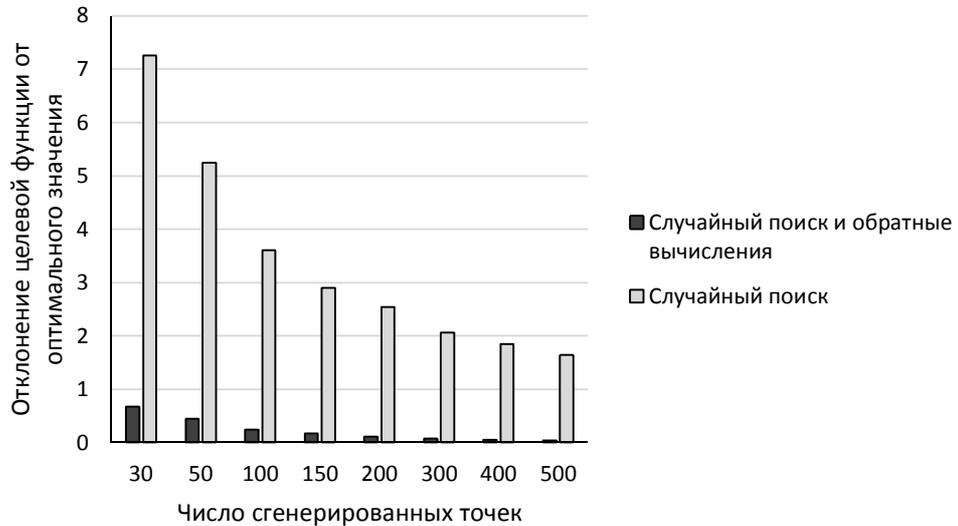


Рисунок 4.4 – Отклонения полученных решений от оптимального

4.2. Алгоритм решения оптимизационных задач нелинейного программирования с одним ограничением

Рассмотренная в п. 3.1 задача по минимизации суммы квадратов изменений аргументов относится к задачам нелинейной оптимизации:

$$g(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n) = \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \dots + \Delta x_n^2 \rightarrow \min$$

$$f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) = y + \Delta y$$

Следовательно, можно сделать вывод, что представленный в п. 3.1.4 алгоритм может быть использован для решения более широкого круга оптимизационных задач.

По виду целевой функции разделим задачи на две группы [133]:

1. Изменение аргумента функции на величину ϕ (относительно точки минимума) приведет к такому же изменению целевой функции, как и при изменении другого аргумента на величину ϕ . Это означает выполнение следующего соотношения:

$$g(x_1^* + \phi, x_2^*, \dots, x_n^*) = g(x_1^*, x_2^* + \phi, \dots, x_n^*) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^* + \phi), \quad (4.3)$$

где $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ – точка минимума; ϕ – некоторое число.

В этом случае вторые частные производные функции будут постоянны и равны между собой.

2. Условие для целевой функции (4.3) не выполняется. Частные производные функции – линейные одномерные функции (вторые частные производные постоянны).

На рисунке 4.5а и рис. 4.5б представлены линии уровня для первого и второго случая соответственно (a, b – параметры, $a = 148,2, b = -1,15, a_1 = 148,2, b_1 = -1,15, a_2 = 200, b_2 = -3$).

По виду ограничения задачи также разделим на две группы:

1. Ограничение имеет вид линейного равенства.

2. Ограничение имеет нелинейный вид. Частные производные функции ограничения – одномерные линейные функции (вторые частные производные постоянны).

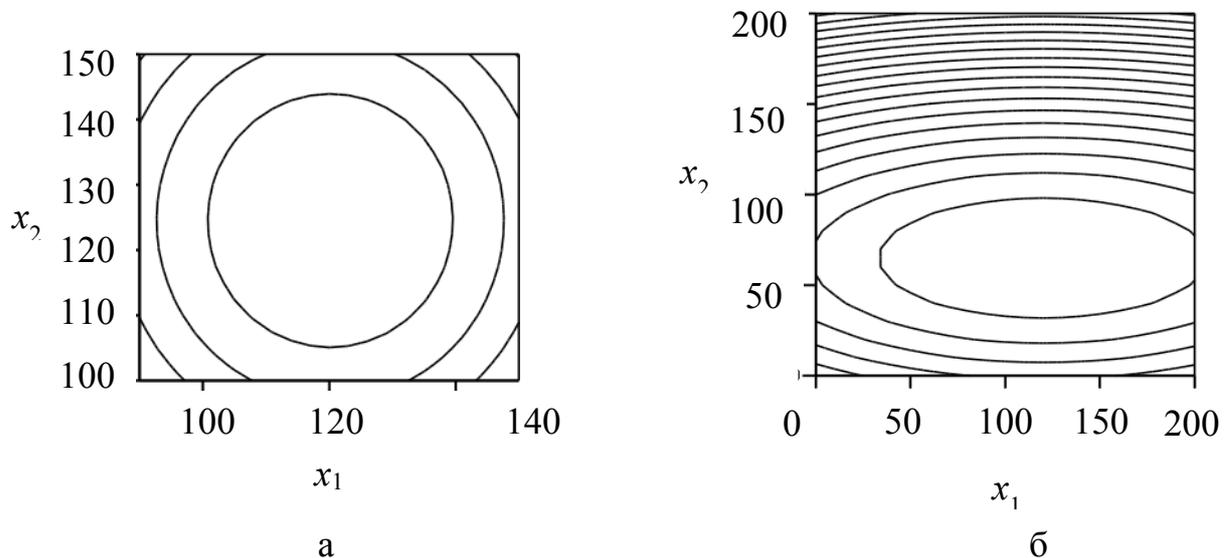


Рисунок 4.5 – Контурный график: а – функция

$$f(x) = (a + b \cdot x_1 - 10)^2 + (a + b \cdot x_2 - 5)^2; \quad \text{б} – \text{функция}$$

$$f(x) = (a_1 + b_1 \cdot x_1 - 10)^2 + (a_2 + b_2 \cdot x_2 - 5)^2$$

Рассмотрим применение метода на основе обратных вычислений для

решения представленных задач. Решение задачи будет включать два основных этапа: решение задачи безусловной оптимизации и последующая корректировка полученного решения x^* на величину Δx с учетом ограничения. Величина Δx определяется разностью $\Delta x = x - x^*$, где x^* – значение аргумента, являющееся решением задачи квадратичного программирования. При этом необходимо учесть влияние отдельных аргументов на изменение целевой функции.

Рассмотрим вариант, когда целевая функция удовлетворяет условию (4.3). В случае нелинейного ограничения не может быть получено аналитическое выражение, связывающее аргументы, а, следовательно, и использование метода, основанного на построении кривой заданной уровня, представленного в п. 3.1.4, поэтому предлагается использование градиентного метода решения задачи корректировки значений аргументов x^* .

Суть градиентного метода заключается в том, чтобы отношение величин приращений аргументов соответствовало отношению элементов вектора градиента, т. е. изменение аргументов происходило в направлении наибольшего возрастания/убывания функции-ограничения. Поскольку при движении в направлении градиента/антиградиента наблюдается наибольшее возрастание/убывание функции, то это говорит о том, что можно достигнуть её заданного значения при меньших изменениях аргументов. В свою очередь меньшее изменение аргументов приведет к меньшему отклонению значения целевой функции от величины, полученной путем решения задачи безусловной оптимизации. Так, например, для функции (4.3) в случае двух аргументов и их положительных приростов будет справедливо следующее соотношение: $g(x_1^* + \Delta x_1^{(1)}, x_2^* + \Delta x_2^{(1)}) < g(x_1^* + \Delta x_1^{(2)}, x_2^* + \Delta x_2^{(2)})$ при $\Delta x_1^{(1)} + \Delta x_2^{(1)} < \Delta x_1^{(2)} + \Delta x_2^{(2)}$.

На рисунке 4.6 представлен пример решения задачи для функции с двумя аргументами:

$$\begin{aligned} g(x) &= (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 \\ f(x) &= 2x_1^2 + 0,5x_2^2 = 3 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Начальная точка A получена путем решения задачи безусловной оптимизации, B – точка, полученная при движении в направлении антиградиента функции $f(x)$ до пересечения с кривой заданного уровня $\left(x_1 = \sqrt{\frac{3 - 0,5x_2^2}{2}} \right)$.

Элементы вектора антиградиента функции $f(x)$ в точке A равны $(-4; -2)^T$. Использование вектора антиградиента обусловлено тем фактом, что значение ограничения в точке A равно 4, что превышает заданное -3 , следовательно, значение функции необходимо уменьшить.

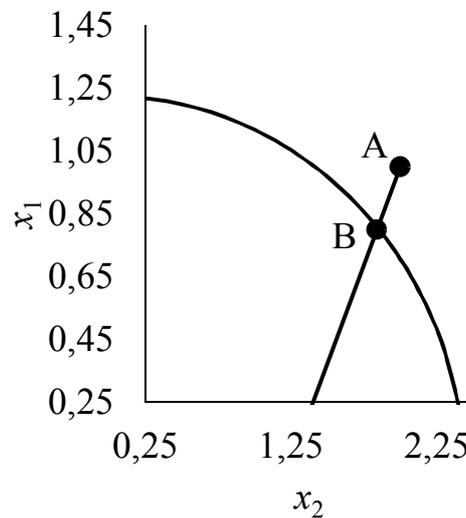


Рисунок 4.6 – Градиентный метод решения задачи (4.4)

Таким образом, решение задачи при использовании вектора-градиента включает следующие шаги:

Шаг 1. Решение задачи безусловной оптимизации целевой функции $g(x)$. Полученное решение включает набор значений x^* . Подстановка полученных величин x^* в ограничение и проверка условия: если неравенство выполняется, то работа алгоритма завершается, иначе – переход на следующий шаг.

Шаг 2. Подстановка полученных значений x^* в ограничение $y^* = f(p^*)$. Проверка направления изменения аргументов: если $y^* > y$, то значение функции ограничения необходимо уменьшить (используются элементы вектора антиградиента) и $t = -1$, в противном случае – увеличить (используются элементы

вектора градиента) и $t = 1$.

Шаг 3. Определить необходимые приращения аргументов Δx_i для достижения заданного значения ограничения y^* путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_\eta}{\Delta x_i} = \frac{t \cdot \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_\eta}}{t \cdot \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i}}; i = 1..n, i \neq \eta \\ f(x^* + \Delta x) = y^* \end{cases}$$

В результате решения системы получим значения изменений аргументов Δx_i . В случае линейного ограничения полученное соотношение эквивалентно системе, представленной в работе [120], где приращения аргументов определялось исходя из критерия минимизации их суммы квадратов:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_\eta}{\Delta x_i} = \frac{k_\eta}{k_i}; i = 1..l, i \neq \eta \\ f(x^* + \Delta x) = y^* \end{cases}$$

где k_i – коэффициенты при p_i в линейном уравнении ограничения.

Шаг 6. Изменить значения аргументов функции:

$$x_i^* = x_i^* + \Delta x_i.$$

Рассмотрим теперь случай, когда условие (4.3) для целевой функции не выполняется. Это означает, что изменение аргументов оказывает различное влияние на изменение целевой функции. Пусть частные производные целевой функции представляют собой одномерные функции, чтобы учесть влияние аргументов на изменение целевой функции относительно точки минимума буду использованы значения вторых частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_\eta}{\Delta x_i} \frac{\frac{\partial^2 g(x^*)}{\partial x_\eta^2}}{\frac{\partial^2 g(x^*)}{\partial x_i^2}} = \frac{t \cdot \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_\eta}}{t \cdot \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i}}; i = 1..l, i \neq \eta \\ f(x^* + \Delta x) = y^* \end{cases}$$

Решение обратной задачи также может осуществляться итерационно с помощью алгоритмов, рассмотренных в п.3.1.6.

Рассмотренный выше алгоритм предполагает, что ограничение задачи имеет вид равенства. Задача с ограничением-неравенством будет иметь вид:

$$\begin{aligned} g(x) &\rightarrow \min, \\ f(x) &\leq / \geq y^*. \end{aligned}$$

В этом случае после выполнения шага 1 (решения задачи безусловной оптимизации целевой функции $g(x)$) осуществляется проверка: если значение функции $f(x)$ удовлетворяет ограничению задачи $f(x) \leq / \geq y^*$, то работа алгоритма завершается, иначе ограничение-неравенство преобразуется в ограничение равенство и выполняются дальнейшие шаги (начиная со второго) представленного выше алгоритма.

4.2.1 Пример решения задачи квадратичного программирования

Рассмотрим использование алгоритма для решения следующей задачи квадратичного программирования:

$$\begin{aligned} g(x) &= 4x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \min, \\ x_1 + 2x_2 &= 3. \end{aligned}$$

На рисунке 4.7 показана контурная диаграмма и линия $x_1 = 3 - 2x_2$. Целевая функция $g(x)$ достигает минимума в точке А (0;0).

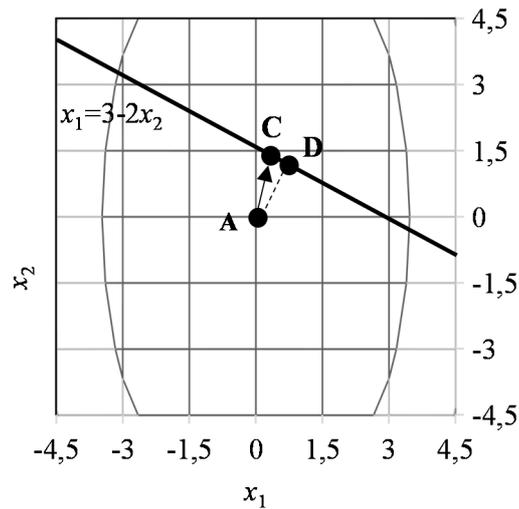


Рисунок 4.7 – Графическое представление задачи при различном влиянии аргументов

Задача заключается в том, чтобы перейти из точки минимума A в точку на линии ограничения при минимальном изменении аргументов x_1 и x_2 . Кратчайшее расстояние из точки A до прямой $x_2 = 10 - x_1$ представляет собой длину перпендикуляра AD.

Отношение приращений равно коэффициенту при переменной x_2 со знаком минус, а система для определения величин приращений имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = 2; \\ 0 + \Delta x_1 + 2(0 + \Delta x_2) = 3. \end{cases}$$

Решение системы: $\Delta x_1 = 0,6$, $\Delta x_2 = 1,2$.

Однако необходимо учесть отличие во влияниях аргументов на изменение функции $g(x)$. Для этого вычислим частные производные второго порядка (частные производные первого порядка будут представлять собой линейные функции, скорость их изменения и необходимо вычислить):

$$\frac{\partial^2 g(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} = 8;$$

$$\frac{\partial^2 g(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} = 2.$$

Отношение частных производных равно 4. Выполним корректировку системы уравнений с учетом полученного значения отношения частных производных второго порядка:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \cdot \frac{2}{8} = 2; \\ 0 + \Delta x_1 + 2(0 + \Delta x_2) = 3. \end{cases}$$

Решение системы: $\Delta x_1 = 0,176$, $\Delta x_2 = 1,412$ (точка C).

Полученные решения совпали с решением задачи квадратичного программирования с помощью пакета Mathcad.

4.2.2 Решение задачи оптимизации цены

Задаче оптимизации цены посвящено множество работ [134–140], поскольку данная характеристика является одной из определяющих для максимизации прибыли экономического объекта. В них приводятся оптимизационные модели с учетом специфики объекта исследования. Так, в статье [136] рассматривается задача максимизации выручки путем определения набора цен для конкурирующих товаров при условии равенства суммы цен группы товаров заданному значению. В работе [137] доход от продажи одежды класса "быстрая мода" складывается из выручки до последней недели продаж и выручки в последнюю неделю продаж, когда выполняется ликвидация коллекции по самой низкой цене. В статье [134] при максимизации прибыли учитываются цены производителей продукции. Также авторами рассматривается решение задачи оптимизации цены путем моделирования выбора пользователем товаров с учетом их взаимозаменяемости [135], установка отдельных цен в каждом канале продаж (веб-сайт, мобильное приложение, социальные сети) [138]. В статье [139] выполнен учет затрат на

закупку и хранение товаров, в работе [140] исследованы клиенты двух типов: лояльные и нелояльные, а полочное пространство в магазине считается ограниченным.

Из представленных в литературе [135, 137–142] исследований следует, что задача оптимизации цены часто представляется в виде задачи нелинейного программирования. Рассмотрим задачу оптимизации с одним ограничением в виде равенства [133, 143]. Предполагается линейная зависимость спроса от цены, параметры линейной регрессии для определения прогнозного значения еженедельного спроса определяются на основе имеющихся статистических данных о значениях цен и спроса за предыдущие периоды. Классическим методом оценки параметров регрессии является метод наименьших квадратов.

Определим следующие обозначения:

p_j – искомая цена на изделие в j -м периоде ($j=1..n$, n – число периодов);

p_i – искомая цена на изделие i -го вида ($i=1..m$, m – число видов изделий);

q_i – текущая цена на изделие i -го вида;

c_j – планируемый объем выпуска изделия в j -м периоде;

P_1, P_2 – значение выручки, которое необходимо получить;

r – затраты ресурса на изготовление единицы изделия;

R – величина имеющегося запаса материального у предприятия;

h_i – геометрический объем единицы изделия i -го вида;

S – объем доставки;

a_i и b_i – параметры линейной регрессии, используемые для определения спроса v_i на изделие i -го вида:

$$v_i = a_i + b_i \cdot p_i.$$

При этом предполагается отрицательная эластичность спроса, т.е. его уменьшение при росте цен, следовательно, на знак параметров накладываются следующие ограничения: $a_i \geq 0$ и $b_i \leq 0$.

Если рассматривается изделие одного вида, то параметры указываются без индексов: a и b .

Можно определить следующие варианты задач оптимизации цены p (в

качестве финансового показателя деятельности предприятия используется выручка):

Вариант 1: Минимизация отклонения прогнозируемого спроса в j -м периоде от планируемого объема производства при наличии ограничения на объем используемого ресурса: объем используемого ресурса для производства изделия не превышает имеющийся запас [144]:

$$g(p) = \sum_{j=1}^n (a + b \cdot p_j - c_j)^2 \rightarrow \min,$$

$$f(p) = \sum_{j=1}^n r v_j = \sum_{j=1}^n r (a + b \cdot p_j) \leq R, \quad p_j \geq 0. \quad (4.5)$$

Вариант 2: Максимизация суммарной выручки (минимизация величины, полученной путем умножения выручки на -1), полученной в результате суммирования выручки от продажи i -го вида изделия, при наличии ограничения на объем доставки всех видов изделий:

$$g(p) = -\sum_{i=1}^m (a_i + b_i \cdot p_i) p_i \rightarrow \min,$$

$$f(p) = \sum_{i=1}^m h_i v_i = \sum_{i=1}^m h_i (a_i + b_i p_i) \leq S, \quad p_i \geq 0. \quad (4.6)$$

Вариант 3: Минимизация отклонения прогнозируемого спроса в j -м периоде от планируемого объема производства изделия при наличии ограничения на значение суммарной выручки за n периодов, величина которой должна быть не менее установленной:

$$g(p) = \sum_{j=1}^n (a + b \cdot p_j - c_j)^2 \rightarrow \min,$$

$$f(p) = \sum_{j=1}^n p_j v_j = \sum_{j=1}^n p_j (a + b \cdot p_j) \geq P_1, \quad p_j \geq 0. \quad (4.7)$$

Вариант 4: Минимизация отклонения прогнозируемого спроса на изделие i -го вида от планируемого объема производства изделия данного вида при наличии ограничения на значение суммарной выручки по всем видам изделий, величина

которой должна быть не менее установленной:

$$g(p) = \sum_{i=1}^m (a_i + b_i \cdot p_i - c_i)^2 \rightarrow \min,$$

$$f(p) = \sum_{i=1}^m p_i v_i = \sum_{i=1}^m p_i (a_i + b_i \cdot p_i) \geq P_1, \quad p_i \geq 0. \quad (4.8)$$

Вариант 5: Минимизация отклонения искомой цены от текущей (найти значение наиболее близкое к искомому) при наличии ограничения на суммарную выручку по всем видам изделий, величина которой должна быть не менее заданного значения:

$$g(p) = \sum_{i=1}^m (p_i - q_i)^2 \rightarrow \min,$$

$$f(p) = \sum_{i=1}^m p_i v_i = \sum_{i=1}^m p_i (a_i + b_i \cdot p_i) \geq P_2, \quad p_i \geq 0. \quad (4.9)$$

Рассмотрим решение представленных задач с помощью классических методов нелинейного программирования: штрафов и множителей Лагранжа, которые основаны на сведении задачи условной оптимизации к задаче безусловной оптимизации.

В методе штрафов формируется функция, включающая целевую функцию и штраф-функцию от ограничения и штрафного параметра. Так, для третьего варианта штрафная функция V будет иметь вид:

$$V(p, W) = \sum_{j=1}^n (a + b \cdot p_j - c_j)^2 - W \cdot \ln \left(\sum_{j=1}^n p_j (a + b \cdot p_j) - P_1 \right).$$

Примем следующие значения исходных данных: $n = 3$, $a = 148,2$, $b = -1,15$, $c_1 = 10$, $c_2 = 5$, $c_3 = 11$, $P_1 = 3400$ руб. В таблице 4.1 представлены результаты, полученные с помощью метода штрафов (начальные значения аргументов равны 300).

Таблица 4.1 – Результаты, полученные с помощью метода штрафов

Штрафной параметр W	Аргументы функции			Целевая функция $g(p)$
	p_1	p_2	p_3	
100	116,4	120,46	115,59	58,84
10	118,70	122,93	117,85	8,988
1	119,36	123,65	118,51	2,71
0,1	119,5	123,79	118,64	1,9
0,01	119,51	123,81	118,65	1,813
0,001	119,51	123,81	118,65	1,804

В методе множителей Лагранжа формируется функция L , включающая неизвестный параметр – множитель Лагранжа: определяется сумма целевой функции и ограничения, умноженного на множитель Лагранжа λ . Так, для первого варианта задачи ($r=30$, $R=600$) функция Лагранжа будет иметь вид:

$$L(p, \lambda) = \sum_{j=1}^n (a + b \cdot p_j - c_j)^2 + \lambda \left(\sum_{j=1}^n r(a + b \cdot p_j) - R \right).$$

Для решения задачи необходимо вычислить частные производные функции по переменным p , приравнять их нулю и решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2,645 p_1 - 34,5 \lambda - 317,86 = 0 \\ 2,645 p_2 - 34,5 \lambda - 329,36 = 0 \\ 2,645 p_3 - 34,5 \lambda - 315,56 = 0 \\ \lambda ((148,2 - 1,15 \cdot p_1) \cdot 30 + (148,2 - 1,15 \cdot p_2) \cdot 30 + (148,2 - 1,15 \cdot p_3) \cdot 30 - 600) = 0 \end{cases}$$

Решением системы будет значение множителя Лагранжа, равное 0,133, значения цен равны: $p_1=121,91$, $p_2=126,26$, $p_3=121,04$.

Для представленных задач (4.5)–(4.9) полученные системы для определения приращений аргументов с помощью обратных вычислений будут соответственно выглядеть следующим образом.

Определение приращений аргументов для решения задачи (4.5) выполняется с помощью системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\Delta p_\eta}{\Delta p_j} = \frac{b \cdot r}{b \cdot r} = 1; j = 1..n, \eta \neq j \\ f(p^* + \Delta p) = \sum_{j=1}^n r \left(a + b \cdot (p_j^* + \Delta p_j) \right) = R. \end{cases}$$

Выполнив решение системы, получим следующее выражение для расчета приростов аргументов функции:

$$\Delta p_j = \frac{\frac{R}{r} - n \cdot a}{b} - \sum_{i=1}^n p_i^*, j = 1..n.$$

Система уравнений для решения задачи (4.6) имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta p_\eta}{\Delta p_i} = \frac{h_\eta}{h_i}; i = 1..m, i \neq \eta \\ f(p^* + \Delta p) = \sum_{i=1}^m h_i \left(a_i + b_i (p_i^* + \Delta p_i) \right) = S. \end{cases}$$

Решая систему, получим выражения для расчета аргументов:

$$\Delta p_\eta = \frac{S - \sum_{j=1}^n \left(h_j (a_j + b_j p_j^*) \right)}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{h_j^2 \cdot b_j}{h_\eta} \right)},$$

$$\Delta p_i = \frac{h_i}{h_\eta} \cdot \Delta p_\eta, i = 1..m, i \neq \eta.$$

Вычисление приращений аргументов для решения задачи (4.7) осуществляется следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\Delta p_\eta}{\Delta p_j} = \frac{(a + 2bp_\eta^*)}{(a + 2bp_j^*)}; j = 1..n, j \neq \eta \\ f(p^* + \Delta p) = \sum_{j=1}^n (p_j + \Delta p_j) (a + b \cdot (p_j + \Delta p_j)) = P_1. \end{cases}$$

В данном и последующих вариантах ограничение имеет нелинейный вид,

поэтому определение приращения базового аргумента может быть выполнено с помощью стандартных способов решения квадратного уравнения. Так, для текущего варианта уравнение будет иметь вид:

$$\Delta p_{\eta}^2 \left(b \sum_{i=1}^n \left(\frac{a + 2bp_i^*}{a + 2bp_{\eta}^*} \right)^2 \right) + \Delta p_{\eta} \left(a \sum_{i=1}^n \left(\frac{a + 2bp_i^*}{a + 2bp_{\eta}^*} \right) + 2b \sum_{i=1}^n \left(p_i^* \frac{a + 2bp_i^*}{a + 2bp_{\eta}^*} \right) \right) + a \sum_{i=1}^n p_i^* + b \sum_{i=1}^n (p_i^*)^2 - P_1 = 0.$$

Система уравнений для решения задачи (4.8) имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta p_{\eta} \frac{b_{\eta}^2}{b_i^2}}{\Delta p_i} = \frac{(a_{\eta} + 2b_{\eta}p_{\eta}^*)}{(a_i + 2b_i p_i^*)}; i = 1..m, i \neq \eta \\ f(p^* + \Delta p) = \sum_{i=1}^m (p_i^* + \Delta p_i) (a_i + b_i \cdot (p_i^* + \Delta p_i)) = P_1. \end{cases}$$

Наконец, определение приращений аргументов функции для решения задачи (4.9) осуществляется путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\Delta p_{\eta}}{\Delta p_i} = \frac{(a_{\eta} + 2b_{\eta}q_{\eta})}{(a_i + 2b_i q_i)}; i = 1..m, i \neq \eta \\ f(p^* + \Delta p) = \sum_{i=1}^m (p_i^* + \Delta p_i) (a_i + b_i \cdot (p_i^* + \Delta p_i)) = P_2. \end{cases}$$

Можно сделать вывод, что в случае линейного ограничения могут быть получены аналитические формулы расчета приращений. При нелинейном виде ограничения (задачи (4.7) – (4.9)) для определения приращений аргументов возникает необходимость решения квадратного уравнения. В этом случае могут быть использованы классические методы нахождения корней (методы Ньютона, дихотомии, использование дискриминанта, и т.д.).

Для решения оптимизационной задачи были использованы данные, представленные в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Исходные данные задачи оптимизации цены

Показатель	Номер продукции i /номер периода j		
	1	2	3
Параметр линейной регрессии a	148,2	152,1	130,5
Параметр линейной регрессии b	-1,15	-1,21	-1,1
Затраты ресурса на единицу продукции r , г.	30	–	–
Планируемый объем производства, c , кг.	10	5	11
Объем единицы изделия, h , куб.м.	0,2	0,4	0,5
Текущая цена продукции, q , руб.	80	75	83

Значения ограничений: $R=600$ г., $S=60$ куб.м., $P_1= 3400$ руб., $P_2=12700$ руб.

В таблице 4.3 представлено решение задач оптимизации (4.5)–(4.9). В последнем столбце представлена разница полученного решения, с решением задачи с помощью математического пакета:

$$u = g(x) - g^*(x),$$

где $g(x)$ – значение целевой функции, полученное путем решения задачи с помощью обратных вычислений;

$g^*(x)$ – значение целевой функции, полученное путем решения задачи с использованием встроенной функции MathCad «Minimize».

Из таблицы 4.3 можно увидеть, что решение третьей задачи также согласуется с решениями, полученными с помощью метода штрафов (таблица 4.1) и множителей Лагранжа. Решение для пятого варианта с помощью метода обратных вычислений имеет наименьшую точность.

Таблица 4.3 – Решение задач оптимизации

Номер варианта	Значение целевой функции, $g(x)$	Цена продукции			Разница u
		p_1	p_2	p_3	
1	12	121,91	126,26	121,04	$-7 \cdot 10^{-12}$
2	-12800	71,38	76,74	76,68	$-5 \cdot 10^{-6}$
3	1,803	119,51	123,81	118,65	$-1 \cdot 10^{-5}$
4	4,434	119,1	120,49	107,64	$6 \cdot 10^{-6}$
5	30,245	77,18	72,68	78,89	$2 \cdot 10^{-3}$

В качестве примера рассмотрим вариант (4.7). Подставив исходные числовые значения, получим следующую задачу:

$$g(p) = (148,2 - 1,15 \cdot p_1 - 10)^2 + (148,2 - 1,15 \cdot p_2 - 5)^2 + (148,2 - 1,15 \cdot p_3 - 11)^2 \rightarrow \min \quad (4.10)$$

$$p_1(148,2 - 1,15 \cdot p_1) + p_2(148,2 - 1,15 \cdot p_2) + p_3(148,2 - 1,15 \cdot p_3) = 3400.$$

Решение задачи безусловной оптимизации: $p_1^* = 120,17$ руб., $p_2^* = 124,52$, $p_3^* = 119,3$ (руб.). Подставляя значения в ограничение, получим:

$$f(p) = (148,2 - 1,15 \cdot 120,17) + (148,2 - 1,15 \cdot 124,52) + (148,2 - 1,15 \cdot 119,3) = 3137.$$

Поскольку значения необходимо увеличить, то используются величины градиента. Таким образом, система уравнений имеет вид (с шагом ρ , равным единице):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \frac{-128,2}{-138,2}, \\ \frac{\Delta p_1}{\Delta p_3} = \frac{-128,2}{-126,2}, \\ (120,174 + \Delta p_1)(148,2 - 1,15 \cdot (120,174 + \Delta p_1)) + (124,52 + \Delta p_2) \times \\ \times (148,2 - 1,15 \cdot (124,52 + \Delta p_2)) + (119,3 + \Delta p_3)(148,2 - 1,15 \cdot (119,3 + \Delta p_3)) = \\ = 3400. \end{array} \right.$$

Решением системы уравнений будут значения приращений аргументов: $\Delta p_1 = -0,66$, $\Delta p_2 = -0,71$, $\Delta p_3 = -0,65$. Тогда решением задачи будут следующие значения аргументов: $p_i = p_i^* + \Delta p_i$: $p_1 = 119,51$, $p_2 = 123,81$, $p_3 = 118,65$.

В приложении В представлено решение задачи (4.10) в MathCad, согласно которому можно сделать вывод о соответствии полученных решений.

4.2.3 Решение задачи оптимизации закупок

В процессе своей деятельности предприятие сталкивается с необходимостью использования различных ресурсов, поэтому организация закупок оказывает значительное влияние на эффективность его работы. В условиях конкуренции и возможности выбора из множества предложений возникает необходимость в принятии решения относительно таких характеристик закупок как формируемый ассортимент продукции, перечень поставщиков и т.д. При этом финансовые ресурсы предприятия ограничены, в связи с чем возникает необходимость их рационального использования. Таким образом возникает задача оптимизации закупок, т.е. выбора среди существующих вариантов наилучшего, который бы максимизировал полезность закупок при имеющихся ресурсах. Для решения такого

рода задач существует ряд моделей и методов, рассмотрим некоторые работы в области управления ресурсами предприятия.

Большое количество работ посвящено исследованию задач управления запасами, в которых в качестве целевой функции выступают издержки компании, связанные с доставкой, хранением и дефицитом. При постоянном спросе и интервале поставок может быть использована классическая модель Уилсона. В литературе также встречаются её модификации, учитывающие более сложные условия, например, наличие нескольких номенклатур [145–146]. В работе [147] целевая функция включает семь видов затрат, связанных с закупкой, заказом, хранением, задержкой поставки, штрафами, эксплуатационными затратами.

В задачах оптимизации ассортимента продукции осуществляется определение набора товаров исходя из их индивидуальных характеристик (маржинальная прибыль, цена, удельные издержки и т.д.). Так в работе Л.Е. Романова, Д.М. Коршунова [148] рассматривается определение количества выпускаемой продукции каждого вида таким образом, чтобы максимизировать суммарную прибыль при заданном спросе и времени работы оборудования. В некоторых моделях также учитывается специфика деятельности предприятия, например, в статье В.В. Манахова [149] продажа товаров осуществляется в кредит.

Задача оптимизации закупок фирмы, т.е. выбора вида и количества заказываемого у поставщиков товара при ограниченном бюджете, приводится в работе Р.Ф. Фарманова [150].

Рассмотрим применение рассмотренного алгоритма для решения задачи оптимизации закупок [150] на основе данных кондитерской фирмы [124, 151]. Организация формирует прогнозное значение ежедневного спроса на основе имеющихся статистических данных за предыдущие периоды. Необходимо осуществить закупку товаров таким образом, чтобы максимально удовлетворить спрос при ограниченном количестве денежных ресурсов. Исходными данными модели являются:

- b_i – прогнозное значение среднего спроса на товар i ($i = 1, \dots, n$, n – число наименований товаров);

- a_i – цена закупки i -го товара;
- A – величина бюджета закупок.

Полученная задача представляет собой задачу квадратичного программирования с линейным ограничением в виде равенства:

$$g(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - b_i)^2 \rightarrow \min, \quad (4.11)$$

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n a_i x_i = A,$$

$$x_i \geq 0$$

Информация о трех кондитерских изделиях представлена в таблице 4.4. Бюджет закупок равен 3000 руб., заданное значение суммарной маржинальной прибыли – 1150 руб.

Таблица 4.4 – Исходные данные задачи оптимизации закупок

Показатель	Номер изделия, i			
	1	2	3	4
Прогнозный спрос, кг.	11	16	8	5
Цена закупки, руб. за кг.	125	105	170	160
Маржинальная прибыль, руб.	50	40	40	55

Задачу квадратичного программирования с одним ограничением можно представить в следующем виде:

$$(x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + (x_3 - 8)^2 + (x_4 - 5)^2 \rightarrow \min$$

$$125x_1 + 105x_2 + 170x_3 + 160x_4 = 3000.$$

Минимумом целевой функции

$$g(x) = (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + (x_3 - 8)^2 + (x_4 - 5)^2$$

будут значения прогнозного спроса b : $x_1^* = 11$, $x_2^* = 16$, $x_3^* = 8$, $x_4^* = 5$.

Таким образом, при решении задачи оптимизации закупок в качестве решения, полученного на первом шаге рассмотренного алгоритма, принимаются значения прогнозного спроса, т.е. отсутствует необходимость решения задачи безусловной оптимизации.

Поскольку в данном случае влияния аргументов на изменение функции одинаковы, то отношения вторых частных производных целевой функции будут равны 1.

С помощью обратных вычислений определим изменения значений объема заказа путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} 125(11 + \Delta x_1) + 105(16 + \Delta x_2) + 170(8 + \Delta x_3) + 160(5 + \Delta x_4) = 3000; \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta x_4} = \frac{a_1}{a_4} = 0,781; \\ \frac{\Delta x_2}{\Delta x_4} = \frac{a_{21}}{a_4} = 0,656; \\ \frac{\Delta x_3}{\Delta x_4} = \frac{a_3}{a_4} = 1,063. \end{cases}$$

Полученные значения приростов равны: $\Delta x_1 = -3,412$, $\Delta x_2 = -2,866$, $\Delta x_3 = -4,64$, $\Delta x_4 = -4,367$. Следовательно, решением задачи будут следующие величины (в кг.):

$$x_1 = 11 - 3,412 = 7,588;$$

$$x_2 = 16 - 2,866 = 13,134;$$

$$x_3 = 8 - 4,64 = 3,36;$$

$$x_4 = 5 - 4,367 = 0,633.$$

При полученных значениях аргументов суммарная маржинальная прибыль составит 1074 руб. В приложении В представлено решение задачи (4.11) в MathCad.

4.3 Алгоритм решения оптимизационных задач нелинейного программирования при нескольких ограничениях

Задача оптимизации с несколькими ограничениями-равенствами имеет вид:

$$\begin{aligned} g(x) &\rightarrow \min \\ f_1(x) &= y_1^* \\ &\dots \\ f_r(x) &= y_r^* \end{aligned} \quad (4.12)$$

Для решения задачи (4.12) с использованием алгоритма на основе обратных вычислений необходимо выполнить преобразование ограничений в одно ограничение. Для этого могут быть рассмотрены два способа:

1. замена переменных: последовательное выражение переменной из одного ограничения и подстановка её во второе ограничение и целевую функцию (основное преимущество – уменьшение размерности решаемой задачи);
2. формирование ограничения в виде суммы квадратов разницы между функцией ограничения и её заданным значением:

$$f = (f_1(x) - y_1^*)^2 + \dots + (f_r(x) - y_r^*)^2. \quad (4.13)$$

Рассмотрим алгоритм решения оптимизационной задачи при наличии двух ограничений и использовании метода замены переменных.

Шаг 1. Преобразование задачи с двумя ограничениями в задачу с одним ограничением путем подстановки выраженной переменной x_k из ограничения f_1 в целевую функцию и функцию–ограничения f_2 :

$$\begin{aligned} x_k &= \psi(x_l), l=1..n, l \neq k \\ g(x_1, x_2, \psi(x_l), \dots, x_n) &\rightarrow \min, \\ f_2(x_1, x_2, \psi(x_l), \dots, x_n) &= y^*. \end{aligned}$$

Шаг 2. Решение задачи безусловной оптимизации целевой функции g , сформированной на первом шаге. В результате будет получен набор значений $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$.

Шаг 3. Решение задачи с помощью обратных вычислений для определения приращений $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ для достижения заданного значения результирующего показателя y^* с учётом влияния аргументов на изменение целевой функции.

Шаг 3.1 Решение системы уравнений (η – номер аргумента, выбранного в качестве базового):

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_\eta}{\Delta x_i} \frac{\frac{\partial^2 g(x^*)}{\partial x_\eta^2}}{\frac{\partial^2 g(x^*)}{\partial x_i^2}} = \frac{\frac{\partial f_2(x^*)}{\partial x_\eta}}{\frac{\partial f_2(x^*)}{\partial x_i}}; i = 1..n, i \neq \eta \\ f_2(x^* + \Delta x) = y^* . \end{cases}$$

Решением системы будут величины аргументов $x_i^* = x_i^* + \Delta x_i$ ($i \neq k$).

Шаг 3.2 Определение значения k -го аргумента путем подстановки в функцию выражения: $x_k^* = \psi(x_l^* + \Delta x_l)$, $l = 1..n, l \neq k$.

В случае, если вместо замены переменных используется интегральное ограничение, то на шаге 1 осуществляется формирование единого ограничения (4.13), а на шаге 2 выполняется оптимизация исходной целевой функции $g(x)$.

В качестве примера рассмотрим решение задачи оптимизации закупок. В задаче оптимизации закупок (4.11) с учётом ограничения на достижение заданного значения маржинальной прибыли:

$$g(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - b_i)^2 \rightarrow \min ,$$

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n a_i x_i = A,$$

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i = C.$$

где c_i – маржинальная прибыль i -го изделия;

C – заданное значение маржинальной прибыли.

Пусть необходимо найти решение, которое бы обеспечило значение прибыли, равное 1150 руб. Задача оптимизации имеет вид:

$$\begin{aligned} (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + (x_3 - 8)^2 + (x_4 - 5)^2 &\rightarrow \min \\ 125x_1 + 105x_2 + 170x_3 + 160x_4 &= 3000, \\ 50x_1 + 40x_2 + 40x_3 + 55x_4 &= 1150. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Метод замены переменных обеспечивает линейный вид функции-ограничения, воспользуемся данным способом.

Выберем в первом уравнении переменную (например, x_3) и выразим её:

$$x_3 = \frac{3000 - (125x_1 + 105x_2 + 160x_4)}{170}.$$

Тогда задача оптимизации с одним ограничением будет иметь вид:

$$\begin{aligned} (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + \left(\frac{3000 - (125x_1 + 105x_2 + 160x_4)}{170} - 8 \right)^2 + (x_4 - 5)^2 &\rightarrow \min, \\ 50x_1 + 40x_2 + 40 \left(\frac{3000 - (125x_1 + 105x_2 + 160x_4)}{170} \right) + 55x_4 &= 1150. \end{aligned}$$

Минимумом целевой функции $g(x)$ будут значения: $x_1^* = 7,584$,
 $x_2^* = 13,13$, $x_4^* = 0,627$.

Вторые производные целевой функции:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x_1^2} = 3,081, \quad \frac{\partial^2 g}{\partial x_2^2} = 2,763, \quad \frac{\partial^2 g}{\partial x_4^2} = 3,772.$$

Частные производные функции-ограничения

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 20,588, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 15,294, \quad \frac{\partial f}{\partial x_4} = 17,353.$$

Тогда система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \frac{3,081}{2,763} = \frac{20,588}{15,294}, \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta x_4} \frac{3,081}{3,772} = \frac{20,588}{17,353}, \\ 50(7,584 + \Delta x_1) + 40(13,13 + \Delta x_2) + \\ 40 \left(\frac{3000 - 125(7,584 + \Delta x_1) - 105(13,13 + \Delta x_2) - 160(0,627 + \Delta x_4)}{170} \right) + \\ + 55(0,627 + \Delta x_4) = 1150. \end{cases}$$

Решение системы: $\Delta x_1 = 1,687$, $\Delta x_2 = 1,398$, $\Delta x_4 = 1,162$. Таким образом, искомые значения аргументов будут равны: $x_1 = 9,271$, $x_2 = 14,528$, $x_3 = 0,172$, $x_4 = 1,789$. Значение целевой функции g равно 76,728.

В таблице 4.5 представлены результаты, полученные с помощью метода штрафов (использован квадратичный штраф).

Таблица 4.5 – Результаты решения задачи оптимизации закупок, полученные с помощью метода штрафов

Штрафной параметр R	Аргументы функции				Целевая функция $g(x)$
	x_1	x_2	x_3	x_4	
0	11	16	8	5	0
100	8,391	14,209	-0,23	3,114	81,3050
1000	9,65	14,452	0,301	1,407	76,401
10000	9,649	14,453	0,301	1,407	76,401

Решение задачи в MathCad представлено в приложении В.

Можно увидеть, что решение задачи, полученное с использованием метода на основе обратных вычислений, согласуется с решением с помощью метода штрафов и математического пакета.

4.4. Итерационные алгоритмы решения оптимизационных задач нелинейного программирования

Итерационные алгоритмы, рассмотренные в п.3.1.6 также могут быть использованы для решения более широкого класса оптимизационных задач, в частности задач нелинейного программирования с одним ограничением в виде равенства. В этом случае может быть использован градиентный метод, для итерационного алгоритма необходимо выполнить следующую модификацию:

1. Осуществить безусловную оптимизацию целевой функции $g(x)$, в результате последующего использования итерационных алгоритмов происходит корректировка полученных значений аргументов x^* . Т.е. вместо исходных значений x , применяемых в обратной задаче, используются значения, полученные в результате безусловной оптимизации целевой функции $g(x)$.

2. В итерационных формулах расчёта необходимо выполнить корректировку, которая отражает влияние изменения аргумента на изменение целевой функции (если вторые частные производные не постоянны и не равны между собой). Данная операция выполняется путем деления частных производных функции ограничения первого порядка на частные производные второго порядка целевой функции:

$$x_i^* = x_i^* + t \cdot \alpha \cdot \frac{\frac{\partial f(x_i^*)}{\partial x_i}}{\frac{\partial^2 g(x_i^*)}{\partial x_i^2}}.$$

4.4.1 Пример решения задачи оптимизации портфеля ценных бумаг

Рассмотрим решение двух классических задач исследования операций с помощью итерационных алгоритмов: оптимизация портфеля ценных бумаг и формирование затрат при заданном суммарном заказе.

Задача оптимизации портфеля ценных бумаг при отсутствии их взаимного влияния и при минимизации риска имеет вид [152]:

$$\begin{aligned} g(x) &= \sigma_1 x_1^2 + \sigma_2 x_2^2 + \sigma_3 x_3^2 + \sigma_4 x_4^2 \rightarrow \min, \\ m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4 &= M, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1, \end{aligned} \quad (4.15)$$

где σ – показатель риска;

m – показатель доходности;

M – ограничение доходности.

Значения показателей риска и доходности: $\sigma_1 = 0,0165$, $\sigma_2 = 0,0032$, $\sigma_3 = 0,0008$, $\sigma_4 = 0,0002$, $m_1 = 0,291$, $m_2 = 0,121$, $m_3 = 0,481$, $m_4 = 0,381$. Заданное значение доходности M равно 0,37.

Задача (4.17) имеет два ограничения, для использования итерационного алгоритма необходимо выполнить их преобразование в одно ограничение. Рассмотрим формирование ограничения в виде суммы квадратов разницы между функцией ограничения и её заданным значением.

Задача оптимизации в этом случае имеет вид:

$$\begin{aligned} g(x) &= \sigma_1 x_1^2 + \sigma_2 x_2^2 + \sigma_3 x_3^2 + \sigma_4 x_4^2 \rightarrow \min, \\ (m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4 - M)^2 + (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 1)^2 &= 0. \end{aligned}$$

Первая итерационная формула для первой переменной будет иметь вид (начальные значения переменных x равны нулю):

$$\frac{\partial^2 g(x_i)}{\partial x_i^2} = 2\sigma_i,$$

$$\frac{\partial f(x_1)}{\partial x_1} = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2m_1(m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 - 0,37) - 2,$$

$$x_1 = 0 - \alpha \frac{-2,215}{0,033}.$$

Результаты решения задачи представлены в таблице 4.6 (d – значение функции-ограничения). Решение задачи в MathCad представлено в приложении В.

Таблица 4.6 – Результаты решения задачи оптимизации портфеля при $\alpha=10^{-8}$

Метод	x_1	x_2	x_3	x_4	d	$g(x)$
Итерационный градиентный	0,011	0,086	0,12	0,782	$6 \cdot 10^{-22}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
Градиентный	0,008	0,04	0,186	0,76	$3 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$
Использование функции MathCad	0,011	0,086	0,12	0,782	10^{-12}	$1,5 \cdot 10^{-4}$

4.4.2 Пример решения задачи оптимизации складских затрат

Также рассмотрим задачу минимизации функции затрат на закупку и хранение запаса (3.10) при заданном объеме закупок, который должен быть равен 28:

$$y = \frac{w_1 q_1}{x_1} + \frac{s_1}{2} x_1 + \frac{w_2 q_2}{x_2} + \frac{s_2}{2} x_2 + \frac{w_3 q_3}{x_3} + \frac{s_3}{2} x_3.$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 28.$$

где x – размер заказа;

s – затраты на хранение единицы товара в единицу времени;

w – затраты на выполнение одного заказа;

q – интенсивность спроса.

Исходные данные представлены в таблице 3.9, при этом исходными значениями аргументов x будут величины, полученные путем безусловной оптимизации функции (3.10): $x_1=11,547$, $x_2=19,999$, $x_3 =22,358$.

В таблице 4.7 представлены результаты решения задачи оптимизации затрат. Решение задачи в MathCad приведено в приложении В.

Таблица 4.7 – Результаты решения задачи оптимизации затрат при $\alpha=10^{-8}$

Метод	x_1	x_2	x_3	x_4	d	$g(x)$
Итерационный градиентный	7,884	9,497	10,618	–	$4 \cdot 10^{-6}$	9,185
Градиентный	9,389	8,786	9,825	–	$4 \cdot 10^{-15}$	9,29
Использование функции MathCad	7,884	9,497	10,618	–	$6 \cdot 10^{-13}$	9,185

Согласно полученным результатам, итерационный градиентный метод обеспечил большее соответствие решению, полученному с помощью математического пакета. В задаче оптимизации затрат его использование обеспечило меньшее значение целевой функции, а в задаче оптимизации портфеля – меньшую разницу между значением функции ограничения и заданным значением.

4.5 Выводы по главе 4

1. Предложен стохастический алгоритм решения задач условной оптимизации с использованием аппарата обратных вычислений. Использование обратных вычислений позволяет моделировать варианты, удовлетворяющие условиям задачи, и тем самым определить более точное решение по сравнению с простым случайным поиском. Применение механизмов эволюционных и адаптационных алгоритмов способно также увеличить точность решения задачи.

2. Выполнена модификация алгоритмов решения обратных задач для решения задач оптимизации более широкого круга, представляющих собой задачу квадратичного программирования с одним ограничением. Особенностью предложенного подхода является отсутствие необходимости формирования модифицированной функции и многократного решения задачи безусловной оптимизации, что обеспечивает упрощение процедуры его компьютерной реализации и ускорение времени решения задачи. Это возможно благодаря использованию в предложенном алгоритме аппарата обратных вычислений, позволяющего перейти от значений аргументов, полученных в результате безусловной оптимизации целевой функции к значениям аргументов, удовлетворяющих ограничению задачи. Ограничением алгоритма является требуемый вид целевой функции: она должна быть квадратичной, при этом её частные производные должны быть одномерными функциями.

3. Предложен алгоритм решения оптимизационных задач при наличии нескольких ограничений. Суть алгоритма заключается в переходе от задачи с несколькими ограничениями к задаче с одним ограничением. Рассмотрены два варианта такого перехода: замена переменных и формирование модифицированного ограничения, включающего сумму квадратов ограничений с нулевой правой частью. Также предложена модификация алгоритма для случая наличия в задаче ограничения-неравенства.

4. Выполнена модификация итерационных алгоритмов, предназначенных для решения обратных задач, для решения оптимизационных задач нелинейного программирования представленного вида. В этом случае выполняется безусловная оптимизации целевой функции, а итерационные формулы корректируются с целью учета влияния аргументов на изменение целевой функции.

5. Применение разработанных алгоритмов позволяет получать результаты согласующиеся с результатами использования классических методов нелинейной оптимизации и математических пакетов. Подтверждение этого приводится в рассмотренных примерах, в качестве которых в том числе рассмотрены классические задачи оптимизации закупок, цены, портфеля ценны бумаг, запасов предприятия.

5. Оптимизационные модели и алгоритмы решения обратной задачи с использованием коэффициентов относительной важности

5.1 Оптимизационная модель и алгоритм решения классической обратной задачи

Использование классического аппарата обратных вычислений не позволяет определять решение задачи при отдельных значениях входных данных. Такая ситуация в частности была рассмотрена в п.1.3.6 (рисунок 1.23). В связи с этим специалисту необходимо анализировать входные данные и корректировать входную экспертную информацию. Это делает процесс решения трудоемким.

В качестве средства преодоления данной трудности может быть рассмотрен подход, основанный на представлении обратной задачи по определению изменений аргументов с учетом экспертной информации в виде оптимизационной.

5.1.1 Оптимизационная модель решения обратной задачи при максимальном соответствии целеполаганию в виде заданной экспертной информации

Обратная задача по определению изменений аргументов при наличии коэффициентов относительной важности может быть представлена в следующем виде [153]:

$$g(\Delta x) = \sum_{i=1, i \neq j}^n \left(\Delta x_j \pm \Delta x_i \frac{\beta_j}{\beta_i} \right)^2 \rightarrow \min, \quad (5.1)$$

$$f(\Delta x) = y + \Delta y.$$

Целевая функция отражает соответствие полученного решения коэффициентам относительной важности, а ограничение – равенство

результатирующего показателя заданному значению.

Элементы целевой функции сформированы из уравнений системы, которая формируется в классическом аппарате обратных вычислений (1.23):

$$\frac{\Delta x_i}{\Delta x_j} = \frac{\beta_i}{\beta_j}, i=1..n, i \neq j$$

Знак в скобке целевой функции $g(\Delta x)$ (5.1) говорит о направлении изменений аргументов. Если изменения аргументов $\Delta x_j, \Delta x_i$ должны иметь одно направление

(положительное или отрицательное), то применяется знак «минус» $(\Delta x_j - \Delta x_i \frac{\alpha_j}{\alpha_i})$,

в противном случае – знак «плюс» $(\Delta x_j + \Delta x_i \frac{\alpha_j}{\alpha_i})$.

5.1.2 Алгоритм решения оптимизационной задачи при использовании коэффициентов относительной важности

Для устранения недостатков классических методов, связанных с формированием и оптимизацией модифицированной функции, с помощью которых может быть выполнено решение задачи (5.1), были разработаны два итерационных алгоритма, использующих обратные вычисления, в основе которых лежит итерационная формула изменения аргумента (п.3.1.6). Однако данные алгоритмы имеют ограничение, согласно которому частные производные целевой функции должны быть одномерными функциями. Для задачи (5.1) данное условие не выполняется, поэтому необходимо выполнить модификацию алгоритма.

Алгоритм решения задачи (5.1) будет включать следующие шаги:

Шаг 1. Установить начальное значение изменения j -го аргумента Δx_j , номер итерации $k=0$, шаг h изменения переменной Δx_j .

Шаг 2. Выполнить безусловную оптимизацию целевой функции $g(\Delta x)$ при фиксированном значении Δx_j . Полученные значения Δx используются для

дальнейшей корректировки.

Шаг 3. Используя итерационную формулу выполнить изменение значений аргументов ($i \neq j$):

$$\Delta x_i^* = \Delta x_i + t \cdot \alpha \cdot \frac{\frac{\partial f(x + \Delta x)}{\partial \Delta x_i}}{\frac{\partial^2 g(\Delta x)}{\partial x_i^2}}. \quad (5.2)$$

Шаг 4. Проверка: если $d(\Delta x_i^*) > d(\Delta x_i)$ (где $d(\Delta x) = (f(\Delta x) - (y + \Delta y))^2$), то $k = k + 1$, $g_k = g(\Delta x)$, переход на шаг 5. Иначе: $\Delta x_i = \Delta x_i^*$, переход на шаг 3.

Шаг 5. Проверка: если $k > 1$ и $g_k > g_{k-1}$, то завершение работы алгоритма, иначе изменение переменной Δx_j на шаг h , переход на шаг 2.

В качестве решения задачи принимаются значения Δx на $k-1$ шаге.

Величина шага h определяет точность полученного решения, с увеличением величины шага ошибка вычислений также будет увеличиваться.

В случае решения задачи при условии целочисленности одного из аргументов, данный аргумент рассматривается в качестве базового (j -го) в алгоритме, а величина шага является целым числом. Решение задачи, когда условие целочисленности накладывается на два и более аргументов, может быть выполнено с помощью алгоритма на основе метода ветвей и границ [154–156]:

Шаг 1. Решение обратной задачи без учета условия целочисленности аргументов.

Шаг 2. Если в варианте/вариантах решения есть переменные, не удовлетворяющие условию целочисленности, то переход к следующему шагу, иначе – переход на шаг 5.

Шаг 3. Выполнить округление переменной, не удовлетворяющей условию целочисленности, в большую и меньшую сторону и для каждого варианта выполнить решение задачи (5.1).

Шаг 4. Решения, не удовлетворяющие заданному уровню точности

вычисления f , исключаются. Возврат на шаг 2.

Шаг 5. Из рассмотренных вариантов решения выбирается тот, который обеспечивает минимум целевой функции $g(\Delta x)$.

5.1.3 Примеры решения обратной задачи при условии целочисленности переменных

Рассмотрим применение представленного алгоритма для решения обратных задач по формированию стандартных экономических показателей с учетом целочисленности переменных. Так, задача формирования прибыли (1.12), представленная на рисунке 1.23 при условии целочисленности объема выпуска будет иметь вид:

$$g(\Delta x) = \left(\Delta x_1 - 0,5 \frac{\Delta x_2}{0,2} \right)^2 + \left(\Delta x_1 - 0,5 \frac{\Delta x_3}{0,3} \right)^2 \rightarrow \min$$

$$f(\Delta x) = (100 + \Delta x_1) \cdot (50 + \Delta x_2 - 20 - \Delta x_3) = 3400, \quad (5.3)$$

$$\Delta x_1 \in \mathbb{Z}.$$

Здесь Δx_1 – переменная, при фиксированном значении которой происходит решение оптимизационной задачи.

Так, решение задачи безусловной оптимизации функции $g(\Delta x)$ (5.3) при изменении значений Δx_1 с шагом, равным 1, представлено в таблице 5.1.

Величина t определяется следующим образом: после решения задачи безусловной оптимизации вычисляется значение функции $f(\Delta x)$. Если полученное значение меньше заданной величины 3400, то $t=1$ (значение функции нужно увеличить, выполнить движение в направлении градиента), иначе $t=-1$ (значение функции нужно уменьшить, выполнить движение в направлении антиградиента).

Таблица 5.1 – Решение задачи безусловной оптимизации функции $g(\Delta x)$ (формирование прибыли)

Δx_1	Δx_2	Δx_3
1	0,4	0,6
2	0,8	1,2
...		
29	11,6	17,4
30	12	18
31	12,4	18,6

Для формирования итерационных формул необходимо вычислить вторые частные производные целевой функции и частные производные функции ограничения f :

$$\frac{\partial f(\Delta x)}{\partial \Delta x_2} = \Delta x_1 + 100,$$

$$\frac{\partial f(\Delta x)}{\partial \Delta x_3} = -\Delta x_1 - 100,$$

$$\frac{\partial^2 g(\Delta x)}{\partial \Delta x_2^2} = 12,5,$$

$$\frac{\partial^2 g(\Delta x)}{\partial \Delta x_3^2} = 5,56.$$

Итерационные формулы изменения переменных x_2, x_3 имеют следующий вид:

$$\Delta x_2^* = \Delta x_2 + t \cdot \alpha \frac{100 + \Delta x_1}{12,5},$$

$$\Delta x_3^* = \Delta x_3 + t \cdot \alpha \frac{-100 - \Delta x_1}{5,56}.$$

В таблице 5.2 представлено решение задачи формирования прибыли. Значения t во всех вычислениях равны 1.

Таблица 5.2 – Решение задачи формирования прибыли с помощью итерационного алгоритма ($\alpha=10^{-8}$)

Δx_1	Δx_2	Δx_3	$g(\Delta x)$	$(f(\Delta x) - 3400)^2$
1	1,588728	-2,07464	28,70307	$1,54 \cdot 10^{-9}$
2	1,948718	-1,38462	26,80343	$1,27 \cdot 10^{-8}$
...
29	12,26357	15,90698	8,94399	$7,85 \cdot 10^{-9}$
30	12,66272	16,50887	8,92127	$3,25 \cdot 10^{-8}$
31	13,06283	17,10863	8,92418	$7,85 \cdot 10^{-9}$

Величина $g(\Delta x)$ принимает минимальное значение при следующих величинах Δx : $\Delta x_1=30$, $\Delta x_2=12,66272$, $\Delta x_3=16,50887$.

Решение оптимизационной задачи (5.3) с помощью пакета Excel: $\Delta x_1=30$, $\Delta x_2=12,66272$, $\Delta x_3=16,50888$, $g(\Delta x)=8,92126$ (приложение Г).

Таким образом, в отличие от итерационного алгоритма, основанного на изменении аргументов пропорционально коэффициентам относительной важности (рисунок 1.24), данный алгоритм позволил найти решение, при котором результирующее значение соответствует заданной величине. При этом пропорции изменения аргументов, определяемые коэффициентами относительной важности, были скорректированы для достижения цели (рисунок 5.1).



Рисунок 5.1 – Пропорции изменения аргументов: а) использование алгоритма при изменении аргументов пропорционально коэффициентам относительной важности (рисунок 1.24); б) использование предложенного алгоритма на основе решения оптимизационной задачи

В рассмотренной задаче изменение переменных осуществляется в одном направлении. При уменьшении всех показателей в указанной пропорции заданное значение прибыли не может быть достигнуто, поэтому происходит их увеличение. Направление изменения показателей определяется с помощью знака между аргументами целевой функции (5.3): знак «минус» устанавливается в случае, если показатель должен изменяться в одном направлении с аргументом Δx_1 , и «плюс» – в разных направлениях. Так, если необходимо достичь цели путем снижения себестоимости, увеличения количества и цены, то в первой скобке должен быть установлен знак «-» (изменение в одном направлении), а во второй – «+» (изменение в разных направлениях). Задача оптимизации в этом случае будет иметь вид:

$$g(\Delta x) = \left(\Delta x_1 - 0,5 \frac{\Delta x_2}{0,2} \right)^2 + \left(\Delta x_1 + 0,5 \frac{\Delta x_3}{0,3} \right)^2 \rightarrow \min,$$

$$f(\Delta x) = (100 + \Delta x_1) \cdot (50 + \Delta x_2 - 20 - \Delta x_3) = 3400,$$

$$\Delta x_1 \in \mathbb{Z}.$$

Решением задачи будут значения: $\Delta x_1=3$, $\Delta x_2=1,2$, $\Delta x_3=-1,81$ (таблица 5.3).

В таблице 5.3 представлены результаты решения задачи при различных направлениях изменения показателей.

Таблица 5.3 – Решение задачи в случае различных направлений изменения показателей

Однонаправленность Δx_1 и Δx_2	Однонаправленность Δx_1 и Δx_3	Δx_1	Δx_2	Δx_3
Да	Да	30	12,66	16,51
Нет	Нет	-6	2,45	-3,72
Да	Да	3	1,2	-1,81
Нет	Нет	8	-3,24	-4,72

Рассмотрим теперь решение задачи формирования выпуска продукции (рисунок 1.10):

$$ВП = ЧР \cdot Д \cdot П \cdot ЧВ ,$$

где $ВП$ – выпуск продукции;

$ЧР$ – среднесписочная численность работников;

$Д$ – среднее количество отработанных дней одним работником за год;

$П$ – средняя продолжительность рабочего дня;

$ЧВ$ – среднечасовая выработка одного работника.

Исходные данные задачи: $ЧР = 5$, $Д = 300$, $П = 10$, $ЧВ = 7$. Коэффициенты относительной важности $ЧР$, $Д$, $П$, $ЧВ$ равны 0,4, 0,2, 0,3 и 0,1 соответственно. Величины численности работников и средней продолжительности рабочего дня должны принимать целые значения.

Задача оптимизации имеет вид:

$$g(\Delta x) = \left(\Delta x_1 - 0,4 \frac{\Delta x_2}{0,2} \right)^2 + \left(\Delta x_1 - 0,4 \frac{\Delta x_3}{0,3} \right)^2 + \left(\Delta x_1 - 0,4 \frac{\Delta x_4}{0,1} \right)^2 \rightarrow \min,$$

$$f(\Delta x) = (5 + \Delta x_1) \cdot (300 + \Delta x_2) \cdot (10 + \Delta x_3) \cdot (3 + \Delta x_4) = 85000, \quad (5.4)$$

$$\Delta x_1, \Delta x_3 \in \mathbb{Z}.$$

В таблице 5.4 представлены значения приращений аргументов Δx_2 , Δx_3 , полученные путем решения задачи безусловной оптимизации функции $g(\Delta x)$ при изменяемом значении Δx_1 (шаг равен 1).

Таблица 5.4 – Решение задачи безусловной оптимизации функции $g(\Delta x)$ (формирование выпуска продукции)

Δx_1	Δx_2	Δx_3	Δx_4	t
1	0,5	0,75	0,25	1
2	1	1,5	0,5	1
3	1,5	2,25	0,75	-1

В таблице 5.5 приведено решение задачи с помощью итерационного алгоритма.

Таблица 5.5 – Решение задачи формирования выпуска продукции с помощью итерационного алгоритма

Δx_1	Δx_2	Δx_3	Δx_4	$g(\Delta x)$	$(f(\Delta x) - 85000)^2$
1	0,526974	2,330466	0,823036	9,6975	0,51294
2	1,000201	1,511829	0,504318	0,00055	1,47989
3	1,476463	0,868802	0,242614	7,51274	0,08087

Величина $g(\Delta x)$ принимает минимальное значение при следующих величинах Δx : $\Delta x_1=2$, $\Delta x_2=1,0002$, $\Delta x_3=1,511829$, $\Delta x_4=0,504318$.

Переменная Δx_3 не удовлетворяет условию целочисленности, поэтому происходит её округление в большую и меньшую сторону (рисунок 5.2) и решение задачи с помощью итерационного алгоритма для каждого варианта. Минимальное значение целевой функции получено при $\Delta x_3=2$, следовательно, решением задачи будут значения: $\Delta x_1=2$, $\Delta x_2=0,994$, $\Delta x_3=2$, $\Delta x_4=0,362$.

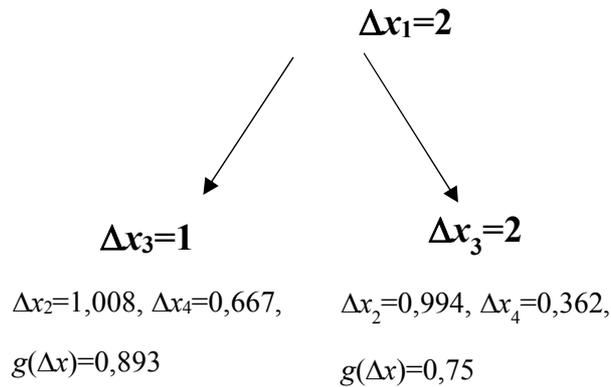


Рисунок 5.2 – Решение задачи при условии целочисленности переменной Δx_3

На рисунке 5.3 показаны пропорции изменения аргументов при использовании алгоритма на основе корректировки коэффициентов относительной важности, представленной в п.1.3.4 (рисунок 5.3а) и предложенного алгоритма на основе решения оптимизационной задачи (рисунок 5.3б). Можно отметить, что пропорции изменения аргументов на рисунке 5.3а в меньшей степени соответствуют установленным коэффициентам относительной важности по сравнению со значениями на рисунке 5.3б (величина целевой функции $g(\Delta x)$ для значений, представленных на рисунке 5.3а, равна 1,028)



а)



б)

Рисунок 5.3 – Пропорции изменения аргументов: а) использование алгоритма на основе корректировки коэффициентов относительной важности; б) использование предложенного алгоритма на основе решения оптимизационной задачи

Решение оптимизационной задачи (5.4) с помощью пакета Excel: $\Delta x_1 = 2$, $\Delta x_2 = 0,994$, $\Delta x_3 = 2$, $\Delta x_4 = 0,362$, $g(\Delta x) = 0,75$ (приложение Г). Таким образом, решение соответствует полученному с помощью итерационного алгоритма.

5.2 Решение обратной задачи при использовании переменных в расчёте нескольких показателей

5.2.1 Оптимизационная модель решения обратной задачи при использовании показателей в нескольких функциях расчёта

В социально-экономических объектах могут встречаться задачи, когда зависимость между показателями носит иерархический характер, а отдельные переменные могут участвовать в расчете разных показателей. Так в работах [48–49] приведена иерархическая структура обратной задачи, которая предполагает разбиение задачи на подзадачи и переход от одного уровня к другому.

На рисунке 5.4 представлена задача формирования двух показателей, в которых участвует объем выпуска.

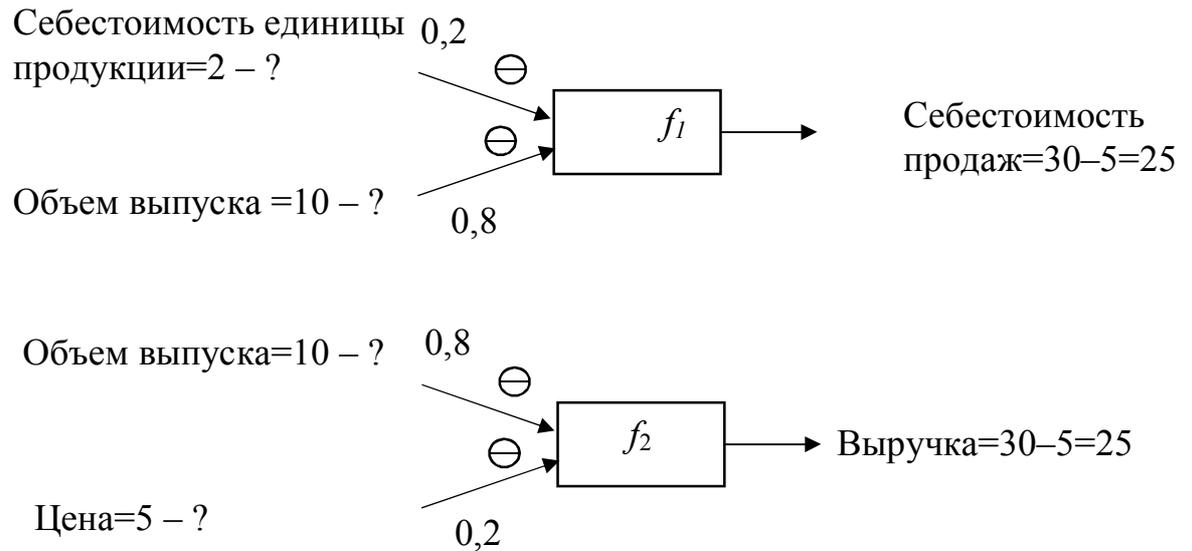


Рисунок 5.4 – Использование одного аргумента при расчёте двух показателей

Представленный в п.1.3.5 метод является трудоемким и не позволяет выполнять решение задачи в случае, когда несколько переменных используется при расчёте разных показателей.

В связи с этим рассмотрим представление обратной задачи в виде оптимизационной [157]:

$$g(\Delta x) = \sum_{i=1, i \neq j}^n \left(\Delta x_j - \Delta x_i \frac{\beta_j}{\beta_i} \right)^2 \rightarrow \min,$$

$$f_i(\Delta x) = y_i + \Delta y_i,$$

$$h(\Delta x) \geq / \leq y_k + \Delta y_k.$$
(5.5)

Целевая функция g характеризует степень отклонения соотношения полученных изменений аргументов от соотношения коэффициентов относительной важности, установленных экспертом. Функции f , h отражают наличие в задаче ограничений равенства и неравенства, количество функций f определяется числом показателей, значения которые необходимо сформировать.

5.2.2 Алгоритм решения обратной задачи при использовании показателей в нескольких функциях расчёта

Для решения задачи нелинейной оптимизации (5.5) может быть использован разработанный алгоритм, представленный в п.4.3. Суть алгоритма сводится к тому, чтобы привести рассматриваемую задачу к задаче с одним ограничением путем последовательной корректировки её структуры в зависимости от полученного на предыдущем шаге решения и соответствия заданным ограничениям. Применительно к обратной задаче (5.5) модификация этого алгоритма будет включать следующие шаги.

Шаг 1. Преобразование ограничений-равенств в одно ограничение $f(x)$ (r – число ограничений - равенств):

$$f(\Delta x) = \sum_{l=1}^r (f_l(\Delta x) - y_l - \Delta y_l)^2.$$

Шаг 2. Решение задачи с одним ограничением (используются алгоритмы, представленные в п.3.1, 5.3.1):

$$g(\Delta x) \rightarrow \min,$$

$$f(\Delta x) = \sum_{l=1}^r (f_l(\Delta x) - y_l - \Delta y_l)^2 = 0.$$

Шаг 3. Если полученное решение Δx удовлетворяет ограничению-неравенству h , то работа алгоритма завершается.

Шаг 4. Если условие ограничение-неравенства h не выполняется, то выполнить замену знака неравенства на знак равенства и сформировать одно ограничение-равенство f :

$$f(\Delta x) = \sum_{l=1}^r (f_l(\Delta x) - y_l - \Delta y_l)^2 + (h(\Delta x) - y_k - \Delta y_k)^2.$$

Шаг 5. Решение задачи с одним ограничением:

$$g(\Delta x) \rightarrow \min,$$

$$f(\Delta x) = \sum_{l=1}^r (f_l(\Delta x) - y_l - \Delta y_l)^2 + (h(\Delta x) - y_k - \Delta y_k)^2 = 0.$$

В качестве примера использования разработанного алгоритма рассмотрим

решение задачи формирования стандартного экономического показателя: маржинальной прибыли (рисунок 1.9):

$$МП = \sum_{j=1}^m МП_j,$$

где $МП$ – суммарная маржинальная прибыль;

$МП_j$ – маржинальная прибыль j -й торговой точки.

Маржинальная прибыль отдельной торговой точки вычисляется по формуле:

$$МП_j = \sum_{i=1}^n ДР_{ji} \cdot K_i \cdot МП_i,$$

где $ДР_{ji}$ – доля распределения i -й продукции для j -й торговой точки;

K_i – объем закупки i -й продукции;

$МП_i$ – маржинальная прибыль от продажи единицы i -го изделия.

Задача заключается в определении объема K_i закупки каждого вида товара для достижения заданного значения суммарной маржинальной прибыли. При этом существует ограничение на бюджет закупок:

$$БЗ = \sum_{i=1}^n K_i \cdot СЗ_i,$$

где $СЗ_i$ – стоимость закупки изделия i -го вида;

$БЗ$ – бюджет закупок.

Рассмотрим решение задачи для двух торговых точек и трех видов продукции.

Граф решения задачи представлен на рисунке 5.5.

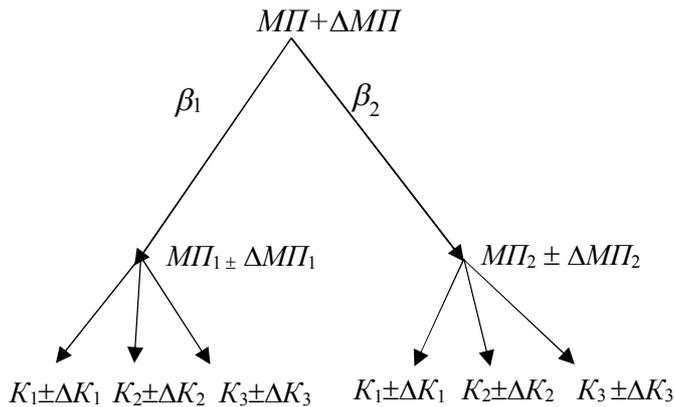


Рисунок 5.5 – Граф решения задачи формирования маржинальной прибыли двух торговых точек

Таким образом, решение задачи включает два этапа:

1. Определение изменения маржинальной прибыли ΔMP_1 , ΔMP_2 в двух точках для достижения заданного объема суммарной прибыли $MP + \Delta MP$.
2. Определение изменения объема закупок ΔK_1 , ΔK_2 , ΔK_3 продукции первого, второго и третьего вида для достижения полученных на предыдущем этапе величин прибыли в первой и второй торговой точке.

Исходные данные о продукциях представлены в таблицах 5.6, 5.7, начальное значение маржинальной прибыли равно 665 усл.ден.ед., заданное значение маржинальной прибыли равно 720 усл.ден.ед., ограничение на бюджет закупок составляет 1600 усл.ден.ед.

Исходное значение маржинальной прибыли первой торговой точки составляет:

$$100 \cdot 0,3 \cdot 2 + 80 \cdot 0,1 \cdot 3 + 90 \cdot 0,5 \cdot 2,5 = 196,5 \text{ (усл.ден.ед.)}.$$

Маржинальная прибыль второй торговой точки:

$$100 \cdot 0,7 \cdot 2 + 80 \cdot 0,9 \cdot 3 + 90 \cdot 0,5 \cdot 2,5 = 468,5 \text{ (усл.ден.ед.)}.$$

Решение задачи первого этапа может быть выполнено классическим методом обратных вычислений путем указания коэффициентов важности, а также путем минимизации расстояния от исходных значений.

Так, при определении коэффициентов относительной важности 0,427 и 0,573

и положительном направлении изменения показателей для первой и второй точки соответственно значения изменений прибыли $\Delta\Pi$ будут равны $(720-665) \cdot 0,427=23,5$ и $(720-665) \cdot 0,573=31,5$ (п.1.3.2.1). Соответственно новые значения маржинальной прибыли для первой и второй точки: 220 усл.ден.ед. и 500 усл.ден.ед.

На втором этапе задача представляется в виде оптимизационной. Так, рассмотрим случай минимизации суммы квадратов изменений аргументов:

$$g(\Delta K) = \sum_{j=1}^n \Delta K_j^2 \rightarrow \min,$$

$$f_1(\Delta K) = (100 + \Delta K_1) \cdot 0,3 \cdot 2 + (80 + \Delta K_2) \cdot 0,1 \cdot 3 + (90 + \Delta K_3) \cdot 0,5 \cdot 2,5 = 220, \quad (5.10)$$

$$f_2(\Delta K) = (100 + \Delta K_1) \cdot 0,7 \cdot 2 + (80 + \Delta K_2) \cdot 0,9 \cdot 3 + (90 + \Delta K_3) \cdot 0,5 \cdot 2,5 = 500,$$

$$h(\Delta K) = (100 + \Delta K_1) \cdot 6 + (80 + \Delta K_2) \cdot 5 + (90 + \Delta K_3) \cdot 5,5 \leq 1600.$$

Последние три условия записаны исходя из экономического смысла задачи, согласно которому объем выпуска не может принимать отрицательные значения.

Таблица 5.6 – Исходные данные о продукциях

	Продукция 1	Продукция 2	Продукция 3
Маржинальная прибыль, Π	2	3	2,5
Объем закупки, K	100	80	90
Стоимость закупки, $CЗ$	6	5	5,5

Таблица 5.7 – Исходные данные о схеме распределения продукции по торговым точкам

	Доля распределения продукции 1	Доля распределения продукции 2	Доля распределения продукции 3
Торговая точка №1	0,3	0,1	0,5
Торговая точка №2	0,7	0,9	0,5

Рассмотрим использование представленного выше алгоритма для решения задачи. На начальном этапе происходит формирование задачи с одним ограничением:

$$g(\Delta x) = \sum_{j=1}^n \Delta K_j^2 \rightarrow \min,$$

$$f(\Delta K) = ((100 + \Delta K_1) \cdot 0.3 \cdot 2 + (80 + \Delta K_2) \cdot 0.1 \cdot 3 + (90 + \Delta K_3) \cdot 0.5 \cdot 2.5 - 220)^2 + ((100 + \Delta K_1) \cdot 0.7 \cdot 2 + (80 + \Delta K_2) \cdot 0.9 \cdot 3 + (90 + \Delta K_3) \cdot 0.5 \cdot 2.5 - 500)^2.$$

Решение задачи выполним с использованием итерационного алгоритма. Так, итерационная формула изменения аргументов будет иметь вид:

$$K_1 = K_1 - \alpha \frac{\partial f(x)}{\partial K_1} = K_1 - a \frac{4,64K_1 + 7,92K_2 + 5K_3 - 116,4}{2},$$

$$K_2 = K_2 - a \frac{7,92K_1 + 14,76K_2 + 7,5K_3 - 184,2}{2},$$

$$K_3 = K_3 - a \frac{5K_1 + 7,5K_2 + 6,25K_3 - 137,5}{2}.$$

Решение задачи (точность 10^{-8}): $\Delta K_1=6,538$, $\Delta K_2=1,154$, $\Delta K_3=15,385$.

Ограничение h не выполняется, поэтому происходит формирование новой функции-ограничения:

$$f(\Delta K) = ((100 + \Delta K_1) \cdot 0,3 \cdot 2 + (80 + \Delta K_2) \cdot 0,1 \cdot 3 + (90 + \Delta K_3) \cdot 0,5 \cdot 2,5 - 220)^2 + ((100 + \Delta K_1) \cdot 0,7 \cdot 2 + (80 + \Delta K_2) \cdot 0,9 \cdot 3 + (90 + \Delta K_3) \cdot 0,5 \cdot 2,5 - 500)^2 + ((100 + \Delta K_1) \cdot 6 + (80 + \Delta K_2) \cdot 5 + (90 + \Delta K_3) \cdot 5,5 - 1600)^2.$$

Решение задачи с использованием итерационного алгоритма:

$$\Delta K_1 = -5, \Delta K_2 = 5, \Delta K_3 = 20.$$

Ограничения задачи выполняются, поэтому выполнение алгоритма завершается.

Значение целевой функции g равно 449,9994. Значение целевой функции при решении задачи с помощью математического пакета MathCad составило 450,002 (приложение Б).

В работе [157] рассмотренный подход был применён для решения задачи формирования интегрального показателя деятельности служб электроэнергетического предприятия.

5.3 Выводы по главе 5

1. Предложен подход к решению обратной задачи с использованием коэффициентов относительной важности путем её представления в виде задачи нелинейного программирования. В отличие от существующих работ данный подход позволяет найти решение, соответствующее заданному значению результирующего показателя в случае, когда коэффициенты относительной важности не позволяют достичь поставленной цели и требуется их корректировка. Кроме того, использование представленной модели позволяет упростить решение задачи экспертом ввиду отсутствия необходимости указания направления изменения каждого показателя, вместо этого необходимо обозначить, будут ли показатели изменяться в одном направлении или в разных направлениях. Данный подход позволяет уменьшить ошибки по определению входных данных и трудоемкость предварительного анализа.

2. Разработан алгоритм решения обратной задачи с использованием коэффициентов относительной важности. Для этого выполнена модификация предложенного ранее итерационного алгоритма решения задач нелинейного программирования, включающего безусловную оптимизацию целевой функции и итерационную корректировку изменений аргументов до достижения заданного значения результирующего показателя. В качестве примера приведено решение задач формирования стандартных экономических показателей: прибыли предприятия и выпуска продукции. Результаты применения алгоритма соответствуют значениям, полученным при решении оптимизационной задачи в Excel.

3. Рассмотрено решение обратной задачи при участии переменных в расчете нескольких показателей и дополнительных ограничениях на их значения. Представлена задача нелинейной оптимизации, ограничения которой соответствуют формируемым показателям. Предложен алгоритм решения обратной задачи такого вида, основанный на её преобразовании к задаче

нелинейного программирования с одним ограничением в виде равенства и дальнейшем использовании разработанных ранее методов и итерационных алгоритмов. При формировании задачи с одним ограничением учитывается соответствие текущего решения ограничениям задачи. Рассмотрено решение с помощью разработанного алгоритма обратной задачи формирования маржинальной прибыли при наличии трех видов продукции и двух торговых точек.

6. Методы решения обратных задач на основе статистических данных

Имеющиеся статистические данные социально-экономических объектов могут быть использованы для решения обратных задач. С их помощью может быть выполнено прогнозирование данных, решена задача формирования результирующего показателя при стохастической зависимости от аргументов функции, а также при наличии зависимости между аргументами функции. В частности, учёт таких зависимостей позволяет отражать в моделях законы поведения системы, и таким образом строить более адекватные модели, а также получать более достижимые изменения входных параметров. Сценарии использования статистических данных могут отличаться в зависимости от вида модели (рисунок 6.1). Далее будут рассмотрены варианты решения обратных задач при различных видах моделей.

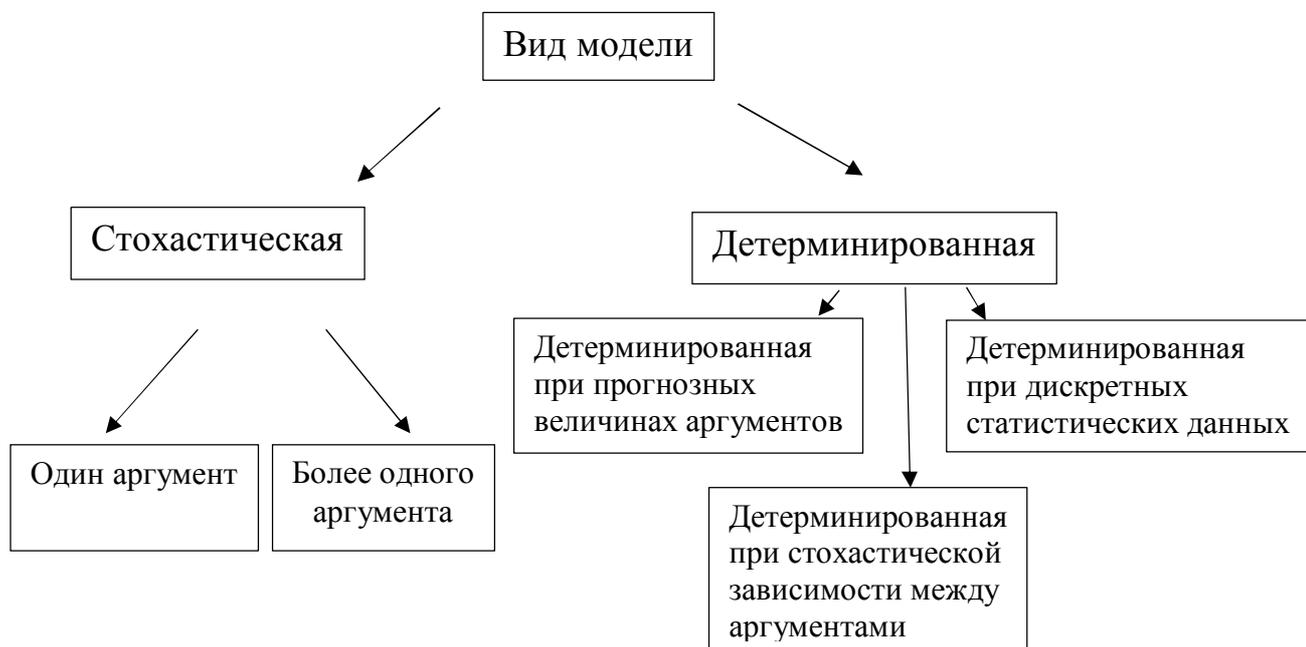


Рисунок 6.1 Классификация задач на основе статистических данных

6.1 Решение обратной задачи на основе стохастической модели

Одним из наиболее распространенных аппаратов для исследования стохастической зависимости между аргументами является регрессионный анализ [158]. Регрессионная функция описывает изменение условного среднего значения результирующей переменной в зависимости от изменения объясняющих переменных. Вид зависимости может быть, как линейный, так и нелинейный: из возможных вариантов выбирается тот, при котором функция наилучшим образом описывает имеющиеся данные. Рассмотрим наиболее простой случай представления такой зависимости – парная линейная регрессия. На рисунке 6.2 в виде точек представлены наблюдаемые значения переменных X и Y и линия регрессии, с помощью уравнения которой могут быть решены две основные задачи: оценка и прогноз результирующей переменной. В качестве примеров задач, решение которых рассматривалось с помощью уравнения регрессии можно привести следующие: оценка дохода торгового агента сетевого маркетинга в зависимости от затраченного времени, возраста, пола, опыта работы [159], прогноз выручки ресторана быстрого питания в зависимости от дня недели и праздничных дней [160–162], оценка числа проданных онлайн-купонов на скидку в зависимости от группы товара, размера скидки и отзывах о товаре/услуге [163–164], оценка стоимости квартиры города Томска в зависимости от числа комнат, площади, этажа, типа постройки, вида отделки, рейтинга дома, определяющего его близость к объектам инфраструктуры, района, года постройки [165], оценка удовлетворенности потребителей на основе онлайн-отзывов [166]. Регрессионные модели применяются в системах поддержки принятия решений, а благодаря большому количеству информации, размещенной в сети Интернет, такие модели, а также более сложные методы машинного обучения, нередко используются для расширения функционалов интернет-сайтов, в мобильных приложениях [167].

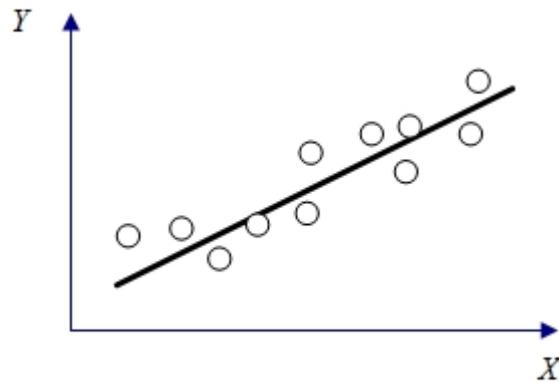


Рисунок 6.2 – Линейная регрессия

Рассматривая обратную задачу при стохастической зависимости аргументов, можно выделить два варианта: обратная задача при единственной независимой переменной x ; обратная задача в случае, если число переменных x больше единицы.

При единственной переменной x обратная задача заключается в определении величины x для достижения заданного значения y^* (рисунок 6.3).

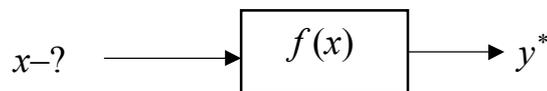


Рисунок 6.3 – Обратная задача при стохастической зависимости и одной входной переменной

Для решения задачи может быть построено уравнение зависимости, где в качестве результирующей переменной выступает Y , а в качестве объясняющей – X . Определение параметров регрессии определяются с помощью метода наименьших квадратов, который заключается в минимизации суммы квадратов невязок:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \theta_0 - \theta_1 \cdot x_i)^2 \rightarrow \min,$$

где θ_0 , θ_1 – искомые параметры линейной регрессии;

n – число наблюдений.

При линейной регрессии формула определения параметров имеет вид:

$$\theta = (X^T X)^{-1} X^T Y,$$

где Y – векторы выходных переменных размера n ;

X – матрица входных переменных размера $n \times m + 1$ (m – число объясняющих переменных, в данном случае $m=1$), первый столбец которой состоит из единиц.

В результате будет получено уравнение регрессии:

$$y = \theta_0 + \theta_1 \cdot x.$$

Подставив в это уравнение заданное значение результирующего показателя y^* , получим значение входной переменной x . Таким образом, построив функцию зависимости можно определить значение аргумента для достижения заданной величины результирующего показателя.

В случае, если входных переменных несколько, задача может быть представлена в следующем виде (рисунок 6.4): по имеющимся статистическим данным x_{ij} и y_i и исходным значениям входных переменных x_j необходимо определить изменения исходных значений таким образом, чтобы результирующая переменная приняла заданное значение y^* .

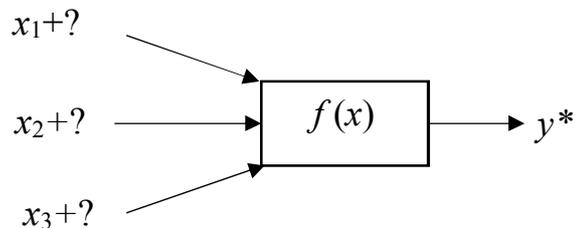


Рисунок 6.4 – Обратная задача при стохастической зависимости и нескольких входных переменных

Решение такой задачи будет включать следующие шаги:

1. Построение уравнения зависимости выходной переменной y от входных значений x с использованием метода наименьших квадратов:

$$\theta = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

2. Выполнить решение обратной задачи по определению величин Δx :

$$\theta_0 + \theta_1 \cdot (x_1 + \Delta x_1) + \dots + \theta_m \cdot (x_m + \Delta x_m) = y^* .$$

Для реализации второго шага могут быть использованы способы, рассмотренные ранее: использование коэффициентов относительной важности (п.2,5), регуляризация на основе расстояния от исходной точки (п.3).

6.1.1 Решение задачи формирования стоимости рекламы в группах онлайновой социальной сети

Для продвижения своей продукции и повышения продаж фирмы могут размещать рекламу в существующих группах онлайн-социальных сетей. Среди преимуществ использования социальных сетей отмечают возможность нахождения целевой аудитории, благодаря информации, представленной на страницах пользователей, а также наличие тематических групп; более простая реализация обратной связи: участники могут делиться мнениями о деятельности организации, оставляя комментарии, и таким образом могут указать пути развития и совершенствования продукции; наличие широкого набора инструментов для предоставления сведений рекламного характера: видео-ролики, аудиозаписи, графические материалы. Современными исследователями [168] отмечается, что использование социальной сети может способствовать значительному увеличению продаж фирм.

Размещение рекламы в группах онлайн-социальной сети является платной услугой. Исследование формирования рыночной стоимости рекламы может быть интересным как для рекламодателей (для сравнения и выбора наилучшего предложения), так и для администраторов групп (грамотная ценовая политика способна привлечь больше заказчиков). В статьях [157, 167] выполнено исследование факторов, влияющих на стоимость рекламы: число подписчиков

группы; наличие тематики (1- тематическая группа, 0 - новостная); активность группы; популярность группы; время, в течении которого реклама находится на первом месте; общее время размещения поста в группе (рисунок 6.5). Для сбора данных о стоимости размещения рекламы в группах города Томска был использован сайт sociate.ru, а также были сделаны запросы администраторам групп. Всего было отобрано 45 групп, удовлетворяющих заданным требованиям.

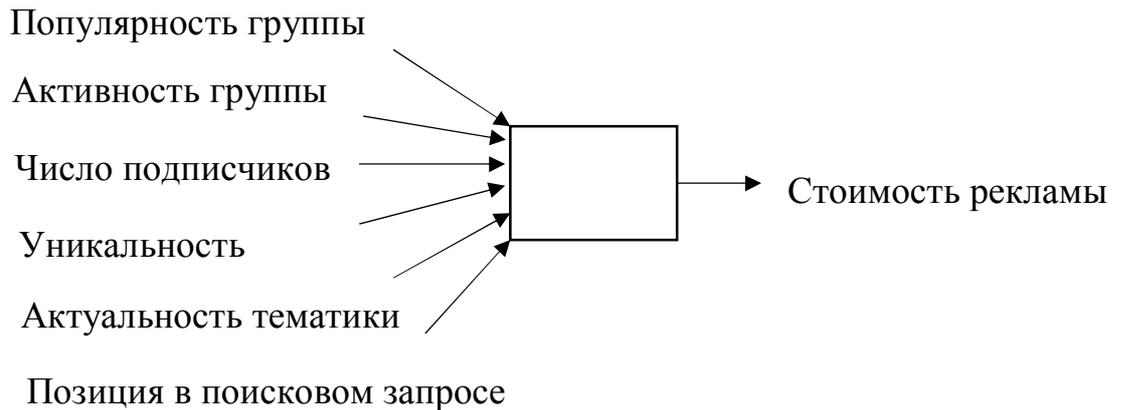


Рисунок 6.5 – Факторы, влияющие на стоимость рекламы

Для отобранных групп был выполнен корреляционно-регрессионный анализ с целью оценки влияния разных факторов на величину стоимости рекламы и формирования уравнения зависимости. Была выполнена процедура отбора факторов с расчетом скорректированного индекса детерминации. Наилучшей с точки зрения значения индекса детерминации оказалась зависимость стоимости рекламы от логарифма числа подписчиков:

$$cost = -776,144 + 110,213 \ln(num_p), \quad (6.1)$$

где $cost$ – стоимость размещения рекламы в группе;

num_p – число подписчиков сообщества.

Фрагмент исходных данных представлен в таблице 6.1.

Рассмотрим решение обратной задачи: определение числа подписчиков, при котором стоимость рекламы составит 200 руб. Такая задача представлена на рисунке 6.3, её решение сводится к перестановке переменных в уравнении (6.1).

Таблица 6.1 – Исходные данные групп социальной сети

Название группы	Стоимость рекламы, руб.	Число подписчиков
ТОМСК	200	22749
Томская Беседка	150	11625
Томский Обзор	300	8828
Подслушано в Томске	330	34033
Типичный Томск	499	69775
Регион-70 Томск	500	141133
Томские.ру	500	87358
Я из Томска	500	110509

Для решения обратной задачи построим уравнение зависимости логарифма числа подписчиков от стоимости рекламы. Полученное уравнение имеет следующий вид:

$$\ln(num_p) = 7,886 + 0,005 \cdot cost,$$

где $cost$ – стоимость размещения рекламы в группе;

num_p – число подписчиков сообщества.

Таким образом, для того, чтобы стоимость рекламы в группе составила 200 руб., необходимо, чтобы число подписчиков было равно: $e^{7,886+0,005 \cdot 200} \approx 6816$.

6.1.2 Решение задачи формирования складских затрат

Рассмотрим теперь решение обратной задачи в случае нескольких входных переменных. Статистические данные могут собраны не только в результате исследования реального объекта, но и в ходе проведения экспериментов с имитационными моделями, которые воспроизводят поведение изучаемой системы

во времени и пространстве с использованием случайных величин [169–170]. Решение обратных задач в имитационных моделях наряду с оптимизационными позволяет получать информацию для принятия управленческих решений. При этом наиболее простым методом решения задачи является перебор и выбор решения, при котором выходная величина наиболее соответствует заданному значению. Однако это может занимать продолжительное время либо требовать усилий по переработке модели. Так, в некоторых табличных имитационных моделях [171–173] изменение входных данных модели может привести к изменению и добавлению формул расчёта. В качестве примера на рисунке 6.6 представлен скриншот табличной модели ресторана быстрого питания [172], в которой для добавления нового канала обслуживания (стола) необходимо вставить дополнительные столбцы и изменить/добавить формулы расчёта.

В связи с этим может быть рассмотрен метод, основанный на построении зависимости между выходной переменной и набором входных и решении обратной задачи с использованием полученной аналитической формулы [174]. Алгоритм решения такой задачи будет включать следующие шаги.

Шаг 1. Путем выполнения имитаций с разным набором входных данных выполнить построение функции зависимости выходной величины от входных переменных (с помощью метода наименьших квадратов).

Можно выделить три наиболее часто встречаемых вида зависимостей в имитационных моделях:

- 1) линейная (рисунок 6.7а);
- 2) нелинейная «с насыщением» (рисунок 6.7б): увеличение/уменьшение выходной величины осуществляется до определенного предела, после чего значение переменной остается практически на одном уровне;
- 3) квадратичная зависимость (рисунок 6.7в).

	A	C	E	G	H	I	J	K
	Номер заявки	Время поступления заявки, чч:мм	Группа	Тип заявки	Длина очереди (группа)	Длина очереди (клиенты)	Число занятых столов	Поступление на обслуживание
4								
5		10:00						
6	1	10:03	2	В ПЕСТ	0	0	0	Да
7	2	10:07	2	В ПЕСТ	0	0	0	Да
8	3	10:07	2	В ПЕСТ	1	2	0	Да
9	4	10:07	1	В ПЕСТ	2	4	0	Да
10	5	10:15	2	В ПЕСТ	2	3	1	Да

а)

	L	M	N	O	P	Q	R
	Время обслуживания (фаза1) 1 чел, мин	Время обслуживания (фаза1) 2 чел, мин	Время обслуживания (фаза1) 3 чел, мин	Общее время обслуживания, мин	Обслуживание в фазе 1 (НАЧАЛО / КОНЕЦ), чч:мм		Ожидание
4							
5							
6	1	4		5	10:03	10:08	0:00
7	5	3		8	10:08	10:16	0:01
8	4	4		7	10:16	10:23	0:09
9	7			7	10:23	10:30	0:16
10	3	5		8	10:30	10:38	0:15

б)

	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
	Время обслуживания (за столом), мин	Чек (сумма), руб	Обслуживание. Стол1		Признак обслуживания	Обслуживание. Стол2		Признак обслуживания	Обслуживание. Стол3	
4										
5			начало	конец	0	начало	конец	0	начало	конец
6	25	265	10:08	10:33	1			0		
7	27	163			1	10:16	10:43	1		
8	15	92			1			1	10:23	10:38
9	14	186			1			1		
10	14	230			1			1		

в)

Рисунок 6.6 – Скриншот разработанной модели ресторана быстрого питания: а) поступление заявки; б) обслуживание заявки в первой фазе; в) обслуживание заявки во второй фазе

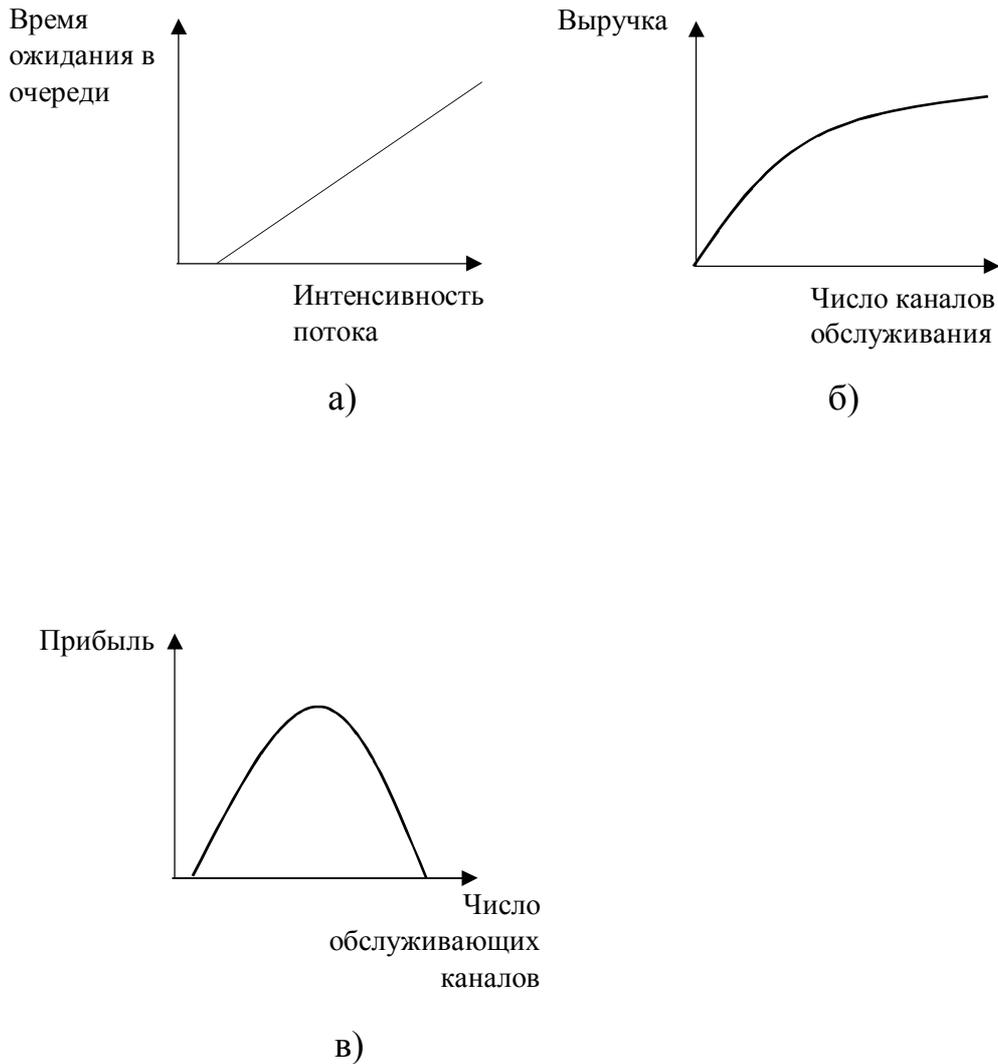


Рисунок 6.7 – Виды зависимостей, встречающихся в имитационных моделях систем массового обслуживания: а) линейная; б) «с насыщением»; в) квадратичная

Шаг 2. С использованием полученной на первом шаге функции выполняется решение обратной задачи. Так для случая минимизации изменений аргументов функции задача имеет вид:

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 \rightarrow \min,$$

$$f(\Delta x) = y^*.$$

Для проведения вычислительных экспериментов рассмотрим модель управления запасами. Ранее были разработаны модели с различными стратегиями

пополнения: периодической, пороговой, прогнозируемым спросом и т.д. [42–45]. Рассмотрим в качестве примера классическую модель управления запасами с пороговой стратегией. На рисунке 6.8 представлено изменение уровня запаса на складе для такой модели. Спрос в каждом периоде является случайной величиной. Заявка на доставку партии товара подается в том случае, если уровень запаса становится ниже некоторого минимального значения. При этом уровень запаса проверяется в конце дня и в случае, если значение меньше допустимого, то осуществляется доставка (увеличение уровня запаса на начало следующего дня). В качестве показателя эффективности принятой стратегии управления запасами выступает функция затрат, представляющая суммарные затраты на хранение, поставку запасаемого продукта и затраты на штрафы. В этом случае управление запасами состоит в отыскании такой стратегии пополнения запаса, при которой функция затрат принимает заданное значение.

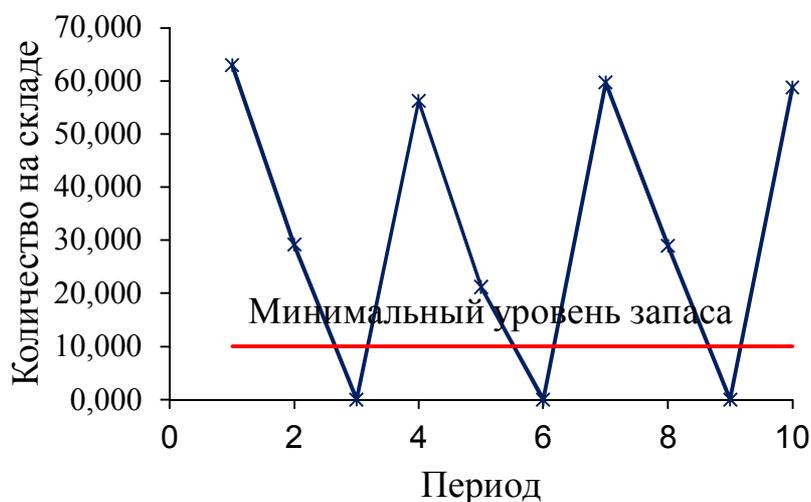


Рисунок 6.8 – Изменение уровня запаса товара

Для выполнения экспериментов была использована разработанная ранее система Имитатор (описание интерфейса программы приводится в приложении Е). Входные данные модели:

- время поставки товара, спрос – случайные величины с нормальным законом распределения;

- начальный уровень запаса товара – 1000 единиц;
- среднее время поставки партии товара – 3 дня;
- среднее квадратическое отклонение времени поставки товара – 1 день;
- средний ежедневный спрос – 100 единиц;
- среднее квадратическое отклонение ежедневного спроса – 10 единиц;
- стоимость хранения единицы товара в единицу времени – 2 денежные единицы;
- стоимость поставки единицы товара – 50 денежных единиц;
- штраф за дефицит – 200 денежных единиц;
- период функционирования склада – 30 дней;
- число случайных реализаций – 10000.

Задача моделирования заключается в определении объема партии и минимального уровня запаса, обеспечивающих величину затрат, равную 200000 руб. Исходные значения объема партии и минимального уровня запаса равны 200 и 50 соответственно. На рисунке 6.9 представлено решение прямой задачи.

Модель управления запасами с пороговой стратегией

Измените исходные данные и нажмите <Расчет>

№	Исходные данные	Значения	№	Исходные данные	Значения
1	Единица измерения времени	день	8	Начальный уровень запаса товара, U_{np} , шт.	1000
2	Денежная единица измерения	рубль	9	Стоимость хранения единицы товара в ед. времени, C_1 , руб.	2
3	Среднее время поставки партии товара, MT , дн.	3	10	Стоимость поставки единицы товара, C_2 , руб.	50
4	Среднее квадратическое отклонение ежедневного спроса, σ_{MD} , шт.	10	11	Период функционирования склада, TD , дн.	30
5	Штраф за дефицит, C_3 , руб.	200	12	Объем партии товара, $Part$, шт.	200
6	Средний ежедневный спрос товара, MD , шт.	100	13	Число случайных реализаций	10000
7	Среднее квадратическое отклонение времени поставки товара, σ_{MT} , дн.	1	14	Минимальный уровень запаса, U_{Rmin} , шт.	50

Результат моделирования

Максимальные гарантированные расходы, C_{gar} , р 281373.648688029

Рисунок 6.9 – Решение прямой задачи расчёта затрат

Для формирования функции (выбрана квадратичная форма) были использованы значения объема партии от 150 до 350, значения минимального уровня запаса от 0 до 250 с шагом 50. Полученная функция имеет вид:

$$f(x) = 0,457 \cdot x_1^2 + 2,622 \cdot x_2^2 + 1,14 \cdot x_1 x_2 - 539,043 \cdot x_1 - 1604,43 \cdot x_2 + 462620,7$$

где x_1 – объем партии;

x_2 – минимальный уровень запаса;

$f(x)$ – функция затрат.

Таким образом, обратная задача при минимальном изменении аргументов функции имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 &\rightarrow \min, \\ 0,457 \cdot (x_1 + \Delta x_1)^2 + 2,622 \cdot (x_2 + \Delta x_2)^2 + 1,14 \cdot (x_1 + \Delta x_1)(x_2 + \Delta x_2) - &(6.2) \\ -539,043 \cdot (x_1 + \Delta x_1) - 1604,43 \cdot (x_2 + \Delta x_2) + 462620,7 &= 200000. \end{aligned}$$

Для решения задачи воспользуемся итерационным алгоритмом, представленным в п.3.1.6.

Изменение аргументов при последующих итерациях (точность 10^{-9}) представлены на рисунке 6.10. Результат решения задачи: объем партии равен 243,89, минимальный уровень запаса – 192,98.

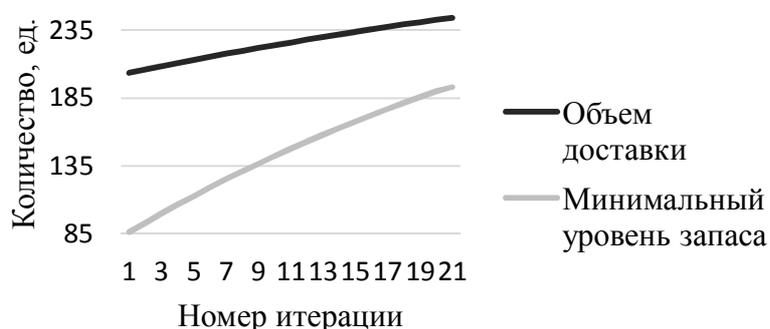


Рисунок 6.10 – Изменение аргументов функции при решении обратной задачи

Полученный результат соответствует решению оптимизационной задачи с помощью математического пакета MathCad (приложение Б).

Размер затрат, полученный путем имитации, при заданных значениях объема партии и минимального уровня запаса равен 204799,2 денежных единиц.

6.2 Решение обратной задачи при детерминированной модели выходного показателя и прогнозных величинах аргументов

Рассмотрим теперь случай, когда результирующий показатель связан с входными переменными детерминированной зависимостью, при этом значения входных переменных формируются путем прогноза на основе статистических данных.

Пусть даны значения аргументов x_j функции $f(x)$ за m промежутков времени: $x_{j,i}$ ($i=1,..,m$, $j=1..n$, n – число переменных). Необходимо определить величины аргументов $x_{j,m+1}$, обеспечивающие заданное значение функции $f(x) = y^*$.

Суть решения такой задачи заключается в прогнозировании значений аргументов x в момент $m+1$ на основе статистических данных. Для этого также используется уравнение регрессионной связи. На основе полученных величин аргументов происходит дальнейшая корректировка решения с помощью обратных вычислений.

Таким образом, метод решения данной задачи можно разбить на два этапа: определение аргументов с помощью регрессионной функции и решение обратной задачи.

Этап 1. Построение регрессионных функций h для прогнозирования аргументов.

Самой простой является линейная зависимость, в случае ее использования формулы расчета аргументов будут иметь вид:

$$\widehat{x}_{j,m} = a_j + b_j \cdot m. \quad (6.3)$$

где a, b – неизвестные параметры регрессии.

Также могут быть рассмотрены другие модели, например, авторегрессионная [158]:

$$\widehat{x}_{j,m+1} = a_j + b_j \cdot \widehat{x}_{j,m}.$$

В результате решения задачи (6.1) будут найдены значения неизвестных параметров a, b . Путем подстановки $m+1$ в уравнения зависимости, получим величины аргументов $\widehat{x}_{j,m+1}$:

$$\widehat{x}_{j,m+1} = a_j + b_j \cdot (m + 1).$$

Значение функции для вычисленных значений аргументов будет равно: $f(\widehat{x}_{j,m+1})$.

Если условие $f(\widehat{x}_{j,m+1}) = y^*$ не выполняется, то необходимо скорректировать значения аргументов, и осуществляется переход ко второму этапу.

Этап 2. Решение обратной задачи определения аргументов. Вычисленные на первом этапе величины \widehat{x} теперь рассматриваются как исходные значения аргументов. Необходимо вычислить их изменения, чтобы результирующий показатель был равен y^* . При минимизации суммы квадратов изменений аргументов задача будет иметь вид:

$$\sum_{j=1}^n (\Delta \widehat{x}_{j,m+1})^2 \rightarrow \min,$$

$$f(\widehat{x}_{j,m+1} + \Delta \widehat{x}_{j,m+1}) = y^*.$$

Решение такой задачи рассмотрено в п.3.1.4.

6.2.1 Пример решения задачи при детерминированной зависимости выходного показателя

Рассмотрим пример реализации метода. В таблице 6.2 представлены значения аргументов функции $f(x) = x_1 \cdot x_2$ (x_1 – цена, x_2 – количество, $f(x)$ – выручка) за три периода. Необходимо определить значения аргументов, обеспечивающие величину выручки, равную 120 усл.ден.ед.

Таблица 6.2 – Исходные данные задачи

№ периода	1	2	3
x_1	4	5	9
x_2	5	7	8
$f(x)$	20	35	72

Воспользуемся линейной моделью регрессии, тогда значения параметров будут равны: $a_1 = 1$; $b_1 = 2,5$; $a_2 = 3,67$; $b_2 = 1,5$.

Следовательно, величины аргументов в момент $m=4$ и значение функции равны (6.3):

$$\hat{x}_1 = a_1 + b_1 \cdot 4 = 1 + 2,5 \cdot 4 = 11,$$

$$\hat{x}_2 = a_2 + b_2 \cdot 4 = 3,67 + 1,5 \cdot 4 = 9,67.$$

$$f(\hat{x}) = 11 \cdot 9,67 = 106,37.$$

Полученная величина отличается от установленного y^* , поэтому необходимо дополнительно решить обратную задачу при минимизации суммы квадратов изменений аргументов. Задача оптимизации будет иметь вид:

Система уравнений имеет вид:

$$\Delta \hat{x}_1^2 + \Delta \hat{x}_2^2 \rightarrow \min,$$

$$(\hat{x}_1 + \Delta \hat{x}_1)(\hat{x}_2 + \Delta \hat{x}_2) = 120.$$

Используя для решения задачи алгоритм, представленный в п.3.1.4, получим:

$$\Delta \hat{x}_1 = 0,603,$$

$$\Delta \hat{x}_2 = 0,676.$$

Следовательно, искомые величины аргументов равны:

$$x_1^* = 11 + 0,603 = 11,603,$$

$$x_2^* = 9,67 + 0,676 = 10,346.$$

Произведение новых значений аргументов составляет $11,603 \cdot 10,346 = 120$, что соответствует заданному y^* .

6.2.2 Моделирование рейтинга регионов Сибирского федерального округа

Рассмотренный метод был использован для решения задачи моделирования рейтинга регионов Сибирского федерального округа (СФО) [175]. Интегральная характеристика социально-экономической деятельности региона (п.1.3.1.2) сформирована на основе восьми групп показателей (рисунок 6.9): уровень жизни, финансовая обеспеченность, эффективность сельскохозяйственного производства, эффективность строительства, обеспеченность трудовыми ресурсами, состояние системы здравоохранения, обеспеченность объектами образования, обеспеченность информационными и коммуникационными технологиями (ИиКТ). Группы также формируются из показателей более низкого уровня (всего было использовано 48 показателей, которые представлены в приложении Ж). Для автоматизации расчета интегральной характеристики и хранения данных была реализована программа, описание которой представлено в приложении 3 [175]. Нормирование показателей выполнялось с помощью метода эталонного значения, который подразумевает деление значения показателя на максимальное либо деление минимального значения на величину показателя (в зависимости от того,

какое значение является наилучшим: минимальное или максимальное). Таким образом, значения всех показателей изменяется в пределах от 0 до 1. На рисунках 6.12 – 6.14 представлены примеры исходных и нормированные значения показателей регионов. Расчет рейтинговой оценки был выполнен без использования коэффициентов относительной важности. Вычисление показателей групп (рисунок 6.11) происходит путем суммирования нормированных значений формирующих его показателей (расположенных уровнем ниже). Так, на рисунке 6.12 представлен пример вычисления интегрального показателя.

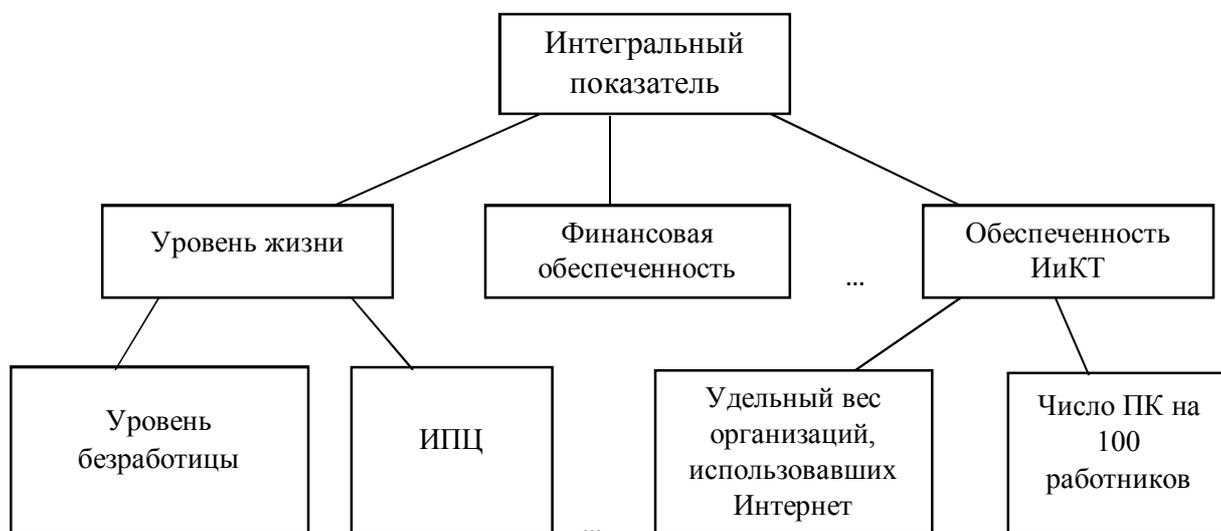


Рисунок 6.11 – Формирование интегрального показателя

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			Коэф. естественного прироста (промилле)						
2			2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
3	1	Республика Алтай	8,3	10,5	10,9	9,8	9,6	7,9	8,1
4	2	Республика Бурятия	4,3	4,3	5,1	5,8	6	5,9	5,2
5	3	Республика Тыва	15,2	16,5	15,5	15,2	14,4	13,5	13,4
6	4	Республика Хакасия	1,2	1,7	2,6	2,6	2,1	1,3	1,3
7	5	Алтайский край	-2,3	-1,9	-0,9	-0,8	-1	1,5	-2
8	6	Забайкальский край	2,1	2,2	3,1	3,4	3,5	2,5	2,3
9	7	Красноярский край	0,1	0,5	1,5	1,7	1,7	1,7	1,4
10	8	Иркутская область	0,8	1,3	2	2,1	1,6	1,7	1,4
11	9	Кемеровская область	-3	-2,8	-1,4	-0,9	-1,4	-2	-2,2
12	10	Новосибирская область	-0,7	-0,5	0,3	0,7	0,7	1,1	0,8
13	11	Омская область	-0,7	0,1	1,1	1,3	1,9	1	0,1
14	12	Томская область	0,4	0,8	1,7	2,1	2	2,1	1,8
154			Индекс потребительских цен (в % к соотв.периоду прошлого года)						
155			2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
156		СФО	107,9	106,3	106,7	106,1	110,8	111,6	105
157	1	Республика Алтай	108,6	106,4	107	106,4	110,1	112,5	103,8
158	2	Республика Бурятия	109,4	107,5	106,8	107,5	111,8	110,7	104,2
159	3	Республика Тыва	108,3	107,3	107,5	105,4	109,5	111,4	104,3
160	4	Республика Хакасия	108,4	107,6	106	105,4	110,5	110,3	104,4
161	5	Алтайский край	108,2	104,8	107,2	107	111,2	112,4	105,8
162	6	Забайкальский край	109	107,8	105,6	108,3	111,2	114,3	105
163	7	Красноярский край	107,9	106,1	106,8	104,8	109,5	110,6	104,7

Рисунок 6.12 – Исходные значения показателей

		Коэф. естественного прироста (промилле)						
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
1	Республика Алтай	0,620879	0,689119	0,727811	0,664596	0,696203	0,63871	0,660256
2	Республика Бурятия	0,401099	0,367876	0,384615	0,416149	0,468354	0,509677	0,474359
3	Республика Тыва	1	1	1	1	1	1	1
4	Республика Хакасия	0,230769	0,233161	0,236686	0,217391	0,221519	0,212903	0,224359
5	Алтайский край	0,038462	0,046632	0,029586	0,006211	0,025316	0,225806	0,012821
6	Забайкальский край	0,28022	0,259067	0,266272	0,267081	0,310127	0,290323	0,288462
7	Красноярский край	0,17033	0,170984	0,171598	0,161491	0,196203	0,23871	0,230769
8	Иркутская область	0,208791	0,212435	0,201183	0,186335	0,189873	0,23871	0,230769
9	Кемеровская область	0	0	0	0	0	0	0
10	Новосибирская область	0,126374	0,119171	0,100592	0,099379	0,132911	0,2	0,192308
11	Омская область	0,126374	0,150259	0,147929	0,136646	0,208861	0,193548	0,147436
12	Томская область	0,186813	0,186528	0,183432	0,186335	0,21519	0,264516	0,25641
		Индекс потребительских цен (в % к соотв.периоду прошлого года)						
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
1	Республика Алтай	0,977901	0,984962	0,985047	0,984962	0,99455	0,980444	1
2	Республика Бурятия	0,97075	0,974884	0,986891	0,974884	0,979428	0,996387	0,996161
3	Республика Тыва	0,980609	0,976701	0,980465	0,994307	1	0,990126	0,995206
4	Республика Хакасия	0,979705	0,973978	0,99434	0,994307	0,99095	1	0,994253
5	Алтайский край	0,981516	1	0,983209	0,979439	0,984712	0,981317	0,981096
6	Забайкальский край	0,974312	0,972171	0,998106	0,967682	0,984712	0,965004	0,988571
7	Красноярский край	0,981315	0,983747	0,986081	1	1	0,987388	0,981481

Рисунок 6.13 – Нормированные значения показателей

1 Республика Алтай									
№	Название группы	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
1	Уровень жизни	7,66	7,76	7,64	7,52	7,75	7,83	7,75	
2	Финансовая обеспеченность	4,41	3,62	3,31	3,35	3,52	3,58	3,70	
3	Сельскохозяйственное производство	2,17	2,16	2,33	2,00	2,08	2,05	1,84	
4	Строительство	2,36	2,41	2,08	1,90	2,00	2,09	2,63	
5	Обеспеченность трудовыми ресурсами	3,94	3,92	3,89	3,90	3,84	3,87	3,81	
6	Система здравоохранения	3,82	3,78	3,82	3,89	3,96	4,00	3,95	
7	Обеспеченность объектами образования	1,76	1,76	1,84	1,80	1,71	1,80	1,80	
8	Обеспеченность ИиКТ	4,68	4,61	5,10	5,11	5,36	5,21	5,24	

Рисунок 6.14 – Вычисление оценок групп

На рисунке 6.15 представлен рейтинг регионов СФО за 2015 год. Можно сказать, что лидирующие позиции занимают такие регионы округа, как Красноярский край, Новосибирская, Иркутская, Кемеровская области.

Значения интегрального показателя было рассчитано как для сравнения региона с другими субъектами, так и для оценки динамики его развития. Нормированные значения исходных данных (групп показателей), на основе которых осуществляется расчет интегральной характеристики в этом случае, приведены в таблице 6.3. Рассмотрим обратную задачу: определение значений показателей, обеспечивающих в дальнейшем прирост интегральной характеристики на 2%. В этом случае ее значение должно получиться равным 7,104. При этом среднее значение показателя не может превышать 1 (обратная задача с ограничением).

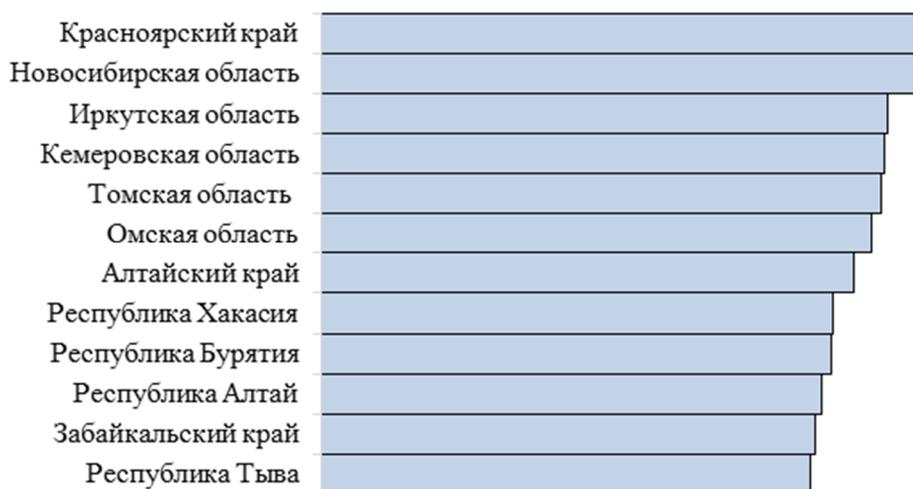


Рисунок 6.15 – Рейтинг регионов Сибирского федерального округа в 2015 г.

В последнем столбце таблицы 6.3 представлено решение обратной задачи. Для того чтобы определить необходимые абсолютные значения показателей групп, выполняется решение обратной задачи с заданным значением интегральной характеристики группы. После этого осуществляется обратный переход от нормированных значений к величинам в исходных единицах измерения.

Таблица 6.3 – Решение задачи формирования интегрального показателя для региона Тыва

Название группы	Год						Прогноз	Решение
	2010	2011	2012	2013	2014	2015		
Уровень жизни	0,906	0,939	0,929	0,925	0,910	0,903	0,908	0,932
Финансовая обеспеченность	0,690	0,694	0,745	0,732	0,776	0,727	0,769	0,794
Сельскохозяйственное производство	0,631	0,694	0,699	0,736	0,758	0,768	0,805	0,830
Строительство	0,413	0,340	0,409	0,551	0,637	0,735	0,778	0,803
Обеспеченность трудовыми ресурсами	0,916	0,932	0,911	0,849	0,838	0,864	0,824	0,849
Система здравоохранения	0,970	0,958	0,965	0,955	0,937	0,941	0,933	0,957
Обеспеченность объектами образования	0,933	0,937	0,922	0,906	0,925	0,921	0,913	0,938
Обеспеченность ИиКТ	0,644	0,726	0,737	0,848	0,882	0,988	1,034	1,000
$f(x)$	6,102	6,219	6,316	6,502	6,662	6,847	6,965	7,104

6.3 Решение обратной задачи для детерминированной модели выходного показателя и стохастической зависимости между аргументами

Смешанная зависимость предполагает наличие детерминированной зависимости между результирующим показателем и входными значениями, при этом отдельные аргументы этой функции могут быть связаны стохастической зависимостью. Решение задачи может быть выполнено путем построения уравнения связи между аргументами и включения его в обратную задачу:

$$\begin{aligned} f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) &= y + \Delta y \\ x_k + \Delta x_k &= h(x_l + \Delta x_l) \end{aligned} \quad (6.4)$$

где k, l – индексы аргументов, между которыми существует зависимость.

В п.4.2 представлен алгоритм решения оптимизационной задачи при наличии нескольких ограничений: замена переменных и формирование одного модифицированного ограничения.

Для решения задачи, в которой аргументы связаны стохастической зависимостью, может быть также использован способ, основанный на построении предиктивного интервала. В ходе реализации данного способа исследуется область вокруг решения, полученного без учета стохастической зависимости, и выбирается решение наиболее близкое к исходному и наиболее соответствующее зависимости.

Для решения задачи выполняется построение уравнения связи между аргументами: собираются статистические данные за предыдущие периоды и осуществляется определение параметров методом наименьших квадратов. При заданном значении объясняющей переменной величина объясняемой переменной может принадлежать некоторому интервалу. Построение такого предиктивного интервала осуществляется по формуле:

$$\begin{aligned} l_t &= \hat{y} + se \cdot t_\alpha, \\ l_b &= \hat{y} - se \cdot t_\alpha, \end{aligned} \quad (6.5)$$

где l_t – верхняя граница интервала;

l_k – нижняя граница интервала;

se – среднее квадратическое отклонение ошибки прогноза индивидуального значения зависимой переменной;

\hat{y} – точечная оценка прогноза зависимой переменной;

t_α – табличное значение t -критерия при уровне значимости α .

Рассмотрим алгоритм решения задачи (аргумент x_2 зависит от аргументов x_{1j} , $j=1..v$, v – число объясняющих переменных) [176]. Исходные данные: функция зависимости $f(x)$, статистические данные x_{1k}, x_2 , начальные значения аргументов \tilde{x} , заданное значение функции y^* , экспертная информация для решения обратной задачи (либо вид регуляризации).

Шаг 1. Используя исходные данные \tilde{x} выполнить нахождение \hat{x} для достижения заданного значения y^* функции $f(x)$ путем решения обратной задачи. Решение задачи в зависимости от постановки может быть выполнено как с помощью указания коэффициентов относительной важности (п.1,2), так и с использованием регуляризации на основе расстояния от исходных значений (п.3).

Шаг 2. Используя статистические данные x_{1j}, x_2 выполнить построение предиктивного интервала для x_2 при определенных на первом шаге величинах \hat{x}_{1j} . Если \hat{x}_2 принадлежит полученному интервалу, то решение считается найденным и работа алгоритма завершается, иначе осуществляется переход на шаг 3.

Шаг 3. Изменять \hat{x}_{1j} на величину заданного шага h на интервале $[x_{\min}; x_{\max}]$. Для каждого полученного значения \hat{x}_{1j}^* ($\hat{x}_{1j}^* = \hat{x}_{1j} + h \cdot \zeta$, где ζ – переменная, принимающая значения от 1 до числа шагов) определить соответствующую величину \hat{x}_2^* (выражается из функции $f(x_{1j}, x_2)$, такое выражение x_2 при заданных x_{1j} также обозначим $x_2(x_{1j})$), верхнюю l и нижнюю l_k границы предиктивного интервала для x_2 .

Шаг 4. Выбор среди значений \hat{x}_{1j}^* величин x_{1j}^* путем решения задачи оптимизации:

$$\omega(x_1^*) = \sum_{j=1}^v k_1 \gamma_{norm}(x_{1j}^*) + k_2 \lambda_{norm}(x_{1j}^*) \rightarrow \max,$$

$$\gamma(x_{1j}^*) = \sum_{j=1}^v \left(\hat{x}_{1j} - x_{1j}^* \right)^2 + \left(x_2(\hat{x}_{1j}) - x_2(x_{1j}^*) \right)^2 = \sum_{j=1}^v \Delta \hat{x}_{1j}^2 + \Delta \hat{x}_2^2,$$

$$\gamma_{norm}(x_{1j}^*) = \frac{\max(\gamma(\hat{x}_{1j}^*)) - \gamma(x_{1j}^*)}{\max(\gamma(\hat{x}_{1j}^*)) - \min(\gamma(\hat{x}_{1j}^*))},$$

$$\lambda(x_1^*) = - \frac{\left(l_t - x_2(x_1^*) \right) \left(x_2(x_1^*) - l_b \right)}{l_t - l_b},$$

$$\lambda_{norm}(x_1^*) = \frac{\max(\lambda(\hat{x}_1^*)) - \lambda(x_1^*)}{\max(\lambda(\hat{x}_1^*)) - \min(\lambda(\hat{x}_1^*))},$$

где k_i – весовой коэффициент показателя i ;

$\gamma(x_{1j}^*)$ – показатель расположения j -й переменной относительно начального решения;

$\lambda(x_1^*)$ – показатель расположения объясняемой переменной относительно величины предиктивного интервала;

$\gamma_{norm}(x_{1j}^*)$, $\lambda_{norm}(x_1^*)$ – нормированные значения показателей $\gamma(x_{1j}^*)$ и $\lambda(x_1^*)$ соответственно.

Целевая функция оптимизационной задачи включает две части. Величина $\gamma(x_{1j}^*)$ характеризует степень удаленности от найденного на шаге 1 решения, выражение $\left(l_t - x_2(x_1^*) \right) \left(x_2(x_1^*) - l_b \right)$ при неизменных границах примет максимальное значение, когда величина $x_2(x_1^*)$ будет находиться в середине предиктивного интервала (соответствовать точечной оценке). Расположенная в знаменателе разность $l_t - l_b$ представляет собой величину штрафа s за увеличение размера предиктивного интервала. Величина данного штрафа может быть

увеличена путем использования квадратичной или экспоненциальной функции:

$$s = (l_t - l_b)^2, \quad s = e^{l_t - l_b}.$$

6.3.1 Пример решения задачи с использованием предиктивного интервала

Пример решения задачи при двухаргументной мультипликативной функции представлен в таблице 6.4 (исходные значения $\tilde{x}_1 = 5$, $\tilde{x}_2 = 10$, найденное на первом шаге решение обратной задачи $\hat{x}_1 = 8,215$, $\hat{x}_2 = 12,172$ ($x_2 = \frac{100}{x_1}$), шаг равен 0,5, границы интервала исследования $x_{\min} = \hat{x}_1$, $x_{\max} = 9,713$, уровень значимости $\alpha = 0,05$, весовые коэффициенты $k_1 = 0,3$, $k_2 = 0,7$).

Значение целевой функции для первой вычисляемой величины \hat{x}_1^* будет определено следующим образом:

$$\gamma(8,215) = (\Delta\hat{x}_1)^2 + (\Delta\hat{x}_2)^2 = 0^2 + 0^2 = 0,$$

$$\gamma_{norm}(8,215) = \frac{\max(\gamma(\hat{x}_1^*)) - \gamma(8,215)}{\max(\gamma(\hat{x}_1^*)) - \min(\gamma(\hat{x}_1^*))} = \frac{5,78 - 0}{5,78 - 0} = 1,$$

$$\begin{aligned} \lambda(8,215) &= -\frac{(l_t - x_2(8,215))(x_2(8,215) - l_b)}{l_t - l_b} = \\ &= -\frac{(12,072 - 12,172)(12,172 - 10,072)}{12,072 - 10,072} = 0,105, \end{aligned}$$

$$\lambda_{norm}(8,215) = \frac{\max(\lambda(\hat{x}_1^*)) - \lambda(8,215)}{\max(\lambda(\hat{x}_1^*)) - \min(\lambda(\hat{x}_1^*))} = \frac{0,318 - 0,105}{0,318 - (-0,472)} = 0,269,$$

$$\omega(8,215) = k_1\gamma_{norm}(8,215) - k_2\lambda_{norm}(8,215) = 0,3 \cdot 1 + 0,7 \cdot 0,269 = 0,489.$$

Согласно полученным результатам решением задачи с наибольшим значением целевой функции будет: $x_1^* = 8,715$, $x_2^* = 11,474$ (рисунок 6.16, точка В).

Таблица 6.4 – Пример решения задачи при двухаргументной функции

\hat{x}_1^*	\hat{x}_2^*	$\Delta\hat{x}_1$	$\Delta\hat{x}_2$	l_b	l_t	$\gamma(\hat{x}_1^*)$	$\lambda(\hat{x}_1^*)$	$\alpha(\hat{x}_1^*)$
8,215	12,172	0	0	10,072	12,072	0	0,105	0,489
8,715	11,474	0,5	-0,698	10,238	12,238	0,737	-0,472	0,962
9,215	10,852	1	-1,32	10,405	12,405	2,742	-0,347	0,747
9,715	10,293	1,5	-1,879	10,572	12,572	5,781	0,318	0,000

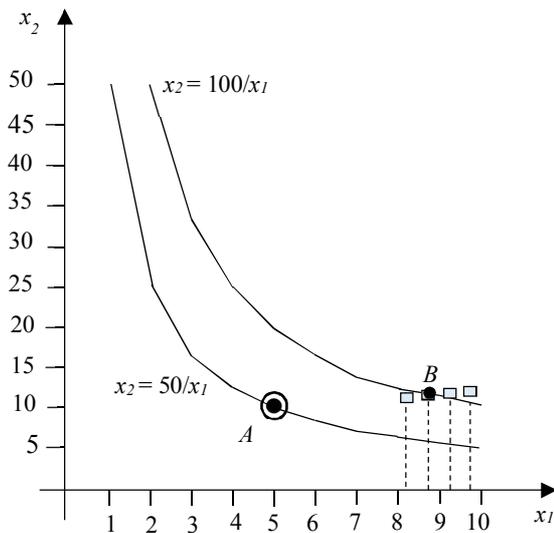


Рисунок 6.16 – Поиск оптимального значения

6.3.2 Решение задачи формирования прибыли предприятия с учётом зависимости объема выпуска от цены

Рассмотрим задачу формирования прибыли при минимизации суммы квадратов аргументов и наличии зависимости объема продаж от цены (использованы данные ООО «ВокиФудТомск» о продукте «пшеничная лапша»).

Для построения уравнения зависимости количества от цены был использован метод наименьших квадратов. Полученное уравнение регрессии в случае линейной зависимости:

$$K = 148,2 - 1,15 \cdot Ц. \quad (6.6)$$

Тогда задача оптимизации будет иметь вид:

$$\begin{aligned} g(\Delta K, \Delta Ц, \Delta C_e) &= \Delta K^2 + \Delta Ц^2 + \Delta C_e^2 \rightarrow \min, \\ (K + \Delta K) \cdot (Ц + \Delta Ц - ПЕР_e - \Delta C_e) &= 3500, \\ K + \Delta K &= 148,2 - 1,15 \cdot (Ц + \Delta Ц). \end{aligned}$$

Подставив исходные значения переменных ($K = 45$ шт., $Ц = 90$ руб., $C_e = 19$ руб.), получим следующее решение задачи с помощью пакета Mathcad: $\Delta K = 2,065$, $\Delta Ц = -2,056$, $\Delta C_e = -5,422$. Квадрат эвклидовой метрики (значение функции g) при этом равен 37,889.

При использовании алгоритма на основе обратных вычислений и метода замены переменных (п.4.2) ($\varepsilon = 0,1$) преобразованная задача будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \Delta Ц^2 + (-0,3 - 1,15 \Delta Ц)^2 + \Delta C_e^2 &\rightarrow \min, \\ (148,2 - 1,15 \cdot (Ц + \Delta Ц)) \cdot (Ц + \Delta Ц - C_e - \Delta C_e) &= 3500. \end{aligned}$$

Решением задачи будут величины приращений:

$$\begin{aligned} \Delta Ц &= -2,054, \\ \Delta C_e &= -5,424, \\ \Delta K &= 148,2 - 1,15 \cdot (Ц + \Delta Ц) - K = 2,062. \end{aligned}$$

Также были рассмотрены случаи нелинейной зависимости между показателями:

- 1) степенная: $K = 1735518 \cdot Ц^{-2,359}$;
- 2) логарифмическая: $K = 507,858 - 103,07 \cdot \ln(Ц)$;
- 3) гиперболическая: $K = -58,8 + \frac{9199,99}{Ц}$.

В таблице 6.5 представлены результаты решения задачи формирования прибыли при нелинейной зависимости объема выпуска от цены (результат получен за одну итерацию). В последнем столбце указана величина u – разность между значением целевой функции g , полученной при решении задачи с помощью

метода на основе обратных вычислений и значением этой функции при решении задачи с использованием пакета Mathcad.

Результаты свидетельствует о соответствии решения, полученного с помощью обратных вычислений, решению оптимизационной задачи с использованием стандартной функции.

Таблица 6.5 – Результаты решения задачи формирования прибыли при нелинейной зависимости

Вид зависимости	ΔK	ΔC	ΔC_e	$g(\Delta K, \Delta C, \Delta C_e)$	u
Степенная	2,358	-3,959	-6,859	68,231	0,00013
Логарифмическая	2,125	-2,635	-5,905	46,33	0,00132
Гиперболическая	2,2	-3,208	-6,36	55,581	0,0007

Рассмотрим теперь применение метода, основанного на построении предиктивного интервала.

Исходное значение прибыли равно 4018 руб., цена 60 руб., количество – 98 шт., себестоимость равна 19 руб. Необходимо определить величины цены и объема таким образом, чтобы прибыль была равна 4900 руб. Зависимость объема выпуска от цены представлена линейным уравнением (6.6).

Определенные на первом шаге описанного выше алгоритма значения цены и количества равны 66 и 104 соответственно. Необходимо рассмотреть значения цены до 106 руб. с шагом 5 руб. и выбрать оптимальное значение ($\alpha=0,05$, $k_1=0,5$, $k_2=0,5$).

Результаты вычислений представлены в таблице 6.6. Можно увидеть, что оптимальное решение задачи, при котором будет достигнуто заданное значение прибыли: $C^*=76$ руб., $K^*=86$ шт.

Таблица 6.6 – Решение задачи определения оптимальных значений аргументов (линейная зависимость)

\hat{C}^*	\hat{K}^*	$\Delta\hat{C}$	$\Delta\hat{K}$	l_b	l_t	$\gamma(\hat{C}^*)$	$\lambda(\hat{C}^*)$	$\omega(\hat{C}^*)$
66,00	104,00	0	0,00	43,60	101,00	0	3,152	0,618
71,00	94,00	5	-10,00	39,75	93,35	125	0,658	0,891
76,00	86,00	10	-18,00	35,56	86,04	424	-0,042	0,934
81,00	79,00	15	-25,00	30,95	79,15	850	-0,145	0,891
86,00	73,00	20	-31,00	25,88	72,72	1361	0,278	0,777
91,00	68,00	25	-36,00	20,28	66,82	1921	1,215	0,596
96,00	64,00	30	-40,00	14,17	61,43	2500	2,707	0,349
101,00	60,00	35	-44,00	7,55	56,55	3161	3,693	0,151
106,00	56,00	40	-48,00	0,48	52,12	3904	4,172	0,000

На основе предложенного алгоритма реализована программа решения обратной задачи формирования маржинальной прибыли предприятия [177]. Описание программы приводится в приложении И.

6.4 Решение обратной задачи для детерминированной модели выходного показателя при дискретных статистических данных

6.4.1 Алгоритм решения задачи дискретного программирования

Рассмотрим задачу оптимизации, в которой решение может принадлежать только набору возможных значений $\{\tilde{x}\}$. В этом случае алгоритм поиска решения будет включать следующие шаги.

Шаг 1. Решение обратной задачи с использованием исходных значений. Полученное решение – x^* .

Шаг 2. Поиск среди набора возможных значений аргументов величин, для которых евклидово расстояние от полученного на шаге 1 решения минимально.

$$\sqrt{(\tilde{x}_{1j} - x_1^*)^2 + \dots + (\tilde{x}_{nj} - x_n^*)^2} \rightarrow \min.$$

Решением задачи будут значения \tilde{x}_j .

6.4.2 Решение задачи определения времени размещения сообщения в группах онлайн-социальной сети

Онлайновые социальные сети являются популярными площадками по продвижению товаров и услуг, распространению информации социального и политического характера [178–184]. Социальные сети включают большое количество участников, поэтому грамотное определение способа размещения информации способно привести к её широкому распространению. Одним из важнейших факторов, определяющих число просмотров сообщения, является время его размещения. При выборе момента размещения сообщения необходимо выполнить анализ ряда показателей. Наилучшим временем размещения сообщения считается тот момент, когда большое число пользователей находятся в статусе «онлайн», так как в этом случае они с высокой вероятностью могут увидеть эту информацию. Кроме того, при определении момента размещения следует учитывать и ряд других показателей, таких, например, как число сообщений, публикуемых другими участниками социальной сети.

Для проведения исследования была реализована программа, выполняющая автоматический сбор информации из социальной сети ВКонтакте для выбранной группы («Golden time Anime») через каждые 5 минут [185–187]. Интерфейс программы представлен в приложении Д. На основе собранной информации были вычислены две характеристики:

1. Суммарная оценка просмотра сообщения, которая отражает тот факт, что участники находятся в режиме онлайн в данный момент. Наилучшим временем размещения сообщения считается тот момент, когда большее число пользователей

находится в статусе «онлайн», так как в этом случае они с высокой вероятностью могут увидеть эту информацию.

2. Скорость обновления ленты, которая определяется числом публикуемых сообщений участниками. Если скорость новостной ленты очень высока, то опубликованное участником сообщение может быть смещено другими постами и не прочитано.

В таблице 6.7 представлены сведения о средней доли участников, находящихся в статусе онлайн. Можно увидеть, что в вечернее время этот показатель достигает максимального значения.

Таблица 6.7 – Средняя доля участников, находящихся в статусе «онлайн»

Время	День недели						
	Пн.	Вт.	Ср.	Чт.	Пт.	Сб.	Вс.
0:00	0,2189	0,2220	0,2229	0,2218	0,2179	0,2222	0,2054
1:00	0,2143	0,2155	0,2220	0,2176	0,2117	0,2064	0,2173
2:00	0,2059	0,2131	0,2151	0,2188	0,2121	0,2025	0,2009
3:00	0,2001	0,1902	0,1954	0,1938	0,1888	0,1885	0,1885
4:00	0,1720	0,1525	0,1577	0,1579	0,1567	0,1548	0,1665
5:00	0,1311	0,1082	0,1126	0,1078	0,1090	0,1165	0,1401
6:00	0,0891	0,0734	0,0733	0,0722	0,0728	0,0841	0,0991
7:00	0,0603	0,0534	0,0532	0,0560	0,0547	0,0581	0,0649
8:00	0,0537	0,0505	0,0466	0,0469	0,0493	0,0487	0,0493
9:00	0,0474	0,0502	0,0520	0,0491	0,0497	0,0414	0,0442
10:00	0,0565	0,0622	0,0663	0,0610	0,0666	0,0521	0,0447
11:00	0,0713	0,0818	0,0897	0,0910	0,0889	0,0643	0,0558
12:00	0,0943	0,1202	0,1191	0,1183	0,1187	0,0897	0,0688
13:00	0,1163	0,1272	0,1221	0,1307	0,1351	0,1058	0,0966
14:00	0,1309	0,1375	0,1384	0,1453	0,1499	0,1290	0,1304
15:00	0,1603	0,1607	0,1587	0,1576	0,1640	0,1493	0,1595
16:00	0,1789	0,1718	0,1708	0,1736	0,1721	0,1710	0,1743
17:00	0,1792	0,1823	0,1779	0,1792	0,1805	0,1775	0,1921
18:00	0,1919	0,1915	0,1901	0,1797	0,1858	0,1867	0,1975
19:00	0,2007	0,2023	0,1961	0,1962	0,1965	0,1894	0,1965
20:00	0,2060	0,2065	0,1971	0,2045	0,2065	0,1963	0,2034
21:00	0,2118	0,2047	0,2096	0,2102	0,2016	0,1937	0,2078

Время	День недели						
	Пн.	Вт.	Ср.	Чт.	Пт.	Сб.	Вс.
22:00	0,2179	0,2142	0,2158	0,2208	0,1986	0,2038	0,2143
23:00	0,2193	0,2224	0,2221	0,2162	0,2159	0,2062	0,2203

На рисунке 6.17 представлены значения среднего числа публикуемых сообщений в новостной ленте, при этом рассмотрен период с 21:00 до 02:00 часов. Из рисунка 5.4 можно сделать вывод, что на начало каждого часа приходятся пиковые значения числа публикуемых сообщений, таким образом, это время является наиболее популярным для размещения сообществами постов.

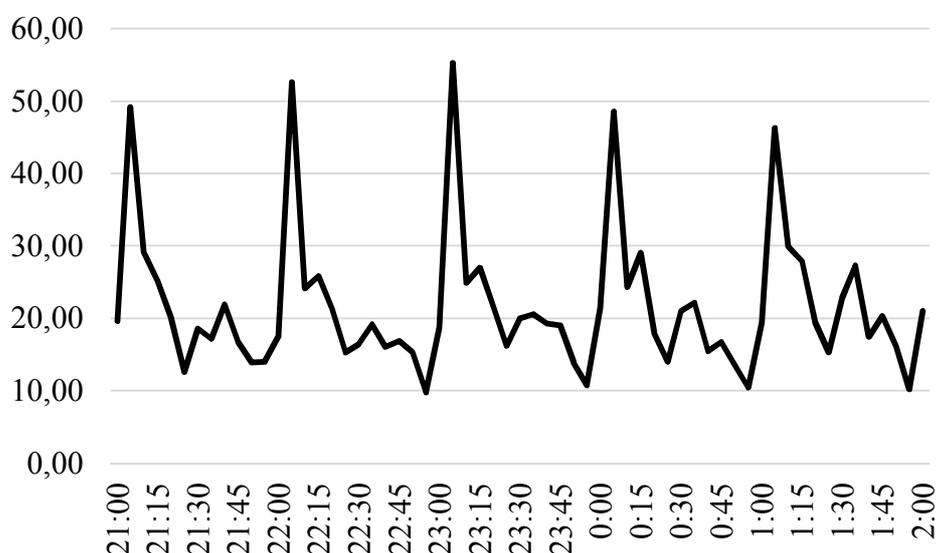


Рисунок 6.17 – Число публикуемых сообщений в новостной ленте

Величина суммарной оценки и скорость обновления ленты нормируются и выполняется линейная свёртка двух показателей. В результате будет получена интегральная оценка I момента времени (п.1.3.1.2):

$$I = k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2,$$

где x_1 – нормированное значение суммарной оценки просмотра сообщения;

x_2 – нормированное значение скорости обновления ленты;

k_1, k_2 – устанавливаемые экспертом весовые коэффициенты показателей x_1, x_2 соответственно.

В таблице 6.8 представлен фрагмент данных, в котором отражены для каждого момента времени нормированные значения оценки просмотра и скорости обновления ленты, а также величина интегрального показателя.

Таблица 6.8 – Данные, характеризующие моменты времени

Момент времени	Нормированное значение оценки просмотра	Нормированное значение скорости обновления ленты	Интегральный показатель
19:00	0,952781	0,552026	0,792479
19:05	0,954224	0,684009	0,846138
19:10	0,955687	0,732202	0,866293
19:15	0,956932	0,731654	0,866821
19:20	0,958353	0,710843	0,859349
19:25	0,959762	0,71851	0,863261
19:30	0,961307	0,734392	0,870541
19:35	0,962506	0,777108	0,888347
19:40	0,96384	0,807229	0,901195
19:45	0,964864	0,654984	0,840912
19:50	0,965834	0,598576	0,818931
19:55	0,967421	0,557503	0,803454
20:00	0,96978	0,541073	0,798297
20:05	0,97233	0,688938	0,858973
20:10	0,974695	0,721796	0,873536
20:15	0,977686	0,726725	0,877302
20:20	0,980384	0,73494	0,882207
20:25	0,983106	0,737678	0,884935
20:30	0,985336	0,761227	0,895692
20:35	0,98752	0,801752	0,913213

Момент времени	Нормированное значение оценки просмотра	Нормированное значение скорости обновления ленты	Интегральный показатель
20:40	0,989783	0,788609	0,909313
20:45	0,992108	0,653888	0,85682
20:50	0,994221	0,589814	0,832458
20:55	0,995843	0,533954	0,811088
21:00	0,997309	0,531763	0,811091

Соответствующие наилучшему значению интегрального показателя нормированные значения характеристики просмотра и числа публикуемых сообщений равны соответственно $x_1 = 0,9875$, $x_2 = 0,8018$ (соответствующий момент времени равен 20:35, весовые коэффициенты k_1 и k_2 равны соответственно 0,6 и 0,4). Пусть необходимо изменить нормированные значения, таким образом, чтобы улучшить оценку скорости обновления ленты за счёт ухудшения оценки просмотра. Суммарное изменение нормированных значений должно составить $-0,015$, при этом коэффициенты относительной приоритетности будут равны 0,7 и 0,3 (для характеристики просмотра и скорости обновления ленты соответственно). Тогда система будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = -\frac{0,7}{0,3}, \\ 0,6(x_1 + \Delta x_1) + 0,4(x_2 + \Delta x_2) = 0,913 - 0,015. \end{cases}$$

Решением системы будут значения $\Delta x_1 = -0,036$, $\Delta x_2 = 0,015$. Тогда новые значения нормированных величин составят:

$$x_1^* = x_1 + \Delta x_1 = 0,952,$$

$$x_2^* = x_2 + \Delta x_2 = 0,817.$$

Далее определяется момент времени i , для которого отклонение полученных нормированных значений от исходных минимально:

$$\sqrt{(\tilde{x}_{1i} - x_1^*)^2 + (\tilde{x}_{2i} - x_2^*)^2} \rightarrow \min.$$

Минимальное значение расстояния равное 0,016 соответствует моменту времени 19:40.

Таким образом, рассмотренный метод может быть применен для решения обратных задач при фиксированном наборе вариантов решения. В качестве ещё одного примера такой задачи может быть рассмотрена задача по выбору групп социальной сети для размещения рекламы [182].

6.5 Выводы по главе 6

1. Предложены методы и алгоритмы решения обратной задачи с использованием статистических данных. Наличие статистических данных позволяет сформировать уравнение зависимости результирующего показателя от аргументов функции при стохастической зависимости, определять исходные значения аргументов для решения обратной задачи путем их прогноза, осуществлять поиск решения с учетом зависимости между аргументами функции, обеспечивая таким образом большее соответствие модели реальной системе и законам её поведения. Рассмотрены методы решения обратных задач при стохастической, детерминированной (в том числе при стохастической зависимости между аргументами) модели.

2. Предложенный метод решения задачи при детерминированной зависимости результирующего показателя от формирующих его величин основан на прогнозировании значений аргументов и корректировке полученных величин методом обратных вычислений при минимизации суммы квадратов изменений аргументов. В качестве примера решения задачи рассмотрено моделирование рейтинга регионов Сибирского федерального округа.

3. Предложенный алгоритм поиска решения при наличии стохастической зависимости между аргументами функции основан на вычислении показателя отдаленности от исходного решения, полученного путем решения обратной задачи, и характера расположения относительно предиктивного интервала. В качестве примера рассмотрена задача формирования маржинальной прибыли ресторана быстрого питания: определение необходимых значений цены и объема выпуска.

4. Предложен алгоритм решения обратной задачи с помощью обратных вычислений в случае использования дискретных данных. Рассмотрено решение обратной задачи определения момента времени размещения сообщения в группах онлайн-социальной сети.

7. Разработка программного обеспечения решения обратных задач прикладной экономики

Большинство исследований, посвященных решению задач с помощью обратных вычислений, направлены на модификацию математического аппарата и его применение для различных объектов. Вместе с тем актуальной является задача и разработки программного обеспечения, применение которого способно обеспечивать быстрое решение задач в том числе сложных (при многоаргументных функциях, ограничениях и т.д.).

7.1 Типовые сценарии для решения обратных задач

Для реализации методов и алгоритмов могут быть использованы стандартные пакеты (MathCad, Excel и т.д.) и языки программирования. Преимуществом использования стандартных пакетов является возможность хранения данных, просмотра всех формул расчёта, что повышает доверие к результатам вычислений, наличие встроенных функций для решения задач (решение систем уравнений, решение оптимизационных задач), а также для построения графиков. Так, в приложениях А, Г представлено решение задач с помощью пакета Excel, который имеет средство «Поиск решения», в приложениях Б, В приведено решение в пакете MathCad. Кроме того, к преимуществам использования пакета Excel можно отнести то, что это программное обеспечение является распространенным и установлено на компьютере практически каждого специалиста. Однако при увеличении размерности задачи определение формул является трудоемкой работой, в которой сложно избежать ошибок, а, также, от пользователя требуется наличие знаний в области использования соответствующих

пакетов и математического аппарата. Кроме того, реализация циклических алгоритмов представляет сложность и невозможна без применения встроенного языка VBA. В работе [188] предпринята попытка решить данную проблему с помощью циклических ячеек, но данный подход не всегда удобен и имеет ограниченное применение. В связи с этим может быть рассмотрен подход на основе комбинации работы Excel и программы, написанной на универсальном языке программирования.

Схема такой системы представлена на рисунке 7.1. Взаимодействие с Excel осуществляется посредством API (так, например, для языка Java есть библиотека POI). Программа, реализованная на языке программирования, обращается к файлу Excel и выполняет его обработку, использует возможности пакета для проведения расчётов, генерирует формулы. Таким образом пользователь имеет возможность просмотреть все формулы, при этом часть его действий автоматизируется. В зависимости от постановки задачи возможны различные варианты конкретизации схемы (рисунок 7.1). Рассмотрим некоторые из них.

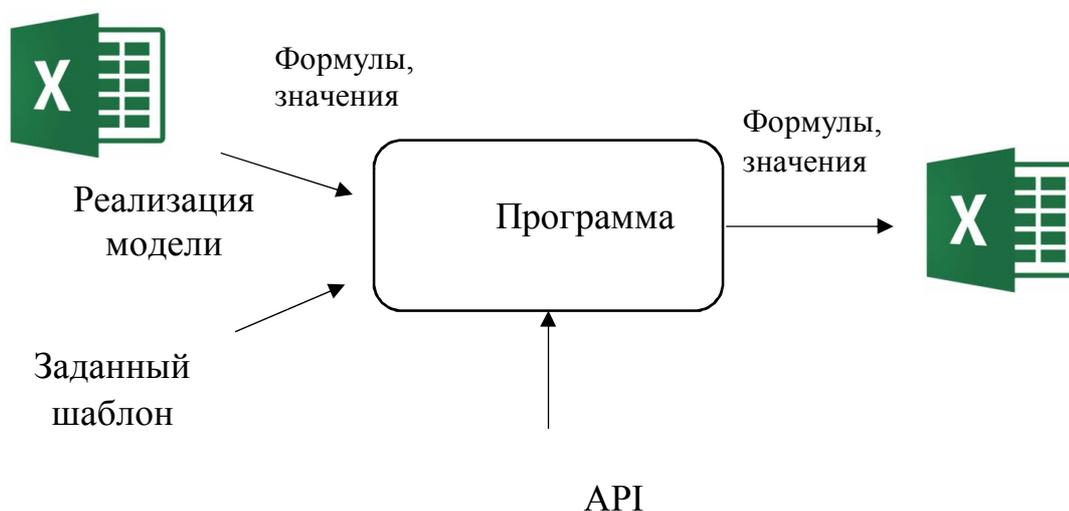


Рисунок 7.1 – Схема использования программ совместно с Excel

В работе [181] представлено решение задачи моделирования распространения информации в сети на основе каскадной модели. Процесс распространения представлен в виде последовательности шагов, на которых выполняется активирование вершин, заключающееся в изменении их статуса с

неактивного на активный (активный статус подразумевает передачу информации связанным вершинам). При активации происходит сравнение двух показателей: порогового значения T_u , устанавливаемого для каждой вершины, и вероятности влияния p , которая определяется для связывающих узлов ребер. Независимая каскадная модель основана на переборе активированных на предыдущем шаге узлов, каждый из которых может активировать неактивного соседа с вероятностью влияния $p \in [0;1]$. При успешной активации статус вершины меняется с неактивного на активный.

Алгоритм решения задачи включает следующие шаги:

Шаг 1. Сбор id участников сообщества до проведения маркетингового мероприятия.

Шаг 2. Загрузка истории реальных репостов и структуры сети, в которой осуществляется распространение информации.

Шаг 3. Моделирование распространения информации.

Шаг 4. Решение оптимизационной задачи с целью определения показателя влияния p .

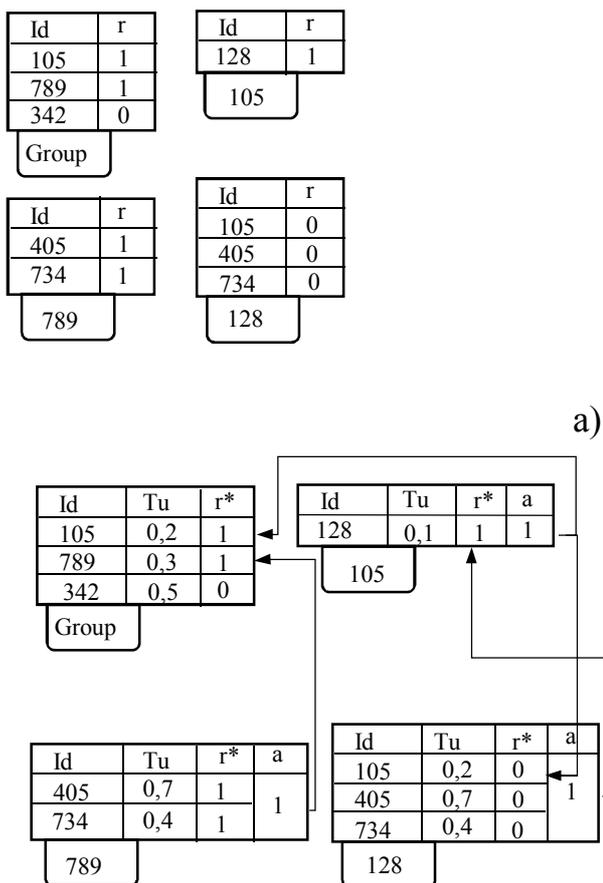
Для реализации шагов алгоритма была разработана программа на языке Java, которая использует методы API ВКонтакте и формирует Excel-таблицу с реальными и модельными значениями показателей. На основе данных группы до проведения мероприятия и репостов осуществляется формирование Excel-файла, первый лист которого соответствует участнику сети – группе, а остальные – пользователям (рисунок 7.2 а). Листы создаются последовательно на основе показателя r (признак репоста), который равен единице в случае, если пользователем с определенным id был сделан репост и нулю – в противном случае. При этом новый лист, соответствующий пользователю, создается в том случае, если этим пользователем был сделан репост ($r=1$). Далее необходимо заполнить модельные значения (рисунок 7.2б). Здесь пороговое значение T_u моделируется случайным образом, при этом минимальные значения из сгенерированных должны быть отнесены к тем участникам, которые сделали репост. Величина r^* определяется на основе T_u и

показателя влияния p : если $p > Tu$, то $r^* = 1$, иначе $r^* = 0$. Также определяется отклонение показателя r^* от r . Фрагмент данных представлен на рисунке 7.3.

Формулы расчета:

$$[D1] = \text{ЕСЛИ}(\$P\$1=1; \text{ЕСЛИ}((\text{Лист2!}\$P\$6 > C1); 1; 0); 0)$$

$$[E1] = \text{ABS}(B1 - D1)$$



б)

Рисунок 7.2 – Структура таблиц: а) заполнение исходных данных; б) формирование модельных значений

После этого происходит решение оптимизационной задачи по определению значения показателя влияния p таким образом, чтобы сумма всех отклонений была минимальна.

Таким образом, формирование формул (случайных величин пороговых значений и модельного признака репоста) вручную заняло бы продолжительное

время, в то время как программная обработка позволила выполнить решение задачи за несколько минут.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	427044012	1	0,00584	0	1			0,80685	0,00157			1			Может быть активирован	1
2	609061		0,01334	0	0			0,68068	0,00399			154				
3	828953		0,02044	0	0			0,17705	0,00439		Доля участников сделавших репост	0,00649				
4	2274179		0,0296	0	0			0,60307	0,0214							
5	2683051		0,03183	0	0			0,1537	0,029							
6	5147062		0,05291	0	0			0,8852	0,03221							
7	5806484		0,0565	0	0			0,13905	0,03556							
8	11151447		0,06231	0	0			0,81808	0,04303							
9	13196472		0,06313	0	0			0,15062	0,04979							
10	32168782		0,06784	0	0			0,76192	0,05021							
11	59490475		0,11337	0	0			0,92557	0,05591							
12	61092683		0,12921	0	0			0,60611	0,05648							
13	61727270		0,13775	0	0			0,81708	0,05703							
14	62059076		0,14479	0	0			0,80479	0,06669							
15	63021795		0,1505	0	0			0,15654	0,07086							
16	66569551		0,15156	0	0			0,75623	0,07891							
17	73576971		0,15964	0	0			0,57458	0,08102							
18	77990990		0,16233	0	0			0,30615	0,08266							
19	104627632		0,16786	0	0			0,2142	0,08363							
20	107395579		0,20638	0	0			0,03973	0,08869							
21	114647694		0,21954	0	0			0,52122	0,09018							
22	123993216		0,22161	0	0			0,57914	0,09172							
23	132341649		0,23487	0	0			0,48872	0,09866							
24	132605179		0,24277	0	0			0,73933	0,10183							
25	135402551		0,24639	0	0			0,30747	0,11188							
26	146917938		0,25432	0	0			0,6216	0,11212							
27	152614677		0,25852	0	0			0,75437	0,13342							
28	163988869		0,26638	0	0			0,71066	0,1341							
29	164248577		0,26795	0	0			0,38042	0,13865							
30	165837496		0,28599	0	0			0,14479	0,15328							
31	166530076		0,29202	0	0			0,37989	0,16515							
32	168219077		0,2948	0	0			0,8674	0,17487							
33	168220174		0,29532	0	0			0,58104	0,18418							
34	172234212		0,29836	0	0			0,05165	0,18908							
35	178201615		0,30757	0	0			0,16158	0,19282							

Рисунок 7.3 – Данные таблицы с результатами моделирования распространения информации

В результате решения задачи по моделированию распространения информации в группах онлайн-социальной сети возникла идея создания программного приложения, выполняющего стандартные операции в Excel, реализация которых требует написания программного кода либо трудоемкой ручной обработки. Таким образом, сократится время, необходимое специалистам для реализации моделей. Так была создана система табличного моделирования экономических процессов [189–191]. Основу данной системы составляют типовые сценарии, каждый из которых включает элементы и правила взаимодействия с ними. Всего было реализовано четыре сценария, которые не привязаны к конкретной модели и были использованы для решения задач имитационного моделирования [182]:

- итерационные вычисления;
- решение задач оптимизации;
- автозаполнение;

- замена формул на значение.

Описание программы представлено в приложении К.

На рисунке 7.4 представлен пример использования сценария «Автозаполнение», работа которого заключается в копировании ячеек до выполнения условия останова, для решения задачи формирования прибыли с помощью итерационного алгоритма.

Для запуска сценария необходимо указать ячейки двух типов:

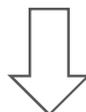
1. ячейка с условием: при равенстве значения ячейки единице процесс копирования ячеек завершится;
2. диапазон, который необходимо скопировать вниз.

Условие определено в ячейке А3:

[А3]= ЕСЛИ(ИЛИ(МАКС(І:І)>0;МИН(Н:Н)<0,001);1;0)

Копируемый диапазон: В3:І3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		ΔОбъем	ΔЦена	ΔСеб-сть	∂Прибыль/∂Объем	∂Прибыль/∂Цена	∂Прибыль/∂Себ-сть	d	d1>d0?	Цель	α
2	Условие							100		4100	0,0001
3		0	0,0041	0,0098	-0,0098	41	98	-98	79,91102	0	
4											
5											



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1		ΔОбъем	ΔЦена	ΔСеб-сть	∂Прибыль/∂Объем	∂Прибыль/∂Цена	∂Прибыль/∂Себ-сть	d	d1>d0?	Цель	α	
2	Условие	1	0,0041	0,0098	-0,0098	41	98	-98	79,91102	0	4100	0,0001
3		0,008202	0,0196	-0,0196	41,0196	98,0041	-98,0041	77,821718	0			
4		0,012306	0,029401	-0,0294	41,03920082	98,00820196	-98,00820196	75,732094	0			
5		0,016412	0,039202	-0,0392	41,05880246	98,01230588	-98,01230588	73,642149	0			
6		0,02052	0,049004	-0,049	41,07840492	98,01641176	-98,01641176	71,551881	0			
7		0,024629	0,058806	-0,05881	41,0980082	98,0205196	-98,0205196	69,461292	0			
8		0,028741	0,068609	-0,06861	41,11761231	98,0246294	-98,0246294	67,37038	0			
9		0,032855	0,078411	-0,07841	41,13721723	98,02874116	-98,02874116	65,279145	0			
10												

Рисунок 7.4 – Результат работы сценария «Автозаполнение»

Рассмотренный механизм также был использован при реализации программы решения задачи формирования маржинальной прибыли предприятия [185, 186, 192], описание которой приводится в приложении И. В этой программе можно выделить два типовых сценария:

1. Решение обратной задачи формирования показателя.

2. Автозаполнение со связанными листами.

Первый сценарий позволяет выполнять решение обратной задачи и формирует формулы расчёта приращений аргументов (на основе решения системы уравнений). Для реализации данного сценария необходимо определить модель и ячейки следующих типов:

1. ячейки-исходные значения аргументов;
2. ячейки с экспертной информацией;
3. ячейка-заданное значение функции.

Результат выполнения сценария отображается в ячейках – изменение аргументов.

Так, в случае решения обратной задачи формирования прибыли пользователь вводит исходные значения показателей (цена, объем выпуска, себестоимость, коэффициенты важности, направление изменения показателей, заданное значение прибыли) (рисунок И.1), после чего программа проверяет корректность ввода данных и генерирует Excel-формулы для решения задачи с использованием метода обратных вычислений (рисунок И.3). Данный сценарий автоматизирует работу по определению формул расчёта ячеек и параметров надстройки «Поиск решения» (приложение А).

Сценарий автозаполнение, используемый в системе табличного моделирования экономических процессов, производит копирование строки формул вниз до выполнения условия останова, при автозаполнении же со связанными листами при копировании формул осуществляется обращение к другому листу и его вычисление со значением из строки формулы. Таким образом, сценарий определяется следующими типами ячеек:

1. ячейка с условием: при равенстве значения ячейки единице процесс копирования ячеек завершится;
2. диапазон, который необходимо скопировать вниз;
3. ячейка-источник, значение которой копируется на лист расчёта;
4. ячейка-получатель, в которую копируется значение из ячейки-источника.

В результате выполнения второго сценария на основе исходных данных формируется таблица (рисунок И.4) и генерируются формулы с расчётом изменения цены и объема выпуска, показателей расположения относительно предиктивного интервала и исходного решения, а также интегрального показателя. Кроме того, на отдельной вкладке представлен лист, с помощью которого определяются границы предиктивного интервала (рисунок И.5). Таким образом ячейка-источник – В5 (рисунок И.4), ячейка-получатель – Н8 (рисунок И.5), также ячейками-источниками будут Н14, Н15 (рисунок И.5), а ячейкой-получателем – F5, G5 (рисунок И.4). Применительно к задаче формирования маржинальной прибыли данный сценарий автоматизирует определение формул для расчёта интегрального показателя для каждого варианта изменений аргументов, копирования их вниз до достижения максимальной границы аргумента, а также расчёт границ предиктивного интервала для каждой величины x_2 .

Таким образом, при использовании подхода на основе сценариев взаимодействия программы с пакетом Excel отсутствует необходимость использования надстройки «Поиск решения», определения формул пользователем и выполнения рутинных операций, но есть возможность их просмотра и редактирования данных.

7.2 Разработка программного обеспечения для решения обратных задач прикладной экономики на основе объектно-ориентированной технологии

Представленные в литературе программы решения обратных задач можно разделить на две группы: универсальные и специфические.

В монографии [40] приводятся общая концепция разработки универсальной системы формирования решений. В частности, отмечено, что такие системы целесообразно создавать на основе программных оболочек, позволяющих без

применения программирования настраивать процесс расчета. В качестве основных элементов такой системы указаны:

- база данных – хранилище экономической информации предприятия (данные о производственных показателях, финансах, основных фондах, оборотных средствах, кадрах), используемой для принятия решений;
- база знаний, включающая модели формирования решений: дерево целей, дерево вероятностей и т.д.;
- модули приобретения значений и ввода данных, осуществляющие создание/редактирование деревьев целей и записей в базе данных;
- модуль обработки данных, предназначенный для обработки информации, хранящейся в базе данных, и выполнения предварительных расчетов;
- модуль обработки знаний, предназначенный для обработки каждого вида знаний;
- пользовательский интерфейс, обеспечивающий взаимодействие пользователя с системой.

Формирование решений с помощью программных оболочек будет включать следующие шаги: формализация проблемы, цели, критерии оценки альтернатив; постановка задачи и выбор модели знаний; наполнение системы данными и знаниями; анализ предложенного варианта решений. При этом для эксперта предлагается определить такие функции как правила, ввод, редактирование, а для пользователя ввод, выполнение, печать.

На рисунке 7.5 в качестве примера представлен макет интерфейса для ввода формул экспертом.

Ввод формул		
Имя переменной		
<input style="width: 100%; height: 15px;" type="text"/>		
Выражение, определяющее переменную		
<input style="width: 100%; height: 15px;" type="text"/>		
F2 - Сохранить	Esc - Отказ	F7 - Словарь

Рисунок 7.5 – Макет интерфейса для ввода формул

Разработка подобного рода систем является не всегда оправданной, т.к. требует значительных затрат ресурсов, а готовых решений на рынке не представлено. Кроме того, такие системы могут включать избыточные функции и не всегда позволяют рассматривать особенности исследуемой области, всех возможных правил системы, а их использование специалистами может быть затруднено из-за недостаточно понятного интерфейса.

Реализация же программного обеспечения под конкретную задачу позволит сделать интерфейс, более соответствующий предметной области и потребностям пользователя. Однако основным недостатком таких систем является их специфичность и сложность повторного использования.

Так, в качестве примера на рисунке 7.6 представлен интерфейс программы решения обратных задач с помощью обратных вычислений, разработанной автором совместно со студентом кафедры АСУ Крюковым А.С. [193]. Работа с программой включает выбор модели (мультипликативной, аддитивной, кратной, смешанной) и ввод входных данных, после чего будет отображен результат решения задачи. Такого рода программа обладает определенной универсальностью, т.к., например, мультипликативная модель может быть применена для расчёта целого ряда показателей: выручка, валовая продукция и т.д. Однако необходимо владеть математическим аппаратом, выявить соответствие расчёта показателя конкретной математической модели.

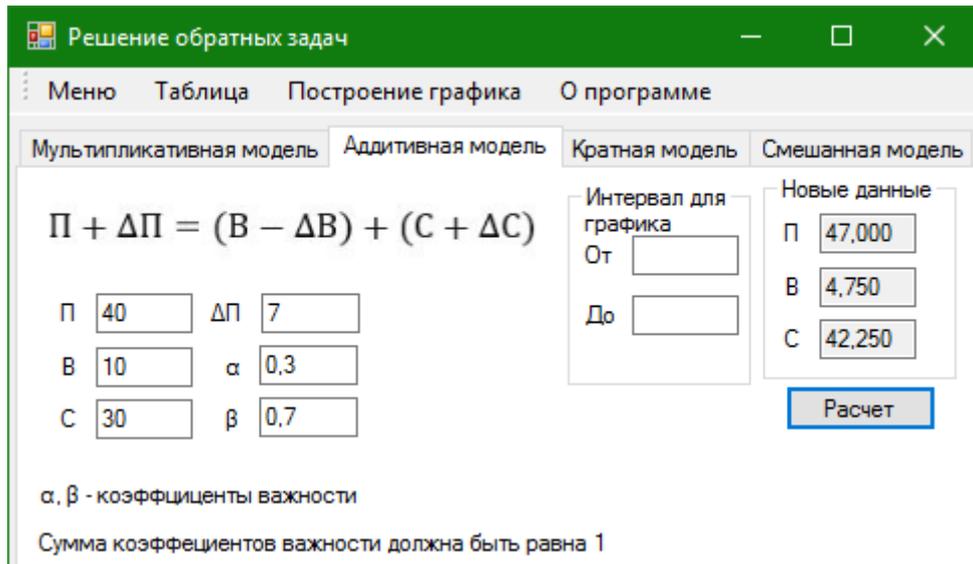


Рисунок 7.6 – Интерфейс реализованной программы решения обратных задач

На рисунке 7.7 приведен интерфейс программы, разработанной автором совместно со студенткой кафедры АСУ Боевой С.А. [194], для анализа выручки ООО «ВокиФудТомск». Работа включает загрузку информации о товарах (объем продаж, цена) из файла Excel, определение информации для решения обратной задачи формирования выручки, после чего в правом окне отображается полученный результат. На рисунке 7.8 представлен интерфейс разработанного веб-сайта для решения задачи формирования прибыли с помощью обратных вычислений [195]. Работа с такими программами является более понятной для специалиста, однако использование их ограничено одной задачей, программа не может быть использована для формирования показателей при других моделях.

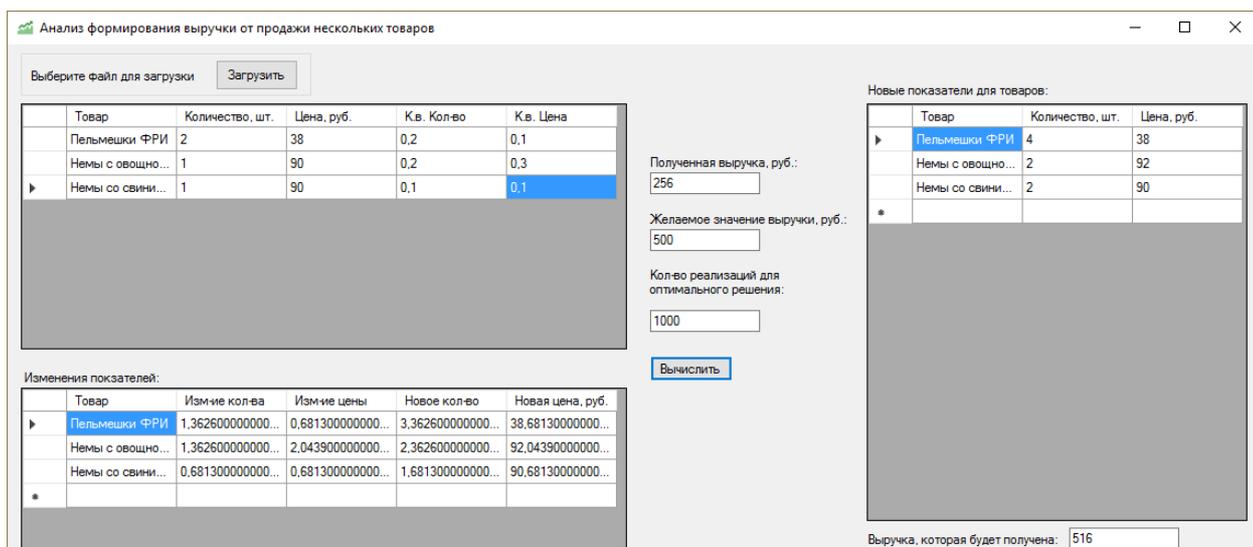


Рисунок 7.7 – Интерфейс реализованной программы решения обратной задачи формирования выручки

Продажи в период с 01.06.2016 по 09.06.2016					
Полученная прибыль: 1083.04					
Целевое значение: <input type="text" value="1200"/>					
1	Филадельфия КОВ: <input type="text" value="0,3"/>	7.96 <input type="text" value="0,2"/> КОВ: <input type="text" value="0,2"/>	29.0 <input type="text" value="0,7"/> КОВ: <input type="text" value="0,5"/>	22 <input type="text" value="0,1"/> КОВ: <input type="text" value="0,2"/>	462.88
2	Сяки маки х/к КОВ: <input type="text" value="0,3"/>	4.96 <input type="text" value="0,2"/> КОВ: <input type="text" value="0,2"/>	19.0 <input type="text" value="0,6"/> КОВ: <input type="text" value="0,5"/>	19 <input type="text" value="0,2"/> КОВ: <input type="text" value="0,2"/>	266.76
3	Филадельфия лайт КОВ: <input type="text" value="0,4"/>	5.33 <input type="text" value="0,3"/> КОВ: <input type="text" value="0,3"/>	23.0 <input type="text" value="0,5"/> КОВ: <input type="text" value="0,5"/>	20 <input type="text" value="0,2"/> КОВ: <input type="text" value="0,2"/>	353.4

Рисунок 7.8 – Интерфейс web-сайта для решения обратной задачи по формированию прибыли с помощью обратных вычислений

В связи с этим возрастает интерес к использованию объектно-ориентированного подхода при разработке архитектуры программы, т.к. это позволяет создать инструмент, который может обеспечить с одной стороны хорошую поддержку специфичных обратных задач, а с другой – расширяемость, интеграцию моделей различных типов. К преимуществам данного подхода,

появление которого связано с возникновением языка SIMULA в начале 60-х годов прошлого века, относят более простую модификацию полученных решений, возможность использования существующего программного кода для создания новых разработок, а применяемые концепции (объект, класс, наследование, сообщение) нередко соответствуют нашему способу видения вещей в исследуемой области реального мира.

7.2.1 Объектно-ориентированный подход

При реализации своих решений на универсальном языке программирования разработчик может использовать различные стили [196–197]:

- процедурно-ориентированный;
- объектно-ориентированный;
- логико-ориентированный;
- ориентированный на правила;
- ориентированный на ограничения.

Из перечисленных парадигм наиболее распространенными являются первые две. При этом более ранним считается процедурно-ориентированный стиль, в котором основным строительным блоком выступает процедура или функция, а объектно-ориентированный рассматривается как его развитие.

Согласно определению Буча Г. [196] под объектно-ориентированным подходом (ООП) понимается технология создания программного обеспечения (ПО), основанная на представлении программы в виде совокупности программных объектов, каждый из которых является экземпляром определенного типа (класса), а классы образуют иерархию с наследованием свойств. Как правило, полученные решения являются простыми для модификации и обслуживания, пригодны для использования при создании новых разработок, поэтому данный подход

используется для реализации сложных систем. Работа Буча [196] является классической монографией по объектно-ориентированному подходу к анализу и проектированию программного обеспечения, в которой, в частности, рассматривается процесс разработки программ и объектные модели: логические, физические, статические и динамические.

Разработка программных систем с использованием ООП, включает следующие этапы: анализ предметной области, проектирование, реализация, модификация [197]. При этом считается, что удачная объектно-ориентированная архитектура создается в случае использования итеративной модели разработки, когда уже созданная архитектура вновь и вновь подвергается анализу и проектированию.

Существуют различные методологии объектно-ориентированного проектирования, например, OMT (Object Modeling Technique), OOSE (Object-Oriented Software Engineering) и др. В результате слияния некоторых из них появился стандарт объектно-ориентированной разработки приложений, имеющий набор графических нотаций и семантик для предоставления возможности отображения отдельной области объектно-ориентированной модели, называемый UML. UML может быть использован в различно организованных процессах изготовления программного продукта. Компанией Rational Corp. создан способ организации, называемый Рациональным Унифицированным Процессом (Rational Unified Process), который систематизирует процесс создания ПО на основе UML. RUP – проекты включают четыре фазы: начало (первичная оценка проекта, его экономическое обоснование), уточнение (анализ предметной области и построение исполняемой архитектуры), построение (реализация большей части функциональности продукта), внедрение (создание и передача финальной версии заказчику). При этом каждая фаза может быть разбита на итерации [198].

7.2.2 Программная архитектура системы поэтапного решения задач

В настоящее время объектно-ориентированная технология все чаще применяется и для разработки систем, используемых для решения различных экономических задач.

В данной работе рассматривается создание такого инструмента решения обратных задач, который с одной стороны обеспечивал бы решение специфических задач в предметной области, а с другой – гибкую модификацию, расширяемость программы, т.е. наращивание ее функциональных возможностей. Кроме того, система должна обеспечивать возможность поэтапного решения задач. Данное требование означает, что алгоритм моделирования должен быть разбит на некоторые составляющие, в результате чего решение выполняется поэтапно: после очередного этапа система переходит в режим ожидания действий пользователя.

Для создания систем, удовлетворяющих перечисленным требованиям, в данной работе предлагается использование подхода, основанного на декомпозиции на основе дерева целей.

При выполнении диссертационной работы автором была использована архитектура, предложенная в диссертационной работе [199]. Ее построение начинается с анализа и декомпозиции на этапы алгоритма решения задачи в предметной области. Этапом называется та часть алгоритма, в которой полностью рассчитывается какая-либо величина, часто встречаемая в языке предметной области (рисунок 7.9 а). В результате последовательность решения задачи представляется в виде графа (либо дерева в зависимости от конкретной задачи) (рисунок 7.9 б). Так, запись, представленная на рисунке 7.9 б) означает, что подзадача с номером 1 является начальной и этапы 2, 3 не могут быть выполнены прежде нее. Аналогично, подзадача 4 не может быть решена прежде, чем будет выполнен этап 3. Пятая вершина называется конечной.

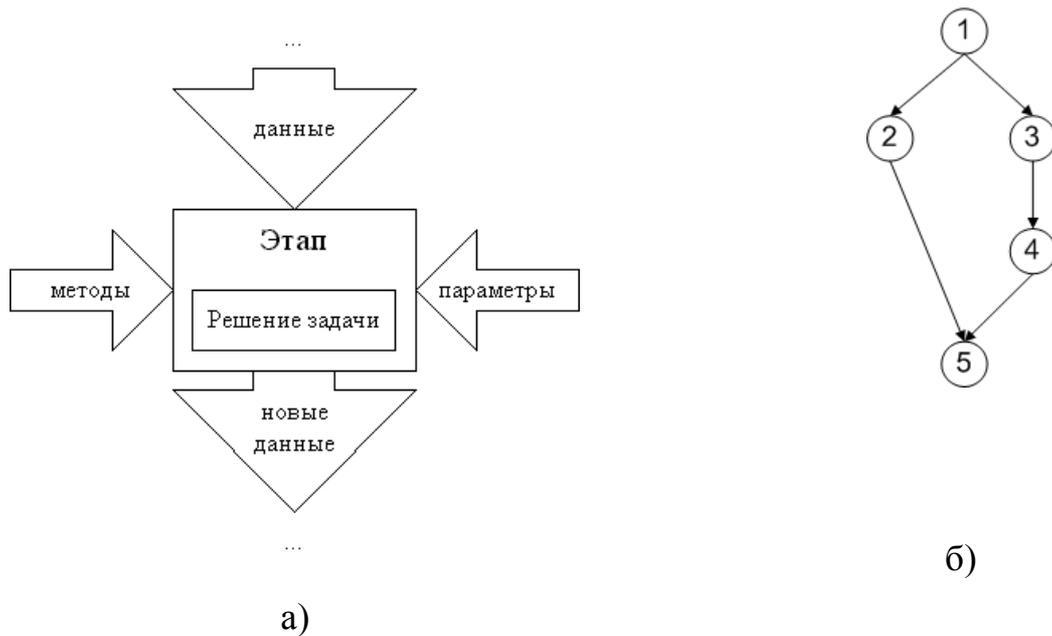


Рисунок 7.9 – Построение графа решения задачи. а) этап схемы системы; б) пример графа: 1 – решение первой задачи; 2 – решение второй задачи и т.д.

При выделении этапов графа «с одной стороны не следует выделять слишком много этапов, на которых рассчитываются малоинформативные сами по себе величины, с другой стороны не следует выделять слишком крупные этапы, так как в этом случае будет создано мало точек контроля процесса расчета» [199]. Кроме того, критерием разделения может быть принадлежность к какому-либо одному подпроцессу.

Полученная таким образом структура позволяет осуществлять следующие действия:

- контролировать результаты, полученные на каждом этапе;
- автоматически пересчитывать этапы при изменении параметров;
- применять различные методы решения локальных задач каждого этапа.

Для ее программной реализации было использовано представление в виде многосвязного списка (рисунок 7.10). Каждый элемент этого списка является объектом класса *Узел*, который может ссылаться на любое количество предков и потомков (рисунок 7.10). *Узел* для решения своей задачи содержит ссылку на абстрактный класс *Расчет* (его метод *решение* осуществляет решение задачи

узла) (рисунок 7.11–7.12). Функция метода вызовПотомка заключается в решении задачи вызванного пользователем узла, рекурсивном вызове и пересчете уже рассчитанных потомков. Для проверки расчета предыдущих этапов используется метод вызовПредка (в том случае, если хотя бы один из предков не был рассчитан, решение задачи текущего узла не может быть выполнено). Также архитектура включает класс Хранилище, который служит для хранения данных, используемых всеми этапами, и классы для реализации графического интерфейса.

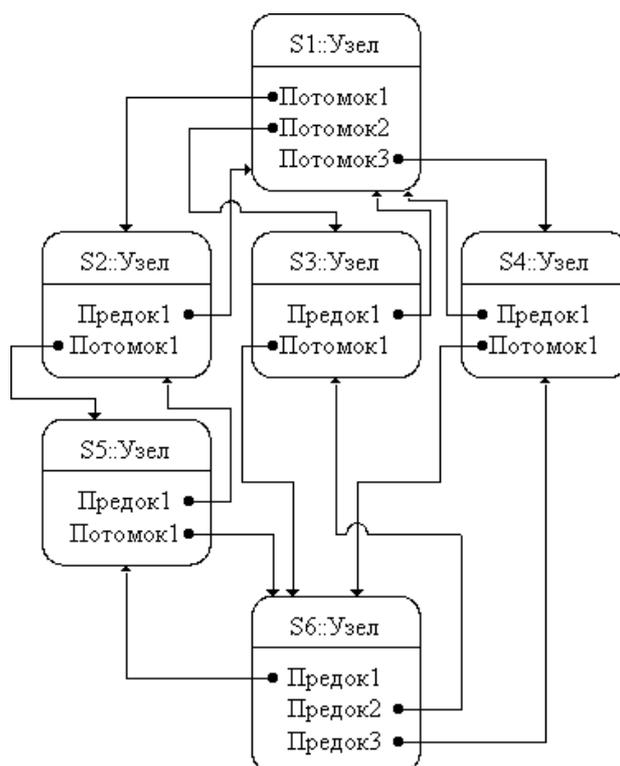


Рисунок 7.10 – Представление схемы в виде многосвязного списка

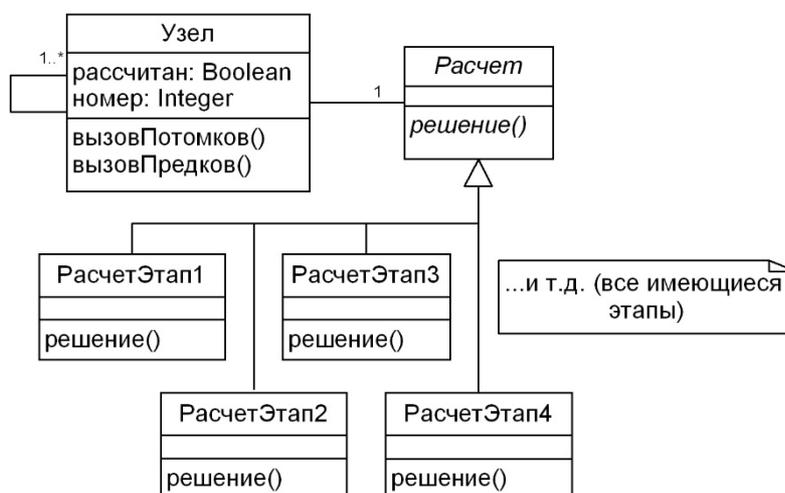


Рисунок 7.11 – Структура классов

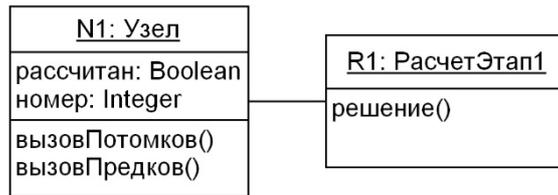


Рисунок 7.12 – Связь объектов

Похожую структуру имеет известный шаблон поведения объектов «Стратегия» [200], который определяет семейство алгоритмов, инкапсулирует каждый из них и делает взаимозаменяемыми (рисунок 7.13). Выделенное семейство алгоритмов, обладающих общей функциональностью вследствие наследования класса Strategy, можно использовать в разных контекстах.

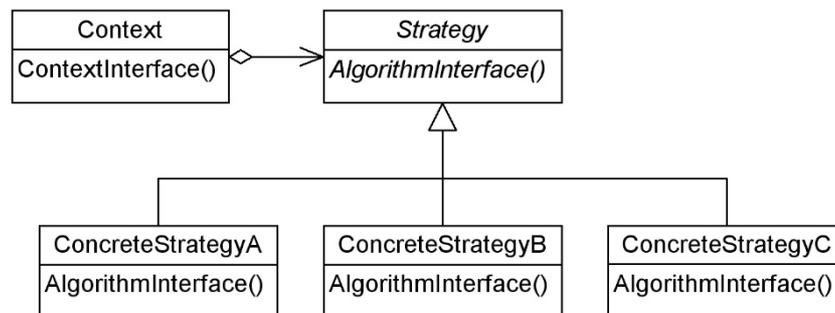


Рисунок 7.13 – Структура шаблона «Стратегия»

Узлы графа могут быть динамически присоединяемыми (объекты данного типа формируются в процессе работы пользователя с программной реализацией имитационной модели и присоединяются в качестве потомков к одному из этапов) либо статическими (создаются при инициализации структуры, например, при ее загрузке из файла). Динамические узлы используются в том случае, если они могут быть присоединены к любому блоку и неизвестно заранее их количество (например, графики).

Впоследствии данный подход был использован автором для решения задач имитационного моделирования (рисунок 7.14), полученные результаты представлены в диссертационной работе [201], а также публикациях [202–227].

Необходимость модификации была обусловлена следующими функциональными возможностями систем имитационного моделирования:

- имитация рассматриваемой системы во времени;
- осуществление многократного прогона модели;
- проведение экспериментов с целью исследования влияния какого-либо параметра на результат моделирования.

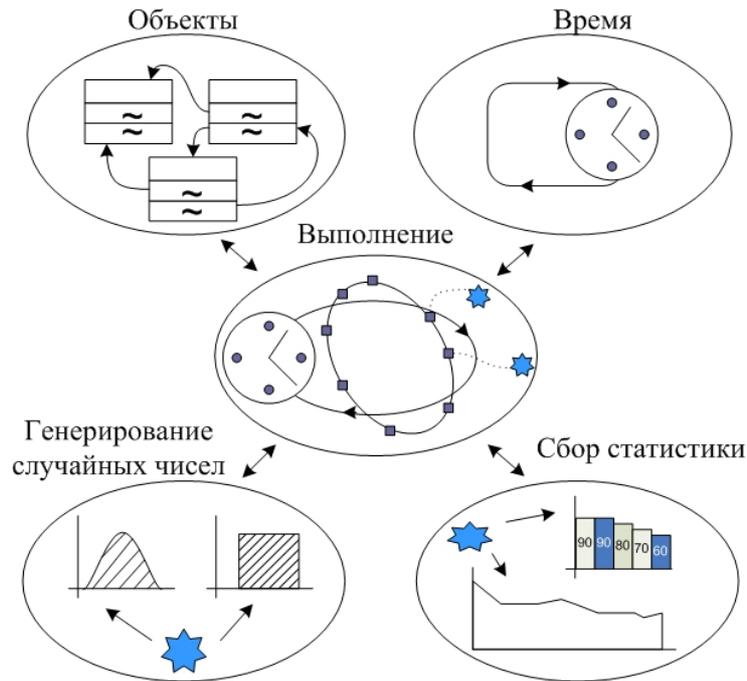


Рисунок 7.14 – Структура системы имитационного моделирования

Для реализации перечисленных функций в структуру были включены дополнительные классы и введены различные виды блоков, составляющих граф (или дерево) решения задачи.

Так были выделены два типа этапов, составляющих граф решения задачи: имитация (или обычный этап) и действие (рисунок 7.15). Если этап первого вида предназначен для решения основной задачи (имитации рассматриваемой системы или ее части), и без него невозможно получить конечный результат, то к действиям обращение происходит по мере необходимости.

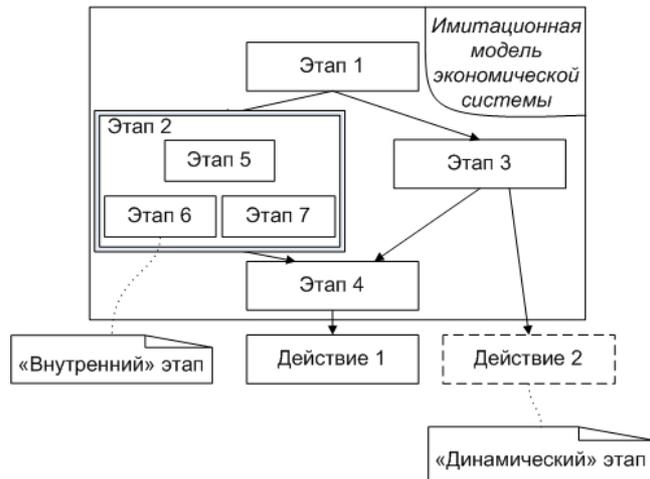


Рисунок 7.15 – Этапы имитационной модели

Этапы могут быть как связаны между собой, так и быть автономными. В первом случае каждый из таких блоков описывает отдельную часть алгоритма имитации, и в такой организации обеспечивается пересчет потомков при изменении параметров их предков. В противном случае этапы являются независимыми, однако, могут использовать одни и те же данные. Несвязанные между собой блоки могут относиться к разным экономическим объектам и представлять отдельную имитационную модель.

Модификация касается также процедуры обхода, циклически вызывающей узлы графа. Здесь возврат к исходной вершине регулируется с помощью операторов проверки условий переходов (в качестве таких условий может, например, рассматриваться окончание периода моделирования). Также для решения этой задачи могут быть использованы «циклические» узлы, вызывающие заданное количество раз себя и/или своих предков. Изменение модельного времени будет происходить, как правило, с применением пошагового механизма.

Поведение «циклических» узлов реализуется с помощью атрибута циклический объекта класса Узел и процедуры вызовПотомков, выполняющей проверку типа вызванного узла (является ли он циклическим). В том случае, если он не является циклическим, происходит решение задачи вызванного этапа, а иначе заданное число раз последовательно рассчитываются предки текущего узла и он сам. Кроме того, циклические этапы могут быть использованы

для автоматического проведения экспериментов: такой узел многократно вызывает метод решение своего предка с различными значениями некоторого входного параметра. Альтернативным вариантом выполнения данной операции является, например, сохранение результатов каждого эксперимента, проведенного пользователем, в файл и затем их отображение с помощью графика.

В зависимости от специфики задачи также были созданы дополнительные классы. Так, для имитации случайных факторов, возникающих в экономических объектах, был создан класс ГенераторСлучайныхЧиселСобытий, а для использования статистических методов реализован класс Статистика (класс Расчет инкапсулирует все эти классы). В том случае, если граф содержит внутренние блоки, не связанные между собой, то они могут представлять собой объекты какого-либо нового класса.

Для создания интерфейса пользователя, который может быть как многодокументным, так и однодокументным, используются визуальные классы. В том случае, если для ввода данных каждого этапа используются отдельные формы, класс Узел будет инкапсулировать некоторый класс Форма. В целом, вычислительная подсистема и интерфейс представляют собой независимые части, обмен данными между которыми может осуществляться либо с помощью внешнего файла, либо с помощью специальных процедур ввода данных. Использование первого варианта представлено на рисунке 7.16.

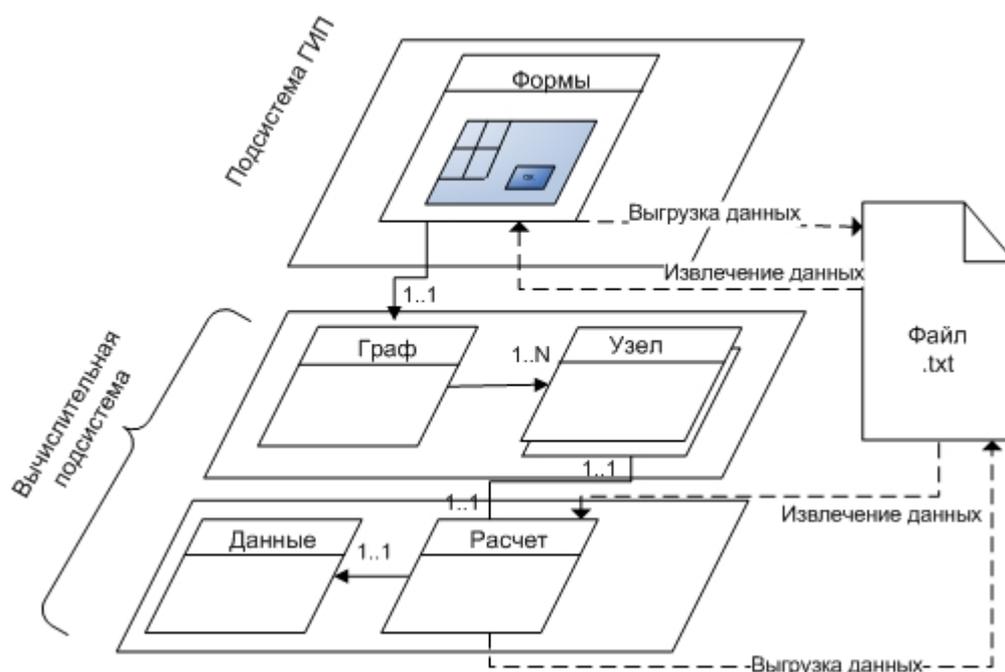


Рисунок 7.16 – Взаимодействие вычислительной подсистемы и графического интерфейса пользователя (ГИП) посредством файла

Разработанная архитектура была использована для создания трех программных систем: «Имитатор» [230], «Запас» [212], «Аукцион» [209] (приложение Е). Графы решения задач представлены на рисунке 7.17–7.19. На рисунке 7.17 и 7.18 декомпозиции был подвержен моделирующий поведение системы имитационный алгоритм, на рисунке 7.19 – комплекс моделей и операций по обработке результатов.

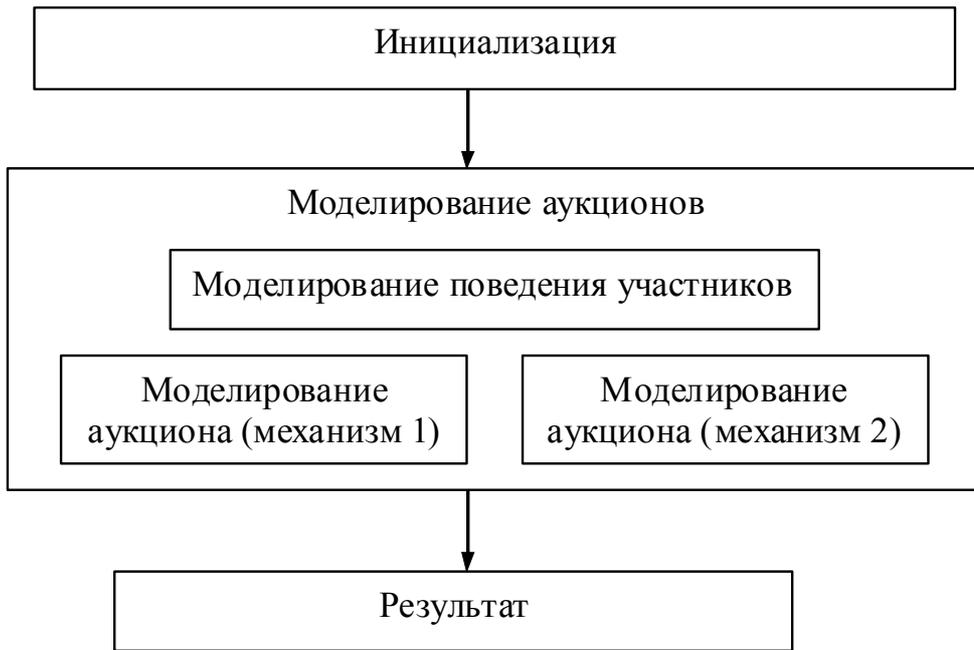


Рисунок 7.17 – Граф решения задачи моделирования торгов

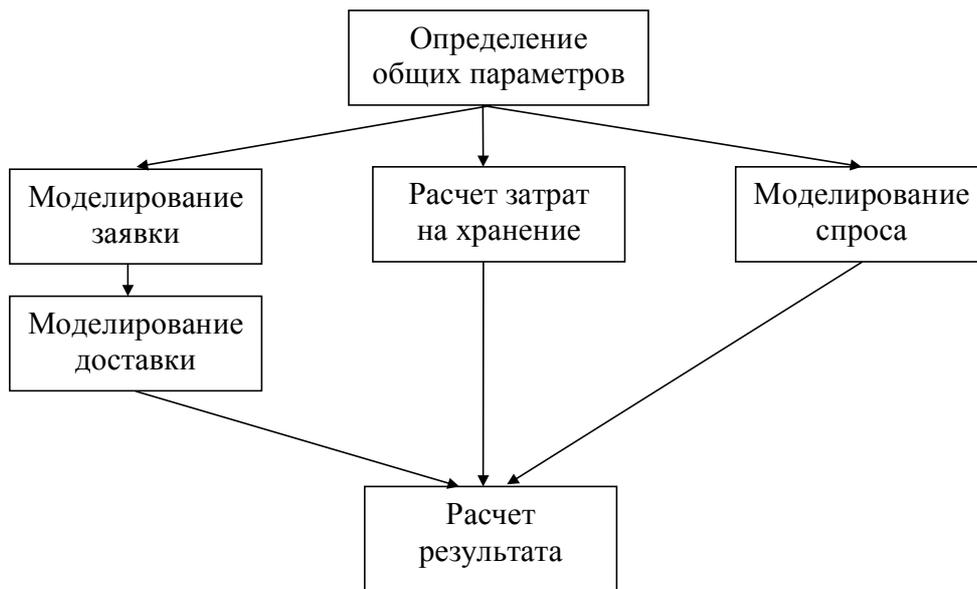


Рисунок 7.18 – Граф решения задачи моделирования моделирования управления запасами

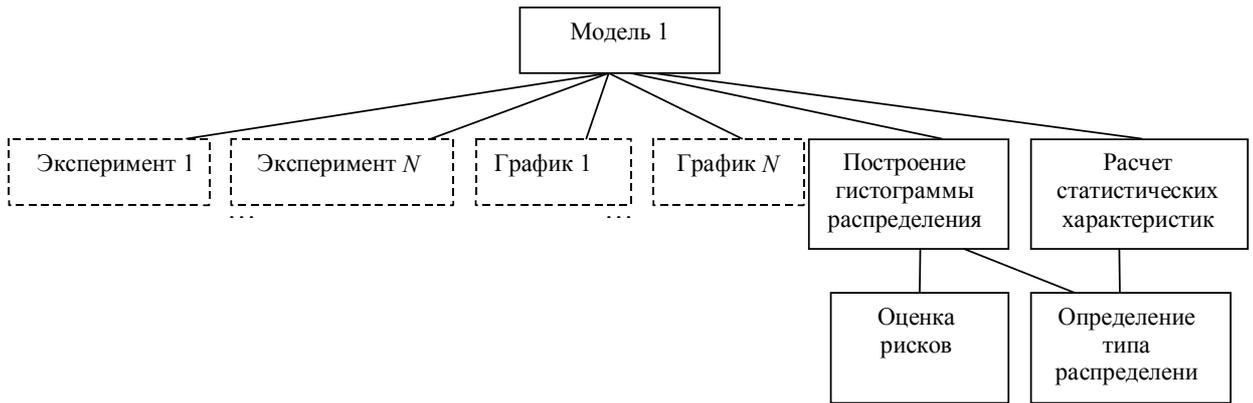


Рисунок 7.19 – Граф решения задачи моделирования экономических объектов

Созданные программные системы были внедрены в учебный процесс и производство (приложение К). Так программа «Имитатор» была использована в учебном процессе факультета дистанционного обучения ТУСУР при изучении студентами дисциплин «Имитационное моделирование» и «Математическое и имитационное моделирование экономических процессов» (направление подготовки – 09.03.03 Прикладная информатика) более 10 лет. Описание данной программы и имитационных моделей приводится в учебных пособиях [189, 228–235]. Также на основе имитационных моделей программы были разработаны табличные имитационные модели [236–237] и использованы в учебном процессе дисциплин «Основы бизнеса» и «Эконометрика».

7.2.3 Архитектура компьютерной программы решения обратных задач на основе дерева целей

Для применения описанного подхода для создания систем решения обратных задач прикладной экономики необходимо также выполнить модификацию. Декомпозиции в этом случае подвергается дерево целей, а этап определяет переменную, формирующую модель (рисунок 7.20).

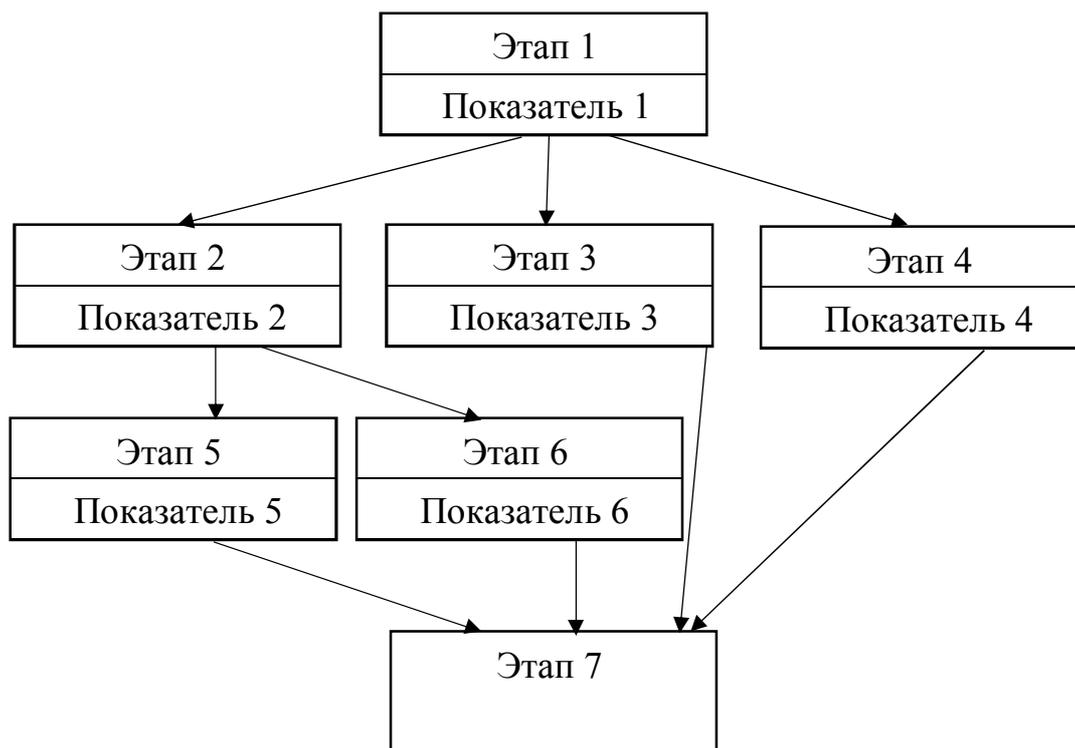


Рисунок 7.20 – Этапы системы решения обратных задач

Также необходимо обеспечить возможность использования связей вершин для решения обратных задач. Такую возможность обеспечивают соответствующие методы, которые реализуют доступ объекта списка к данным других объектов.

Реализация алгоритмов решения обратных задач выполняется в классе `Расчёт` (метод `Решение`).

Как уже было сказано выше, используемый подход к разработке системы позволяет вносить в существующую архитектуру изменения. Они могут быть следствием:

- появления новой задачи в предметной области;
- необходимости использовать еще один метод решения задачи.

Первый случай соответствует появлению нового этапа в существующей схеме. Последовательность действий при этом следующая [219]:

1. создать еще один экземпляр класса `Узел` с соответствующим номером;

2. в зависимости от положения на графе нового узла добавить ссылки на его предков, потомков;
3. изменить при необходимости ссылки узлов, которые оказались связанными с новым;
4. создать новый подкласс класса Расчет и реализовать в нем метод решение;
5. создать экземпляр подкласса из п.4 и установить в объекте класса Узел ссылку на него.

Рассмотрим использование данного подхода для создания систем решения обратных задач.

7.2.3.1 Разработка систем формирования интегрального показателя

Дерево цели в случае формирования интегрального показателя (п.1.3.1.2) представлен на рисунке 7.21.

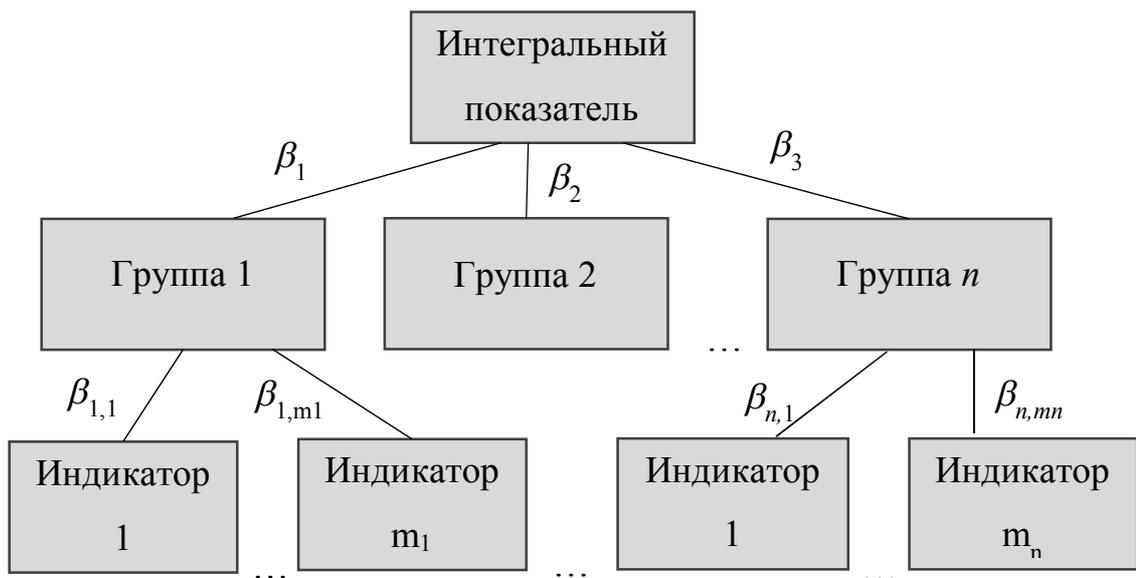


Рисунок 7.21 – Структура показателей

Последовательность решения задачи определения рейтинговой оценки представляется в виде графа, который содержит узлы трех типов: группа, индикатор и конечный узел (рисунок 7.22). Узлы типа «Индикатор» хранят исходные значения показателей и выполняют их нормировку, а также возврат к исходным значениям. Кроме того, в узлах такого типа осуществляется выбор значения для использования в расчётах (порядковый номер в списке либо прогнозное значение). Вершины «Группы» предназначены для преобразования значений своих потомков в единую интегральную характеристику. При этом также может быть выполнена нормировка с использованием значений узлов-потомков.

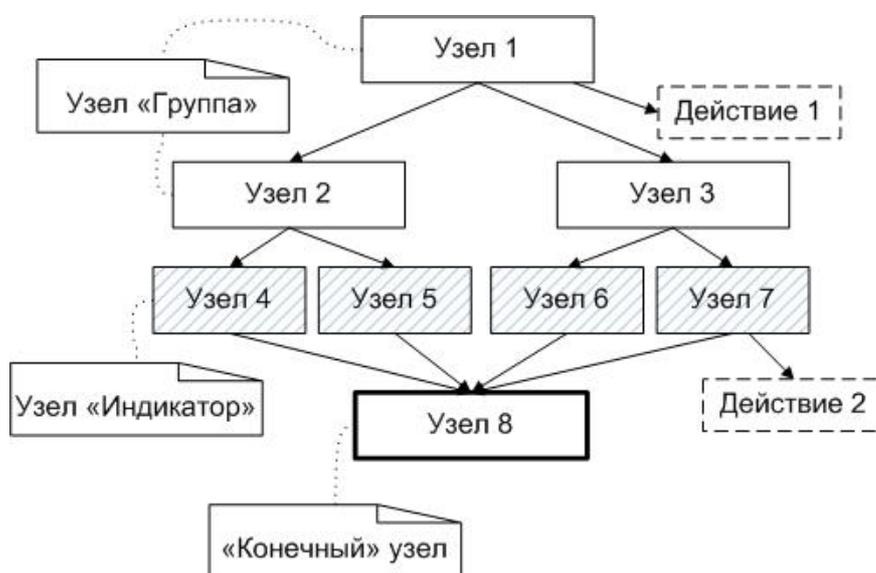


Рисунок 7.22 – Представление задачи в виде графа

Обход графа подразумевает обратный ход и прямой. В процессе прямого хода снизу/вверх осуществляется нормирование индикаторов и формирование интегральной характеристики каждого уровня. При прямом ходе вычисление узлов осуществляется последовательно, конечный узел является фиктивным и предназначен для запуска рекурсивной процедуры обхода графа, которая подразумевает вычисление текущей вершины только в том случае, если рассчитаны все её потомки. Для реализации процедуры обхода каждый узел имеет атрибут рассчитан. На начальном этапе атрибуту всех узлов присваивается значение false. В процессе рекурсивного обхода графа происходит изменение значения атрибута на true. Алгоритм метода вызовПредков, вызываемого для

фиктивного конечного узла представлен на рисунке 7.23. В результате его выполнения происходит рекурсивный вызов, метод `Расчёт` текущего узла вызывается в том случае, если значение атрибута `рассчитан` для всех потомков равно `true`. Так, для рисунка 7.22 в результате прямого хода последовательность вызова узлов представлена в таблице 7.1. Последовательность расчёта узлов следующая (указаны номера): 8, 4, 5, 2, 6, 7, 3, 1.

Обратный ход сверху/вниз запускается для узлов-групп, он предназначен для решения обратной задачи по определению значений узлов-потомков. При обратном ходе вычисление узлов, относящихся к одному предку, осуществляется параллельно. Таким образом, в распределении ключей нет необходимости, запускает рекурсивная процедура обхода потомков (на рисунке 7.24 представлена процедура `вызовПотомков`). Запустив обратный ход для узла с номером 1 графа на рисунке 7.22, получим, что сначала будут определены новые значения узлов 2 и 3 (решена обратная задача для узла 1), а затем 4, 5 (решена обратная задача для узла 2), 6, 7 (решена обратная задача для узла 3).

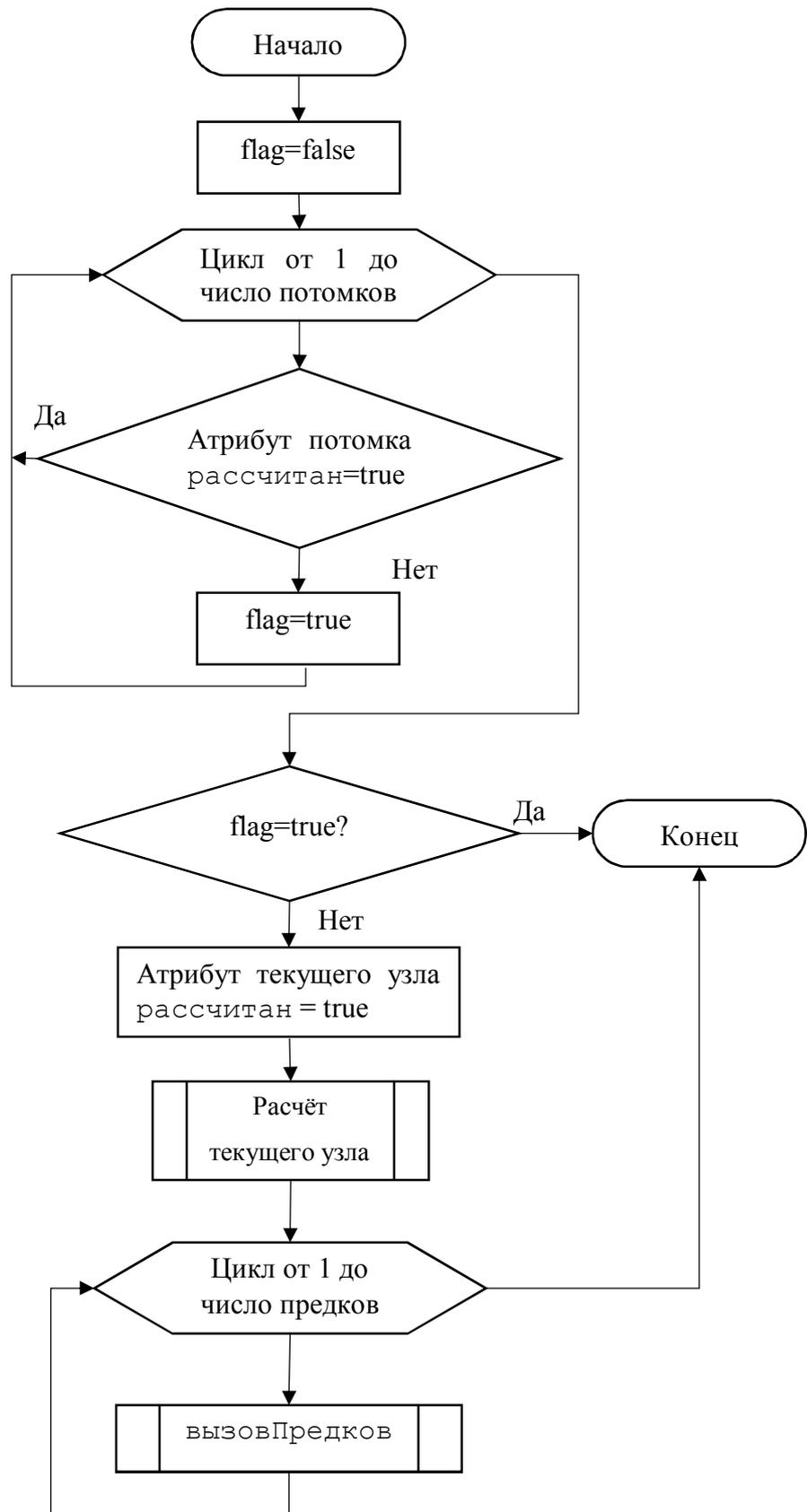


Рисунок 7.23 – Алгоритм метода вызовПредков

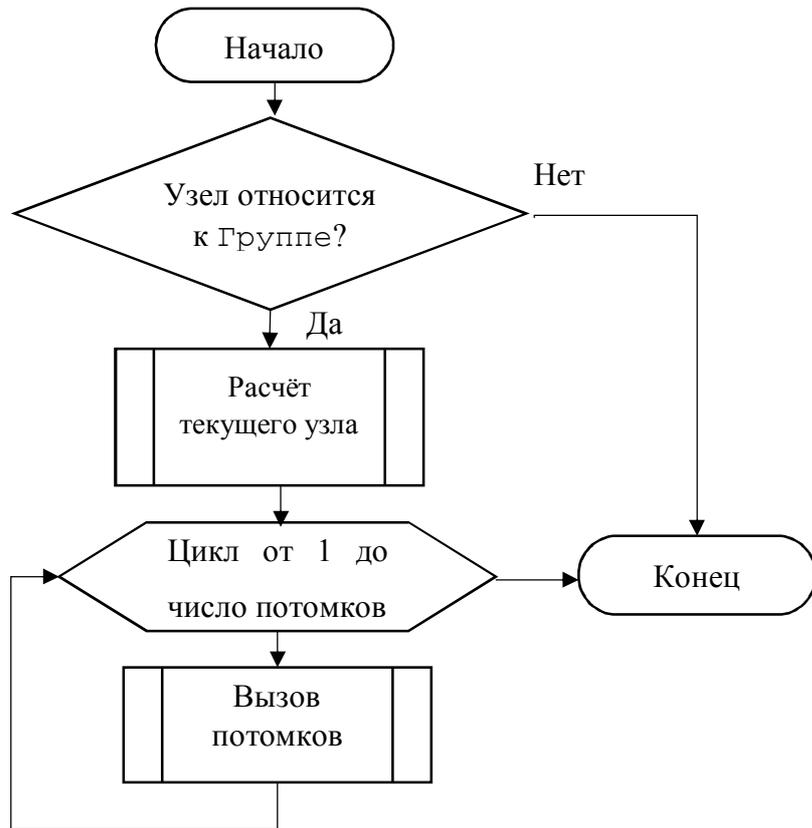


Рисунок 7.24 – Алгоритм метода вызовПотомков

Таблица 7.2 – Порядок обхода узлов при решении обратной задачи

Номер узла, для которого вызывается метод вызовПотомков	Признак решения обратной задачи узла							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	1	0	0	0	0	0	1
4	0	1	0	0	0	0	0	1
5	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	0	1	1	0	0	0	1
6	0	0	1	1	0	0	0	1
7	0	0	1	1	0	0	0	1

Диаграмма классов представлена на рисунке 7.25. Решение обратной задачи осуществляется с помощью формул, представленных в п.1,2.

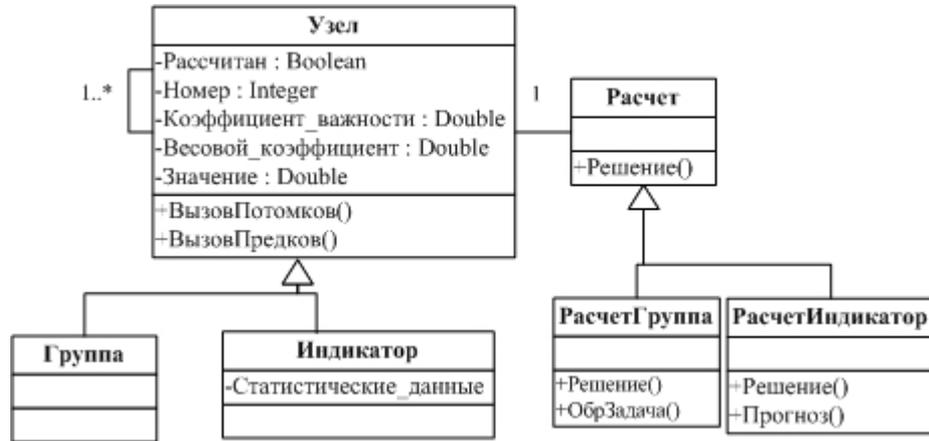


Рисунок 7.25 – Диаграмма классов

Данная архитектура была реализована на языке Java для создания программы формирования интегрального показателя социально-экономического объекта и системы рейтинговой оценки объектов экономики [238, 239].

7.2.3.2 Разработка систем решения обратных задач на основе стохастических алгоритмов

Рассмотрим применения данного подхода для реализации стохастического алгоритма, представленного в п.2.2. Этапом в данном случае также является показатель (рисунок 7.26). Однако кроме стандартных характеристик этап теперь включает такие характеристики как границы возможных значений (l , h), а также признак использования в расчётах (u), коэффициент важности (β) [118].

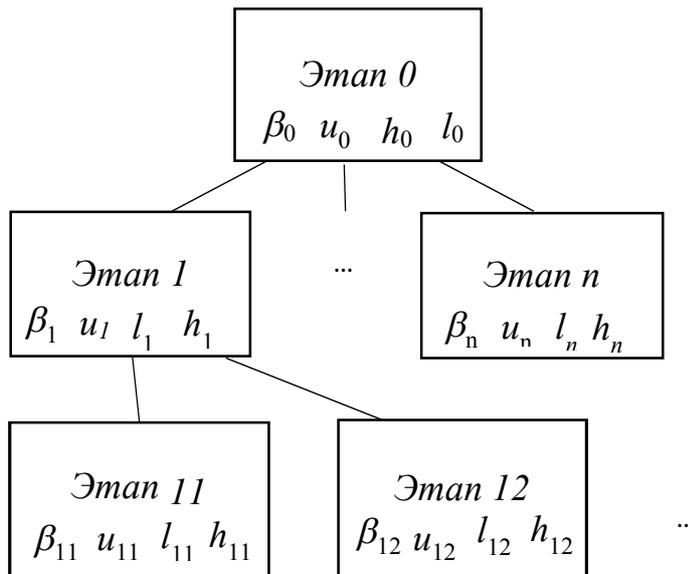


Рисунок 7.26 – Этапы системы

В данном случае также, как и при решении обратной задачи формирования рейтинговой оценки (п. 7.2.2.2), используется рекурсивный обход графа сверху вниз. Вычисление узлов, имеющих одного общего предка, осуществляется параллельно. Обход графа завершается, когда вычислены все этапы.

На рисунке 7.27 представлена диаграмма основных классов. Класс *Узел* представляет собой вершину дерева, которая связана с другими узлами. Класс *Метод* является абстрактным, его потомки *Приращение функции* и *Случайный поиск* предназначены для решения обратной задачи с использованием соответствующих стохастических алгоритмов. Класс *Модель* предназначен для хранения функций, связанных с расчетом результирующего показателя. Атрибуты класса *Узел* включают указанные характеристики этапов: коэффициент важности, границы (минимум и максимум), исходное/начальное и конечное значение, прирост (малая величина, на которую происходит изменение показателя), индикатор, отражающий возможность изменения показателя, нормированное значение вероятности выбора данного узла для изменения.

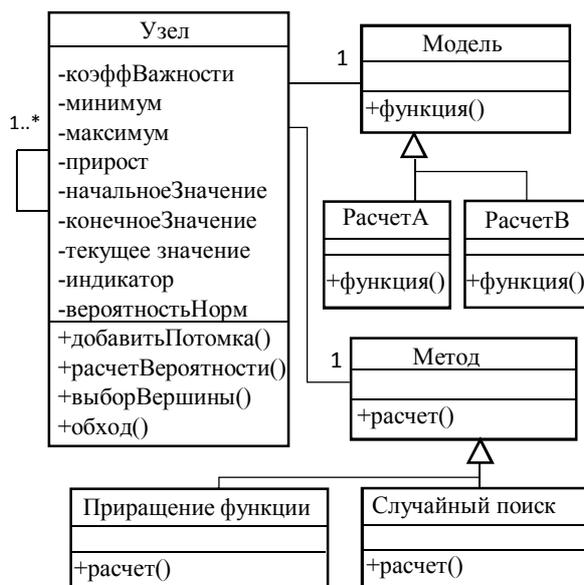


Рисунок 7.27 – Структура классов для решения обратных задач с использованием стохастического алгоритма

Данная структура предоставляет возможность дальнейшего развития системы: добавления новых методов, моделей; решения многоуровневых задач путем последовательного обхода всех уровней графа (сверху-вниз), а также применения различных методов решения подзадач.

Процедура обхода графа может быть представлен с помощью алгоритма на рисунке 7.28, на рисунке 7.29 приведен алгоритм решения обратной задачи.

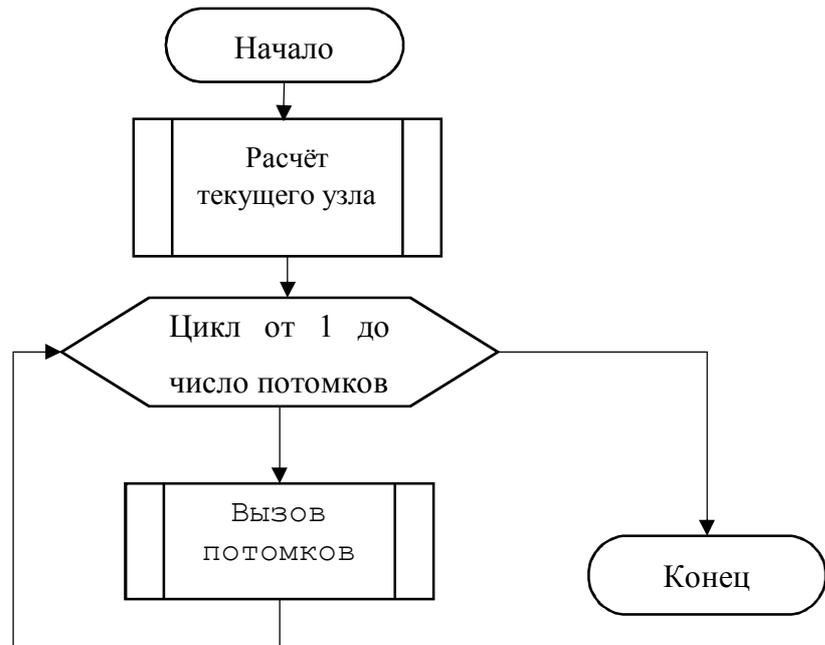


Рисунок 7.28 – Процедура обхода графа `ВызовПотомков`

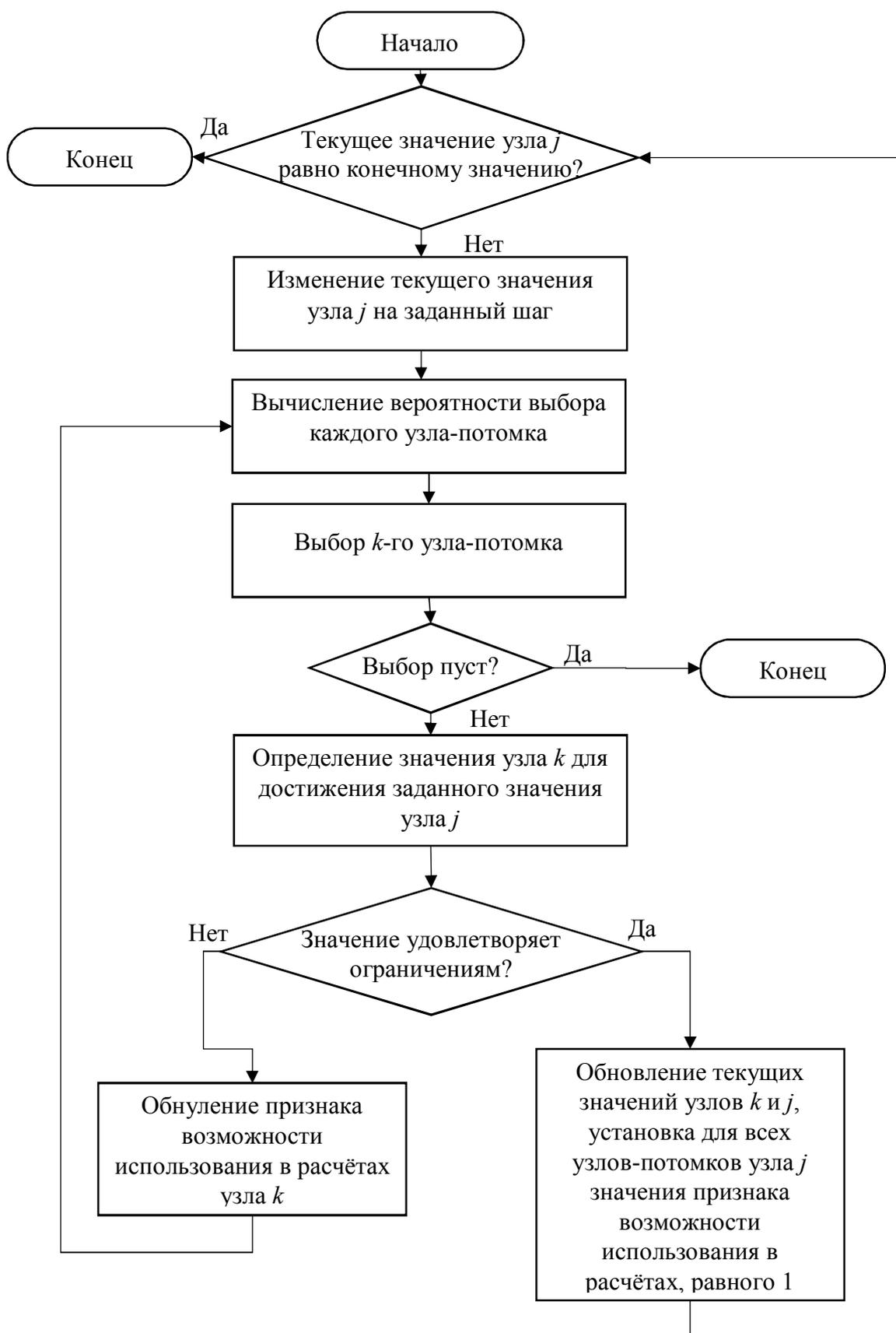


Рисунок 7.29 – Алгоритм решения обратной задачи

На основе данной архитектуры была реализована программа решения обратной задачи формирования прибыли с помощью стохастических алгоритмов [240], реализация данной архитектуры была использована для проведения вычислительных экспериментов, результаты которых представлены в п.2.2.

7.3 Использование результатов диссертации в организациях

Результаты диссертационного исследования в виде математических моделей, алгоритмов и программного обеспечения поддержки принятия решений были переданы следующим компаниям: ООО «Вокифудтомск», ООО «Титан», ООО «ФОРС», ООО «Интенс-строй», ООО «Дельта», ИП Пукарева Ф.В. (магазины детской обуви «Непоседа»), ИП Закиров М.А. (MayaPizza), МАОУ ДО Дворец творчества детей и молодежи, ООО «Гамарджоба», ООО «Сибмед», ООО «Система автоматизация бизнес», ФДО ТУСУР.

ООО «Вокифудтомск» – это лапшичная паназиатской кухни «Woki». Директор организации планирует открытие новых торговых точек по продаже кофе, в связи с чем ему была передана программа формирования интегрального показателя для решения задачи выбора размещения новых торговых точек. Программа позволяет вычислять интегральный показатель размещения на основе совокупности характеристик: район, наличие поблизости парка, расстояние до центра и т.д. и статистических данных о действующих пунктах продажи (фрагмент статистических данных представлен на рисунке 7.30), и обеспечивает сокращение времени на анализ данных (повышение производительности труда более 300%).

	Число		Прибыль,		Октябрьский район	Ленинский район	Советский район	До остановки, м	До центра	Учебные заведения	
	2019 сотрудников	Выручка	млн.	УК						Парки	заведения
ООО МАСТЕР КОФЕ	4	26,9	3,81	50000	0	1	0	114	1,84 км.	0	0
ООО КОФЕ-ШОП	5	6,83	0,358	23000	0	1	0	99	2,13	0	0
ООО КАКОЙ ВКУСНЫЙ КОФЕ	1	0,101	0,018	10000	0	0	0	78	3,95	0	0
ООО КОФЕ-ЛАЙТ	21	25,7	1,52	10000	0	0	0	41	2,48	1	1
ООО КОФЕ-ДАРК	1	1,72	0,45	10000	0	0	1	84	2	0	0
ООО СЕРВИС-КОФЕ	1	12,99	0,574	10000	1	0	0	73	7	0	0
ООО КОФЕ-АРТ	27	28,68	1,42	10000	0	1	0	26	0,558	1	1
ООО КОФЕ-ФРЕШ	26	31,2	1,87	10000	0	1	0	49	0,479	1	0

Рисунок 7.30 – Фрагмент статистических данных

Также с помощью данных, предоставленных данной организацией, была выполнена апробация алгоритмов и моделей формирования прибыли и выручки.

ООО «Титан» специализируется на деятельности по заготовке, хранению, переработке и реализации лома цветных и черных металлов. Переданные материалы включают модели формирования и прогнозирования выручки и программу «Анализ выручки», использование которых обеспечивает информацией для принятия решений относительно планирования финансового-хозяйственной деятельности (необходимый запас денежных средств в филиалах, периодичность организации вывоза металла и т.д.). Применение программы позволило получить экономический эффект в виде снижения времени, затрачиваемого на планирование, на 20%.

ООО «ФОРС» специализируется на торговле медицинскими изделиями, в том числе газовыми баллонами. С использованием данных организации о ежедневном спросе и остатках (рисунок 7.31) и модели управления запасами было выполнено исследование стратегий управления запасами для определения оптимальных значений управляемых переменных (объем доставки, минимальный уровень запаса). Предложенная стратегия позволяет сократить размер запаса на складе в среднем на 40% и таким образом сэкономить оборотные средства предприятия (рисунок 7.32).

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		Остаток полных больших баллонов на складе на 01.03.21				
4		Газ	остаток на начало дня 26.02.2021	приход	расход	остаток на начало дня 01.03.2021
5		Ацетилен	768,00	75	3	840,00
6		Кислород	548,00	0	69	479,00
7		Пропан	69,00	44	27	86,00
8		Аргон	112,00	0	12	100,00
9		Углекислота	47,00	0	13	34,00
10		Азот	0,00	88	28	60,00

Рисунок 7.31 – Исходные данные о ежедневном спросе

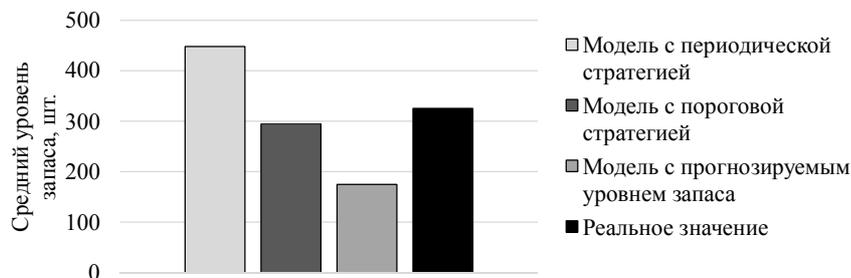


Рисунок 7.32 – Значения среднего уровня запаса

ООО «Интенс-строй» занимается предоставлением услуг по ремонту и обслуживанию зданий и помещений. Переданные материалы включают стохастический алгоритм и программу решения обратной задачи формирования прибыли с помощью стохастических алгоритмов. Программа позволяет формировать обоснованную стратегию финансово-хозяйственной деятельности с целью повышения финансовых результатов деятельности предприятия. Экономический эффект применения программы заключается в автоматизации расчётов и сокращении временных затрат на 30%.

ООО «Дельта» представляет собой фирму-франчайзи 1С и работает на рынке Юрги и Кемеровской области. Стратегия развития организации предполагает привлечение новых клиентов и партнеров, в связи с чем планируется проведение маркетинговых мероприятий в социальных сетях. Для организации продвижения организации в социальной сети ВКонтакте и выбора сообществ для эффективной рекламы руководству были переданы материалы в виде модели и программы оценки групп социальной сети для реализации маркетинговых мероприятий. Использование программы обеспечивает сокращение времени на обработку данных социальной сети более чем на 90%.

ИП Пукарева Ф.В. специализируется на продаже детской обуви (магазины детской обуви «Непоседа»). Для продвижения в социальных сетях у организации имеется группа в социальной сети ВКонтакте (ОБУВЬ | КОМБИНЕЗОНЫ | ШАПКИ, <https://vk.com/neposeda.kids>), насчитывающая около 1,5 тыс. подписчиков. Для выбора стратегии размещения рекламных сообщений была передана программа «Оценка времени размещения сообщений в группах онлайн-социальной сети». Применение программы позволило определить наилучший момент для размещения постов, в том числе выявить время с максимальным числом участников, находящихся в статусе онлайн (рисунок 7.33), составляющих 11,4% от общего количества подписчиков группы. Экономический эффект применения программы заключается в автоматизации и сокращении времени на сбор и обработку данных.

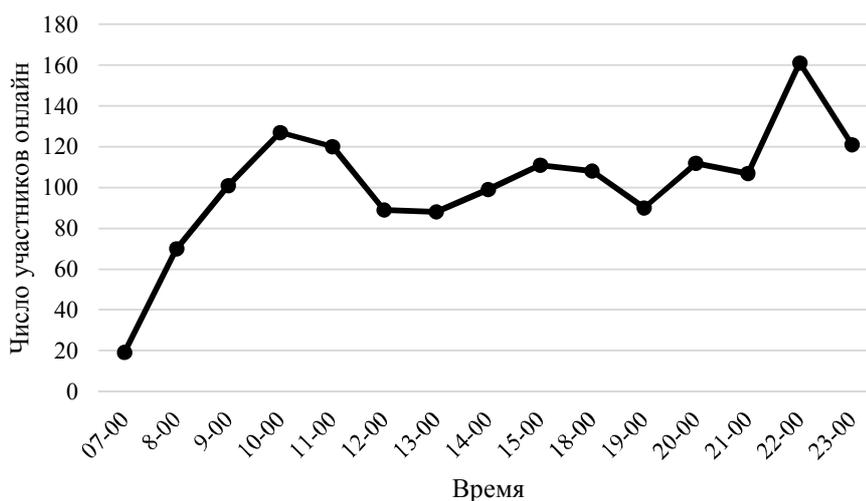


Рисунок 7.33 – Динамика числа участников, находящихся в статусе «онлайн» в субботу (группа ОБУВЬ | КОМБИНЕЗОНЫ | ШАПКИ)

ИП Закиров М.А. специализируется на предоставлении услуг в сфере общественного питания (пиццерия MayaPizza). Пиццерия активно развивает группу ВКонтакте (MAYA PIZZA & BRISTOT Tomsk, <https://vk.com/mayapizza>), насчитывающую около 5 тыс. подписчиков, а также публикует посты рекламного характера в других группах (например, Регион 70), в том числе занимается организацией розыгрышей по репостам с целью максимизации распространения

информации. Управляющему организацией была передана программа «Оценка групп социальной сети для реализации маркетинговых мероприятий» для оценки развития сообщества и выбора групп для реализации маркетинговых мероприятий. Программа была использована для установки момента времени, обеспечивающего максимальное число пользователей, находящихся в статусе онлайн, составляющее около 10% от общего количества участников сообщества (рисунок 7.34). Применение компьютерной программы освобождает от необходимости выполнять сбор данных и расчёты вручную и обеспечивает сокращение времени на обработку данных социальной сети более чем на 90%.

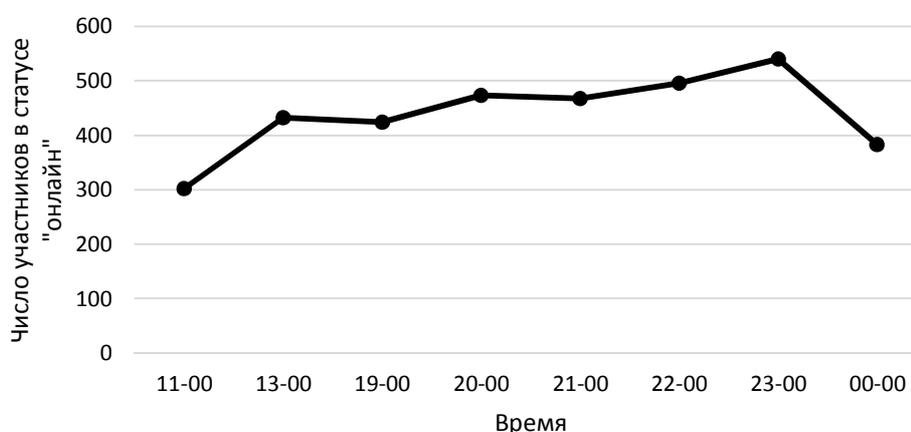


Рисунок 7.34 – Динамика числа участников, находящихся в статусе «онлайн» в воскресенье (группа MAYA PIZZA & BRISTOT Tomsk)

МАОУ ДО Дворец творчества детей и молодежи специализируется на предоставлении дополнительных образовательных услуг детям и молодежи г. Томска. Организация заинтересована в привлечении обучающихся и занимается продвижением своих услуг с помощью онлайн-социальной сети ВКонтакте, в том числе с помощью сообщества ("Дворец творчества детей и молодежи" г. Томск, https://vk.com/dtdm_tomsk), поскольку данная социальная сеть является наиболее популярной среди молодой аудитории. Заместителю директора по развитию и администратору была передана программа оценки времени размещения сообщения в группах онлайн-социальной сети для выбора наилучшего момента для размещения сообщений в группе "Дворец творчества детей и молодежи" г. Томск, а

также постов рекламного характера в других сообществах с целью увеличения охвата аудитории. Сбор и расчёт показателей с использованием программы позволяет сократить время на обработку данных социальной сети более чем на 70%.

ООО «Гамарджоба» является кафе грузинской кухни «Гамарджоба». Руководство организации стремится к повышению её эффективности и оперативно принимает решения относительно ценовой политики, выбора поставщиков и закупаемых продуктов. Переданные материалы включают оптимизационные модели и программу формирования маржинальной прибыли и предназначены для поддержки принятия решений руководством с целью максимизации прибыли. Программное обеспечение позволило формировать варианты достижения желаемой прибыли и повышает обоснованность управленческих решений.

ООО «Сибмед» осуществляет деятельность по разработке и изготовлению новых моделей традиционного стоматологического инструмента. Для поддержки принятия решения руководством относительно значений управляемых показателей, формирующих прибыль предприятия, были переданы модели и программа формирования маржинальной прибыли предприятия, использование которой позволило сократить время решения задачи по определению необходимых изменений показателей и выбрать стратегии достижения заданного значения прибыли.

ООО «Система автоматизация бизнес» специализировалась на разработке компьютерного программного обеспечения, в том числе для администрации г. Томска в части проведения закупок товаров, работ, услуг для обеспечения государственных и муниципальных нужд в соответствии с законодательством Российской Федерации. Организации была передана программа «Аукцион», предназначенная для имитационного моделирования торгов, проходящих в форме аукциона. Программный продукт, реализующий два алгоритма проведения торгов, особенностью которых является возможность поиска предпоследнего участника и учёт мотивов претендентов, предназначен для специалистов по государственным

закупкам для обучения проведению торгов, а также для определения оптимальной стратегии проведения аукциона, обеспечивающей минимальное количество числа шагов, цены продажи и эффективность поиска второго поставщика. Экономическая эффективность также заключается в снижении затрат на повторное проведение аукциона в случае отказа победителя от заключения договора за счёт нахождения предпоследнего поставщика.

ФДО ТУСУР представляет собой самый крупный факультет университета, предоставляющий образовательные услуги с применением дистанционных технологий, а также самая крупная организация, предоставляющая услуги дистанционного обучения в азиатской части России. Для проведения лабораторных работ по дисциплине «Имитационное моделирование экономических процессов», «Математическое и имитационное моделирование экономических процессов» была передана программа «Имитатор», которая использовалась в учебном процессе более 10 лет. Данная программа позволяет выполнять имитацию экономических объектов, с её помощью осуществлялось обучение студентов решению задач моделирования путем проведения вычислительных экспериментов (на рисунках 7.35–7.36 представлен пример задания и расчёта).

Также на данном факультете в виде учебных пособий и методических указаний по дисциплинам «Исследование операций и методы оптимизации», «Эконометрика» внедрены оптимизационные модели решения обратных задач, метод решения обратных задач на основе формирования уравнения зависимости между аргументами, метод решения обратных задач на основе статистических данных.

Задание 1

1. Менеджеру магазина необходимо принять решение об его оптимальной структуре. Количество клиентов, ежедневно нуждающихся в обслуживании точно неизвестно. Основные правила модели:

- 1) входной поток клиентов – простейший (время между соседними заявками имеет показательное распределение) с интенсивностью $\lambda=20$ заявок в час;
- 2) время обслуживания заявки является случайной величиной, которая имеет показательное распределение со средним значением $t_{обс.ср.} = 8$ мин;
- 3) средний доход от обслуживания одного клиента $B = 170$ руб.;
- 4) максимальное время ожидания равно $t_{ож.мах}=15$ мин.;
- 5) вновь поступившая заявка в том канале, который раньше всех освободится;
- 6) период работы равен 64 часа.

С помощью программы «Имитатор» определите оптимальную структуру магазина. Число каналов является переменной величиной. Составьте таблицу зависимости показателя эффективности модели от числа каналов.

Рисунок 7.35 – Пример задания на лабораторную работу

Измените исходные данные и нажмите «Расчет»

№	Исходные данные	Значения	№	Исходные данные	Значения
1	Единица измерения времени	час	6	Число каналов, Nk	1
2	Денежная единица измерения	рубли	7	Среднее время между заявками, Тз.ср. час.	0.05
3	Среднее время обслуживания заявки, Тобс.ср. час.	0.0133	8	Период работы СМО, Тр.ж. час.	64
4	Максимальное время ожидания, Тож.мах. час.	0.25	9	Число случайных реализаций, Np	1000
5	Средняя стоимость заправки одной автомашины, С1, руб.	170			

Результат моделирования

Средняя относительная прибыль, Сотн.ср	1278.901
Средний доход за период функционирования системы, Док. руб	217583.2

Рисунок 7.36 – Пример расчёта в ходе выполнения задания

Акты, подтверждающие внедрение и использование результатов диссертационной работы представлены в приложении Л.

7.4 Выводы по главе 7

1. Предложены типовые сценарии для решения обратной задачи с использованием подхода, основанного на взаимодействии Excel и программного приложения. Данный подход позволяет автоматизировать такие операции как определение пользователем формул, настройка надстройки «Поиск решения», выполнение рутинных действий, связанных с копированием формул, и вместе с тем обеспечивает преимущества использования Excel: возможность просмотра и редактирования всех формул, хранения результатов. На основе данного подхода и типовых сценариев реализована программа формирования маржинальной прибыли предприятия.

2. На основе объектно-ориентированного подхода разработана архитектура программной системы решения обратных задач. Ее основное отличие от предложенной в работах [201, 203] заключается в следующем: в основе декомпозиции лежит дерево целей, объект списка представляет собой переменную модели. Модификация базовой архитектуры также заключается в вводе различных типов узлов, изменении процедуры обхода и включении новых классов.

3. Рассмотрена реализация данной архитектуры для двух систем: системы решения обратных задач с ограничениями с использованием стохастических алгоритмов и системы формирования интегрального показателя (рейтинга). Для решения задачи формирования рейтинга были определены два типа этапов (Группа, Индикатор), отличающихся процедурой расчета. Отличие от базовой архитектуры заключается в специфическом обходе графа решения задачи, для решения обратной задачи используется обратный обход, основанный на параллельном рекурсивном вычислении этапов-потомков. Для решения обратных задач также были определены дополнительные атрибуты класса Узел и методы класса Расчёт.

4. Использование выбранного подхода обуславливает возможность гибкой модификации и расширения системы: добавления новых показателей, механизмов расчёта и т.д. При использовании данной архитектуры решение обратной задачи может быть выполнено пошагово для показателей, расположенных на различных уровнях. На каждом из шагов пользователь, оценив текущую ситуацию, может принять оптимальное решение, наилучшим образом использовать имеющиеся ресурсы для достижения той или иной цели.

5. Работоспособность созданных программ подтверждает реализуемость предложенной архитектуры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации решена научная проблема по созданию методологии, алгоритмического и программного обеспечения для решения обратных задач прикладной экономики, имеющая важное социально-экономическое значение.

Основные результаты работы:

- На основе анализа существующих подходов к решению обратных задач обоснована актуальность задачи разработки моделей, методов и алгоритмов решения обратных задач прикладной экономики, позволяющих минимизировать усилия эксперта и ошибки определения входных данных и выполнять решение широкого круга задач, а также не требующих применения трудоёмких вычислительных процедур, что позволяет сделать разработку программ быстрой и тиражируемой.

- С использованием литературных источников выбраны стандартные модели формирования экономических показателей: прибыли, выручки и т.д. Кроме того разработаны модели решения прямых экономических задач: регрессионные, модели интегрального показателя, имитационные модели.

- Разработан метод решения обратных задач на основе построения уравнения зависимости между аргументами функции. При использовании данного метода отсутствует необходимость проверки согласованности дополнительной информации, поступающей от специалиста: соответствия поставленной цели коэффициентам относительной важности и направлениям их изменения.

- Для решения обратных задач с ограничениями разработан стохастический алгоритм, основанный на последовательном изменении результирующей величины и выбора аргумента для достижения результата с помощью моделирования полной группы несовместных событий.

- Разработаны оптимизационные модели для решения обратных задач, где в качестве целевой функции рассматривается мера отдаленности от исходных значений входных параметров. Разработаны алгоритмы, в том числе итерационные,

для решения обратных задач при минимизации суммы квадратов аргументов и алгоритм решения обратной задачи при минимизации суммы абсолютных изменений аргументов в том числе при наличии ограничений на величины аргументов.

- Предложены модели и алгоритмы решения обратной задачи в случае использования коэффициентов относительной важности, позволяющие в том числе найти решение, соответствующее заданному значению результирующего показателя, когда коэффициенты относительной важности не позволяют достичь поставленной цели и требуется их корректировка, а также при участии переменных в расчете нескольких показателей и наличии дополнительного ограничения-неравенства.

- На основе алгоритмов решения обратных задач разработаны алгоритмы решения задач нелинейного программирования. Приведены результаты решения классических задач оптимизации: закупок, цены, портфеля ценных бумаг, запасов предприятия.

- Предложены методы решения обратной задачи с использованием статистических данных для случая стохастической и детерминированной модели выходного показателя. С использованием предложенных методов рассмотрено решение задач формирования показателей: интегрального показателя регионов Сибирского федерального округа, стоимости рекламы в онлайн-сообществах, суммы затрат в классической имитационной модели управления запасами, а также интегральной характеристики момента времени размещения сообщения в группах онлайн-социальной сети.

- Предложены типовые сценарии для решения обратной задачи при разработке программы на основе взаимодействия Excel с программным приложением, позволяющие автоматизировать действия пользователя при работе с электронной таблицей. На основе типовых сценариев реализована программа формирования маржинальной прибыли предприятия и система моделирования экономических процессов.

- На основе объектно-ориентированного подхода разработана архитектура программных систем решения обратных задач, основанная на формировании дерева цели. Рассмотрена реализация данной архитектуры для двух систем: системы решения обратных задач с ограничениями с использованием стохастических алгоритмов и системы формирования интегрального показателя. Использование выбранного подхода обуславливает возможность гибкой модификации и расширения системы.

- Проведенные вычислительные эксперименты по формированию стандартных экономических показателей, разработанных показателей и решению классических оптимизационных задач показали соответствие результатов, полученных с помощью разработанных методов и алгоритмов, и решения с применением классических методов, а также математических пакетов.

- Результаты исследований внедрены в учебный процесс Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники в виде учебного пособия, методических указаний для выполнения практических, лабораторных и курсовых работ, компьютерных программ. Теоретические положения использовались для постановки задач научно-исследовательской работы студентов, 24-х выпускных квалификационных работ.

- Дальнейшее развитие данного исследования может быть связано с разработкой оптимизационных методов, например, методов решения задач линейного программирования, методов решения задачи квадратичного программирования при произвольной целевой функции. Также уже разработанные методы и алгоритмы могут быть использованы для решения задач прикладной экономики. Так, например, модифицированный метод обратных вычислений может быть использован для решения задач факторного анализа при наличии зависимости между аргументами функции. Также развитие темы может быть связано с выявлением новых обратных задач прикладной экономики, для решения которых использование разработанных методов будет затруднено или невозможно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Groetsch, C. W. Inverse problems: activities for undergraduates. – Washington: Mathematical Association of America, 1999. – 222 p.
2. Воскобойников, Ю. Е. Нелинейный регуляризирующий алгоритм решения одного класса обратных задач теплопроводности / Ю. Е. Воскобойников // Инженерно-физический журнал. – 1989 – № 3 (56) – С. 29–35.
3. Воскобойников, Ю. Е. Решение обратной задачи зондирования газового состава атмосферы на основе дескриптивных сглаживающих сплайнов / Ю. Е. Воскобойников, М. Ю. Катаев, А. А. Мицель // Оптика атмосферы. – 1991. – № 2. – С. 177–184.
4. Воскобойников, Ю. Е. Локальный регуляризирующий алгоритм восстановления контрастных сигналов и изображений / Ю. Е. Воскобойников, И. Н. Мухина // Автометрия. – 2000. – № 3. – С. 45–53.
5. Кабанихин, С. И. Обратные задачи естествознания и компьютерное моделирование / С. И. Кабанихин // Наука из первых рук. – 2013. – № 1(49). – С. 32–43.
6. Тихонов, А. Н. Об устойчивости обратных задач / А. Н. Тихонов // Докл. АН СССР. – 1943. – № 5(39). – С. 195–198.
7. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректно поставленных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М.: Наука, 1974. – 223 с.
8. Лаврентьев, М. М. О некоторых некорректных задачах математической физики / М.М. Лаврентьев. – Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962. – 92 с.
9. Лаврентьев, М. М. Теория операторов и некорректные задачи / М. М. Лаврентьев, Л. Я. Савельев. – Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1999. – 702 с.
10. Иванов, В. К. Теория линейных некорректных задач и ее приложения / В. К. Иванов, В. В. Васин, В. П. Танана. – М.: Наука, 1978. – 208 с.

11. Латтес, Р. Метод квазиобращения и его приложения / Р. Латтес, Ж. Л. Лионс. – М.: Мир, 1970. – 224 с.
12. Лаврентьев, М. М. Некорректные задачи математической физики и анализа / М. М. Лаврентьев, В. Г. Романов, С. П. Шишатский. – М.: Наука, 1980. – 288 с.
13. Морозов, В. А. Регулярные методы решения некорректно поставленных задач / В. А. Морозов. – М.: Наука, 1987. – 239 с.
14. Лисковец, О. А. Вариационные методы решения неустойчивых задач / О. А. Лисковец. – Минск: Наука и техника, 1981. – 343 с.
15. Васин, В. В. Некорректные задачи с априорной информацией / В. В. Васин, А. Л. Агеев. – Екатеринбург: Наука, 1993. – 261 с.
16. Федотов, А. М. Некорректные задачи со случайными ошибками в данных / А. М. Федотов. – Новосибирск: Наука, 1990. – 280 с.
17. Вайникко, Г. М. Методы решения линейных некорректно поставленных задач в гильбертовых пространствах / Г. М. Вайникко. – Тарту: изд-во Тартус. ун-та, 1982. – 111 с.
18. Иванов, В. К. Дифференциально-операторные уравнения и некорректные задачи / В. К. Иванов, И. В. Мельникова, А. И. Филинков. – М.: Физматлит, 1995. – 176 с.
19. Танана, В. П. Оптимальные методы решения некорректно поставленных задач / В. П. Танана, А. И. Сидикова. – Челябинск: ЮУрГУ, 2012. – 161 с.
20. Воскобойников, Ю. Е. Устойчивые алгоритмы решения обратных измерительных задач / Ю. Е. Воскобойников. – Новосибирск: НГАСУ, 2007. – 184 с.
21. Кабанихин, С. И. Обратные и некорректные задачи / С. И. Кабанихин. – Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009 – 458 с.
22. Tarantola, A. Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation / A. Tarantola. – Amsterdam: Elsevier, 1987.

23. Parker, R.L. *Geophysical Inverse Theory* / R. L. Parker. – Princeton: Princeton University Press, 1994.
24. Groetsch, C. W. *Inverse Problems in the Mathematical Sciences* / C. W. Groetsch. – Braunschweig: Vieweg, 1993.
25. Самарский, А. А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М.: УРСС, 2004. – 480 с.
26. Денисов, А. М. Введение в теорию обратных задач / А. М. Денисов. – М.: МГУ, 1994. – 207 с.
27. Vogel, C. R. *Computational methods for inverse problems* / C. R. Vogel. – Philadelphia: SIAM, 2002. – 183 p.
28. Воскобойников, Ю. Е. Синтез алгоритма наискорейшего спуска для решения плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений / Ю.Е. Воскобойников // Труды Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (СИБСТРИН). – 2020. – № 1 (23). – С. 126–140.
29. Воскобойников, Ю. Е. Свойства регуляризованных решений обратной измерительной задачи при неточных характеристиках измерительной системы / Ю.Е. Воскобойников, В. А. Боева, С. В. Сыренов // ТРУДЫ Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (СИБСТРИН). – 2017. – № 3 (20). – С. 123–137.
30. Емелин, И. В. Правило останова в итерационных процедурах решения некорректных задач / И. В. Емелин, М. А. Красносельский // Автоматика и телемеханика. – 1978. – №12. – С. 59–63.
31. Gilyazov, S. F. *Regularization of ill-posed problems by iteration methods* / S. F. Gilyazov, N. L. Gol'dman. – Dordrecht ets.: Kluwer Acad. Publ., 2000. – 340 p.
32. Kabanikhin, S. I. *Inverse and Ill-Posed Problems. Theory and Applications* / S. I. Kabanikhin. – Deutschland: De Gruyter, 2011. – 459 p.
33. Матысик, О. В. Явные и неявные итерационные процедуры решения некорректно поставленных задач / О. В. Матысик. – Брест: БрГУ им. А.С. Пушкина, 2014. – 213 с.

34. Страхов, В. Н. К вопросу о скорости сходимости в методе простой итерации / В. Н. Страхов // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 1973. – № 6 (13). – С. 1602–1606.
35. Красносельский, М. А. Приближённое решение операторных уравнений / М. А. Красносельский, Г. М. Вайникко, П. П. Забрейко, Я. Б. Рунтцкий, В. Я. Стеценко. – М.: Наука, 1969. – 456 с.
36. Shanani, A. A. Inverse problems in economic measurements / A. A. Shanani // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2018. – № 58 (2). – P. 170–179.
37. Семенчин, Е. А. Об обратной задаче в математической модели самоорганизации рынка труда / Е. А. Семенчин, А. П. Невечеря // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 6. – С. 1184–1190.
38. Урсова, А. С. Обратная задача для экзогенных параметров модели Солоу / А. С. Урсова // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2007. – № 53 (22). – С. 230–232.
39. Ekeland, I. An inverse problem in the economy theory of demand / I. Ekeland, N. Djitte // Annales de l'Institut Henri Poincaré Non Linear Analysis. – 2006. – № 2 (23). – P. 269–281.
40. Одинцов, Б. Е. Обратные вычисления в формировании экономических решений / Б. Е. Одинцов. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 192 с.
41. Одинцов, Б. Е. Итерационный метод оптимизации управления предприятиями средствами обратных вычислений / Б. Е. Одинцов, А. Н. Романов // Вестник Финансового университета. – 2014. – № 2. – С. 60–73.
42. Одинцов, Б. Е. Проблемы создания информационных систем управления эффективностью бизнеса / Б. Е. Одинцов, А. Н. Романов // Вестник Финансового университета. – 2014. – № 6. – С. 22–36.
43. Цветков, М. А. "Возвратно-сетевой" метод совершенствования структуры кредитно-депозитной базы коммерческих банков / М. А. Цветков // Экономика и управление. – 2007. – №1. – С. 139–141.

44. Збарский, А. М. Математическое представление процесса приведения предприятия в равновесное состояние / А. М. Збарский // Российский экономический интернет-журнал. – 2009. – № 1. – С. 445–452.
45. Одинцов, Б. Е. Управление с учетом «золотых» пропорций плановых показателей / Б. Е. Одинцов // Управленческие науки в современном мире. – 2016. – №1. – С. 43–47.
46. Виштак, О. В. Использование технологии обратных вычислений при мониторинге качества дополнительного образования в ВУЗе / О. В. Виштак, И. А. Штырова // Вестник Астраханского государственного технического университета. – 2014. – № 2. – С.67–73.
47. Бармина, Е. А. Мониторинг качества коммерческой организации. Структурирование показателей. Применение когнитивных карт / Е. А. Бармина, И. Ю. Квятковская // Вестник Астраханского государственного технического университета. – 2010. – № 2. – С.15–20.
48. Блюмин, С. Л. Применение анализа конечных изменений и метода обратных вычислений в системах управления и поддержки принятия решений / С. Л. Блюмин, Г. С. Боровкова // Проблемы управления. – 2018. – №6. – С. 29–34.
49. Силкина, Г. Ю. Совмещение сбалансированной системы показателей и метода обратных вычислений как аналитический инструмент управления эффективностью компании / Г. Ю. Силкина, А. А. Переверзева // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Экономические науки. – 2016. – №3. – С. 258–267.
50. Грибанова, Е. Б. Методы и алгоритмы решения обратных экономических задач с помощью модифицированного аппарата обратных вычислений / Е. Б. Грибанова. – Чебоксары: ИД «Среда», 2020. – 133 с.
51. Воскобойников, Ю. Е. Методы прикладной математики в естественных и гуманитарных науках. Часть 1. Лекционный курс / Ю. Е. Воскобойников, А. А. Мицель. – Томск: ТУСУР, 2019 – 100 с.
52. Ватульян, А. О. Обратные задачи в механике деформируемого твёрдого тела / А. О. Ватульян. – М: Физматлит, 2007. – 223 с.

53. Aster, R. C., *Parameter Estimation and Inverse Problems* / R. C. Aster, B. Borchers, C. H. Thurber. – Waltham: Elsevier, 2013. – 355 p.
54. Ahuja, R. K. *Inverse Optimization, Part1: Linear Programming and General Problem* / R. K. Ahuja, J. B. Orlin. – Cambridge: MIT, 1998. – 35 p.
55. Zhenga, G.-H. Solving the backward problem for space-fractional diffusion equation by a fractional Tikhonov regularization method / G.-H. Zhenga, Q.-G. Zhang // *Mathematics and Computers in Simulation*. – 2018. – № 148. – P. 37–47.
56. Park, Y. Parameter determination for Tikhonov regularization problems in general form / Y. Park, L. Reichel, G. Rodriguez, X. Yud // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2018. – № 343. – P. 12–25.
57. Bai, Z.-Z. Modulus-based iterative methods for constrained Tikhonov regularization / Z.-Z. Bai, A. Buccini, K. Hayami, L. Reichel, J.-F. Yin, N. Zheng // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2017. – № 319. – P. 1–13.
58. Wang, H. Cauchy sparse NMF with manifold regularization: A robust method for hyperspectral unmixing / H. Wang, W. Yang, N. Guan // *Knowledge-Based Systems*. – 2019. – № 184. – P. 1–16.
59. Scardapane, S. Group sparse regularization for deep neural networks / S. Scardapane, D. Comminiello, A. Hussain, A. Uncini // *Neurocomputing*. – 2017. – № 241. – P. 81–89.
60. Денисов, А. М. Введение в теорию обратных задач. Учебное пособие / А. М. Денисов. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 207 с.
61. Boyd, S. *Convex Optimization* / S. Boyd, L. Vandenberghe. – Cambridge: Cambridge University Press, 2004 – 730 p.
62. Воскобойников, Ю. Е. Выбор параметра регуляризации при решении обратных измерительных задач / Ю. Е. Воскобойников, Н. Г. Преображенский // *Автометрия*. – 1984. – № 2. – С. 31–38.
63. Воскобойников, Ю. Е. Выбор параметра регуляризации и ошибки восстановления входного сигнала в методе статистической регуляризации / Ю. Е. Воскобойников // *Автометрия*. – 1975 – №4 – С. 10–18.

64. Xu, J. Assessment of Tikhonov-type regularization methods for solving atmospheric inverse problems / J. Xu, F. Schreier, A. Doicu, T. Trautmann // *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*. – 2016. – № 184. – P. 274–286.
65. Мицель, А. А. Методы оптимизации / А. А. Мицель, А. А. Шелестов. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники, 2004. – 256 с.
66. Lewis, R. M. Direct search methods: then and now / R. M. Lewis, V. Torczon, M. W. Trossetca // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2000. – № 124. – P. 191–207.
67. Luenbergr, D. G. Linear and Nonlinear Programming / D. G. Luenbergr, Y. Ye. – Springer Science, 2008 – 551 p.
68. Zhang, M. A simple sufficient Descent Method for Unconstrained Optimization / M. Zhang, Y. Xiao, D. Zhou // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2010. – P. 1–9.
69. Грибанова, Е. Б. Стохастический алгоритм поиска глобального минимума функции / Е. Б. Грибанова // *Прикладная информатика*. – 2017. – № 2. – С. 130–139.
70. Растрингин, Л. А. Адаптация сложных систем / Л. А. Растрингин. – Рига: Зинатне, 1981. – 375 с.
71. Растрингин, Л. А. Статистические методы поиска / Л. А. Растрингин. – М.: Наука, 1968. – 376 с.
72. Мицель, А. А. Комбинаторная модель опционного портфеля / А. А. Мицель, М. Е. Семенов, М. Э. Фатьянова // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. – 2016. – № 25(307). – С. 2–13.
73. Thomas, J. Improved simple optimization algorithm for unconstrained non-linear optimization problems / J. Thomas, S. Mahapatra // *Perspectives in Science*. – 2016. – № 8. – P. 1–3.
74. Hamzacebi, C. Continuous function minimization by dynamic random search / C. Hamzacebi, F. Kutay // *Applied Mathematical Modeling*. – 2007. – № 10 (31). – P. 2189–2198.

75. Hamzacebi, C. A heuristic approach for finding the global minimum: adaptive random search technique / C. Hamzacebi, F. Kutay. // *Applied Mathematics and Computation*. – 2006. – № 173. – P. 1323–1333.
76. Toksari, M. D. Ant colony optimization for finding the global minimum / M. D. Toksari // *Applied Mathematics and computation*. – 2006. – № 176. – P. 308–316.
77. Toksari, M. D. A heuristic approach to find the global optimum of function / M. D. Toksari // *Journal of computational and Applied mathematics*. – 2007. – № 2 (209). – P. 160–166.
78. Lei, G. Adaptive random search in Quasi-Monte Carlo methods for global optimization / G. Lei // *Computers and Mathematics with Applications*. – 2007. – № 6. – P. 747–754.
79. Жиглявский, А. А. Методы поиска глобального экстремума / А. А. Жиглявский, А. Г. Жилинскас. – М.: Наука, 1991. – 248 с.
80. Панов, Н. В. Объединение стохастических и интервальных подходов для решения задач глобальной оптимизации функций / Н. В. Панов // *Вычислительные технологии*. – 2009. – № 5(14). – С. 49–65.
81. Vanderbei, R. J. *Linear programming. Foundation and extensions* / R. J. Vanderbei. – New York: Springer, 2014 – 466 p.
82. Ганичева, А. В. Метод решения некоторых классов оптимизационных задач / А. В. Ганичева // *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. – 2019. – № 2 (7). – С. 43–54.
83. Trunov, A. N. Modernization of means for analysis and solution of nonlinear programming problems / A. N. Trunov // *Quantitative Methods in Economics*. – 2015. – № 16 (2). – P. 133–141.
84. Qi, Y. An adaptive penalty-based boundary intersection method for many-objective optimization problem / Y. Qi, D. Liu, X. Li, J. Lei, X. Xu, Q. Miao // *Information Sciences*. – 2020. – № 509. – P. 356–375.
85. El-Sobky, B. A penalty method with trust-region mechanism for nonlinear bilevel optimization problem / B. El-Sobky, Y. Abo-Elnaga // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2018. – № 340. – P. 360–374.

86. Li, J. A QP-free algorithm without a penalty function or a filter for nonlinear general-constrained optimization / J. Li, Y. Zhenping // *Applied Mathematics and Computation*. – 2018. – № 316. – P. 52–72.
87. Мицель, А. А. Новый алгоритм решения задачи квадратичного программирования / А. А. Мицель, А. Н. Хващевский // *Автометрия*. – 1999. – № 3. – P. 93–98.
88. Morovati, V. Extension of Zoutendijk method for solving constrained multiobjective optimization problems / V. Morovati, L. Pourkarimi // *European Journal of Operational Research*. – 2019. – № 273 (1). – P. 44–57.
89. Hosseini, A. A non-penalty recurrent neural network for solving a class of constrained optimization problems / A. Hosseini // *Neural Networks*. – 2016. – № 73. – P. 10–25.
90. Darabia, A. Dual feasible direction-finding nonlinear programming combined with metaheuristic approaches for exact overcurrent relay coordination / A. Darabia, M. Bagheri, G.B. Gharehpetian // *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. – 2020. – №114. – С 1–8.
91. Антамошкин, А. Н. Поискные алгоритмы условной псевдобулевой оптимизации / А. Н. Антамошкин, И. С. Масич // *Системы управления, связи и безопасности*. – 2016. – № 1. – С. 103–145.
92. Кремер, Н. Ш. Исследование операций в экономике. Учебное пособие для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман, М. А. Войтенко, Т. С. Фофанова. – М.: ЮНИТИ, 2006. – 407 с.
93. Овчинников, В. А. Систематизация точных методов дискретной оптимизации / В. А. Овчинников // *Наука и образование*. – 2015. – № 6. – С. 288–304.
94. Гринченко, С. Н. Метод «проб и ошибок» и поисковая оптимизация: анализ, классификация, трактовка понятия «естественный отбор» / С. Н. Гринченко // *Исследовано в России*. – 2003. – № 104. – С. 1228–1271.
95. Glover, F. Tabu search. Part I / F. Glover // *INFORMS Journal on Computing*. – 1989. – № 1. – P. 190–206.

96. Pedroso, J. P. An evolutionary solver for linear integer programming / J. P. Pedroso // BSIS Technical Report. – 1998. – № 98. – С. 1–15.
97. Jansen, T. A comparison of simulated annealing with a simple evolutionary algorithm on pseudo-boolean functions of unitation / T. Jansen, I. Wegener // Theoretical Computer Science. – 2007. – № 386. – P. 73–93.
98. Галушин, П. В. Разработка и исследование эволюционных алгоритмов дискретной оптимизации / П. В. Галушин, О. Э. Семенкина // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета. – 2011. – № 5. – С. 25–29.
99. Shen, B. Profit optimization in service oriented data market: A Stackelberg game approach / B. Shen, Y. Shen, W. Ji // Future Generation Computer Systems. – 2019. – № 95. – P. 17–25.
100. Neill, B. Profit optimization for deterministic inventory systems with linear cost / B. Neill, S. Sanni // Computer & Industrial Engineering. – 2018. – № 122. – P. 303–317.
101. Lee, C. Meta-data envelopment analysis: Finding a direction towards marginal profit maximization / C. Lee // European Journal of Operation Research. – 2014. – № 237. – P. 207–216.
102. Парушина, Н. В. Анализ выпуска готовой продукции предприятий пищевой промышленности: влияние факторов и резервы роста / Н. В. Парушина, О. А. Булкина // Научные записки Орел ГИЭТ. – 2010. – №2. – С. 153–157.
103. Савицкая, Г. В. Анализ хозяйственной деятельности предприятия: Учебное пособие / Г. В. Савицкая. – Мн.: Новое значение, 2020. – 704 с.
104. Карминский, А. М. Энциклопедия рейтингов: экономика, общество, спорт / А. М. Карминский, А. А. Полозов. – М.: Инфра-М, 2016. – 36 с.
105. Солодов, А. А. Математические принципы построения рейтинговых систем // Экономика, статистика и информатика. – 2016. – № 1. – С. 75–81.
106. Сидоров, А. А. Подход к оценке территориальной дифференциации развития цифровой экономики / А. А. Сидоров, П. В. Сенченко, В. Ф. Тарасенко // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2020. – № 51. – С. 121–129.

107. Постюшков, А. В. Методика рейтинговой оценки предприятий / А. В. Постюшков // Имущественные отношения в Российской Федерации. – 2003. – № 1. – С. 46–54.
108. Гонова, О. В. Социально-экономическое развитие региона: модели рейтинговой оценки / О. В. Гонова // Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение. – 2010. – № 3. – С. 40–46.
109. Гирина, А. Н. Методика оценки социально-экономического развития региона / А. Н. Гирина // Вестник ОГУ. – 2013. – № 8. – С. 82–87.
110. Гранберг, А. Г. Основы региональной экономики / А. Г. Гранберг. – М.: ГУ ВШЭ, 2000. – 495 с.
111. Цхай, А. А. Информационно-моделирующая система мониторинга деятельности сельхозпроизводителей региона / А. А. Цхай, Д. А. Рыков, А. В. Сибиряков, А. А. Шайдуров // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – № 1. – С. 126–130.
112. Мамаева, З. М. Оценка инновационного развития регионов: эконометрический подход / З. М. Мамаева // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2012. – №2. – С.202–208.
113. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.
114. Marzouk, M. Developing green bridge rating system using Simon's procedure / M. Marzouk, A. Nouh, M. El-Said // HBRC Journal. – 2014. – № 10. – С. 176–182.
115. Кендюхов, А. В. Использование метода главных компонент для оценки конкурентоспособности машиностроительных предприятий / А. В. Кендюхов, Д. О. Толкачев // Маркетинг и менеджмент инноваций. – 2013. – № 4. – С.219–227.
116. Грибанова, Е. Б. Методы решения обратных задач экономического анализа / Е. Б. Грибанова // Корпоративные финансы. – 2016. – №1. – С. 119–130.

117. Грибанова, Е. Б. Решение обратных задач экономики с помощью модифицированного метода обратных вычислений / Е. Б. Грибанова // Проблемы управления. – 2016. – № 5. – С. 35–40.
118. Грибанова, Е. Б. Стохастические алгоритмы решения обратных задач экономического анализа с ограничениями / Е. Б. Грибанова // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2016. – № 4. – С. 112–116.
119. Demin, D. Synthesis of optimal control of technological processes based on a multialternative parametric description of the final state / D. Demin // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – № 3 (4 (87)). – P. 51–63.
120. Грибанова, Е. Б. Методы решения обратных задач экономического анализа с помощью минимизации приращений аргументов / Е. Б. Грибанова // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2018. – № 2. – С. 95–99.
121. Сіницький, М. Є. До питання розв'язку обернених задач економічного спрямування / М. Є. Сіницький // Науковий вісник Національної академії статистики, обліку та аудиту. – 2018. – № 1–2. – С. 195–202.
122. Свидетельство о гос.регистрации программы для ЭВМ № 2021662008. Оценка групп социальной сети для реализации маркетинговых мероприятий / Грибанова Е.Б.; заявл. 07.07.2021; зарег. 20.07.21
123. Griбанова, E. B. Development of iterative algorithms for solving the inverse problem using inverse calculations / E. B. Griбанова // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2020. – № 4 (3). – P. 27–34.
124. Griбанова, E. A method for solving the procurement optimization problem based on inverse calculations // Proceedings on Engineering Sciences. – 2020. – № 4. – P. 441–452.
125. Zhang, Q. Study on factors affecting corn yield based on the Cobb-Douglas production function / Q. Zhang, W. Dong, C. Wen, T. Li // Agricultural Water Management. – 2020. – № 228. – P. 1–11.

126. Sarmah, S. P. Coordination of a single-manufacturer/multi-buyer supply chain with credit option / S. P. Sarmah, D. Acharya, S.K. Goyal // *International Journal of Production Economics*. – 2008. – 111 (2). – P. 676–685.
127. Griбанова, Е. В. Algorithm for solving the inverse problems of economic analysis in the presence of limitations / Е. В. Griбанова // *EUREKA: Physics and Engineering*. – 2020. – № 1. – P. 70–78.
128. Datta, S. Efficient genetic algorithm on linear programming problem for fittest chromosomes / S. Datta, C. Garai, C. Das // *Journal of Global Research in Computer Science*. – 2012. – №6. – P. 1–7.
129. Пересветов, В. В. Эволюционные алгоритмы и локальный поиск в решении нелинейных транспортных задач / В. В. Пересветов // *Информатика и системы управления*. – 2014. – № 2. – С. 22–32.
130. Griбанова, Е. Stochastic Algorithm to Solve the Problem of Linear Programming with Backward Calculations / Е. Griбанова // *Proceedings of the international workshop "Applied methods of statistical analysis. Nonparametric methods in cybernetics and system analysis"*, Krasnoyarsk. – Novosibirsk: NSTU publisher, 2017 – С. 196–203.
131. Грибанова, Е. Б. Алгоритм решения задачи линейного программирования с помощью обратных вычислений / Е. Б. Грибанова // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. – 2017. – №9. – С. 1062–1075.
132. Griбанова, Е. Algorithm for regression equation parameters estimation using inverse calculations / Е. Griбанова // *Proceedings of the international workshop "Applied methods of statistical analysis. Statistical computation and simulation"*, Novosibirsk. – Novosibirsk: NSTU, 2019. – С. 357–364.
133. Griбанова, Е. В. Development of a price optimization algorithm using inverse calculations / Е. В. Griбанова // *Eastern-European journal of Enterprise technologies*. – 2019. – № 5 (4). – P. 18–25.
134. Chen, R. Capacitated assortment and price optimization for customers with disjoint consideration sets / R. Chen, H. Jiang // *Operations Research Letters*. – 2017. – № 45. – С. 170–174.

135. Gallego, G. Multiproduct price optimization and competition under the nested logit model with product-differentiated price sensitivities / G. Gallego, R. Wang // *Operations Research*. – 2014. – № 62 (2). – С. 450–461.
136. Ferreira, K. J. Analytics for an online retailer: demand forecasting and price optimization / K. J. Ferreira, B. H. A. Lee, D. Simchi-Levi // *Manufacturing & Service Operations Management*. – 2015. – № 18 (1). – С. 69–88.
137. Caro, F. Clearance pricing optimization for a fast-fashion retailer / F. Caro, J. Gallien // *Operations Research*. – 2012. – № 60 (6). – С. 1404–1422.
138. Harsha, P. A practical price optimization approach for omnichannel retailing / P. Harsha, S. Subramanian, M. Ettl // *INFORMS Journal on Optimization*. – 2019. – № 1 (3). – С. 241–264.
139. Salvietti, L. A profit-maximizing economic lot scheduling problem with price optimization / L. Salvietti, N. R. Smith // *European Journal of Operational Research*. – 2008. – № 184. – С. 900–914.
140. Katsifou, A. Joint product assortment, inventory and price optimization to attract loyal and non-loyal customers / A. Katsifou, A. R. W. Seifert, J.-S. Tancrez // *Omega*. – 2014. – № 46. – С. 36–50.
141. Chen, R. Capacitated assortment and price optimization under the multilevel nested logit model / R. Chen, H. Jiang // *Operations Research Letters*. – 2019. – № 47. – P. 30–35.
142. Qu, T. Demand prediction and price optimization for semi-luxury supermarket segment / T. Qu, J. H. Zhang, F. Chan, R. S. Srivastava, M. K. Tiwari, W. Park // *Computers & Industrial Engineering*. – 2017. – № 113. – P. 91–102.
143. Грибанова, Е. Б. Решение задачи оптимизации цены с помощью обратных вычислений / Е. Б. Грибанова // *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. – 2019. – Т. 7, № 3. – С. 1–10.
144. Katsifou, A. Joint product assortment, inventory and price optimization to attract loyal and non-loyal customers / A. Katsifou, R. W. Seifert, J.-S. Tancrez // *Omega*. – 2014. – № 46. – P. 36–50.

145. Chen, Y.-C. A probabilistic approach for traditional EOQ model / Y.-C. Chen // *Journal of Information and Optimization Sciences*. – 2003. – № 24. – С. 249–259.
146. Haksever, C. A model for optimizing multi-product inventory systems with multiple constraints / C. Haksever, J. Moussourakis // *International Journal of Production Economics*. – 2005. – № 97. – С. 18–30.
147. Dewi, S. Modeling pooled purchasing strategy in purchasing consortium to optimize total purchasing cost / S. Dewi, I. Baihaqi, E. Widodo // *Procedia Manufacturing*. – 2015. – С. 478–486.
148. Романова, Л. Е. Методические основы оптимизации товарного ассортимента / Л. Е. Романова, Д. М. Коршунова // *Известия Тульского государственного университета. Экономические и юридические науки*. – 2013. – № 5. – С. 236–241.
149. Манахов, В. В. Моделирование оптимального ассортимента ритейлера при продаже непродовольственных товаров в кредит / В. В. Манахов // *Статистика и экономика*. – 2016. – № 3. – С. 78–82.
150. Фарманов, Р. Ф. Оптимизация закупок материальных ресурсов в системе ресурсосбережения предприятий АПК / Р. Ф. Фарманов // *Вопросы структуризации экономики*. – 2008. – № 3. – С. 32–37.
151. Грибанова, Е. Б. Решение задачи оптимизации закупок с помощью обратных вычислений / Е. Б. Грибанова // *Экономический анализ: теория и практика*. – 2018. – № 3. – С. 586–596.
152. Kalayci, C. B. A comprehensive review of deterministic models and applications for mean-variance portfolio optimization / C. B. Kalayci, O. Ertenlice, M. A. Akbay // *Expert Systems With Applications*. – 2019. – № 125. – С. 345–368.
153. Griбанова, E. B. An Iterative Algorithm for Solving Inverse Problems of Economic Analysis Using Weighting Factors. *Advances in Engineering Research* / E. B. Griбанова. – New York: Nova Publishers. – 2021. – P. 49–79.
154. Tomazella, C. P. A comprehensive review of Branch-and-Bound algorithms: Guidelines and directions for further research on the flowshop scheduling problem / C. P.

Tomazella, M. S. Nagano. // *Expert Systems with Applications*. – 2020. – № 158. – С. 1–19.

155. Gmys, J. A computationally efficient Branch-and-Bound algorithm for the permutation flow-shop scheduling problem / J. Gmys, M. Mezmaz, N. Melabb, D. Tuyttens. // *European Journal of Operational Research*. – 2020. – № 284. – P. 814–833.

156. Salman, R. Branch-and-bound for the Precedence Constrained Generalized Traveling Salesman Problem / R. Salman, F. Ekstedt, P. Damaschke // *Operations Research Letters*. – 2020. – № 48. – P. 163–166.

157. Гвоздев, Е. В. Методология анализа показателей влияния человеческого фактора на комплексную безопасность электроэнергетических предприятий / Е. В. Гвоздев, Е. Б. Грибанова, Ю. Г. Матвиенко // *Безопасность труда в промышленности*. – 2020. – № 12. – С. 38–43.

158. Айвазян, С. А. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник для вузов / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1005 с.

159. Grigoreva, M. Research Activities of Students and Information Technology as a Method to Support Interdisciplinary Teaching in Training Process of Technical University / M. Grigoreva, E. Gribanova, T. Kust // *Advances in Computer Science Research: Proceedings of the 2016 Conference on Information Technologies in Science, Management, Social Sphere and Medicine, Tomsk*. – Atlantis Press, 2016. – С. 322–327.

160. Грибанова, Е. Б. Модели прогнозирования выручки ресторана быстрого питания / Е. Б. Грибанова, Е. С. Соломенцева // *Экономический анализ: теория и практика*. – 2018. – № 4. – С. 754–767.

161. Gribanova, E. V. Models to forecast revenue of fast food restaurants / E. V. Gribanova, E. S. Solomentseva // *Дайджест-финансы*. – 2018. – № 2. – С. 212–220.

162. Грибанова, Е. Б. Эконометрика. Практикум. Учебное пособие / Е. Б. Грибанова. – М.: «Горячая линия-Телеком», 2019. – 148 с.

163. Терских, Д. В. Исследование регрессионных моделей прогнозирования онлайн продаж купонов на скидку / Д. В. Терских, Е. Б. Грибанова // *Информационные технологии в науке, управлении, социальной сфере и медицине*:

сборник научных трудов V Международной конференции, Томск. – Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2018. – Ч.2. – С.114-117 .

164. Терских, Д. В. Модель поддержки принятия решений о размещении купона на сайте cupon.tomsk.ru / Д. В. Терских, Е. Б. Грибанова // Инноватика–2019: сб. материалов XV Международной школьконференции студентов, аспирантов и молодых ученых, Томск. – Томск: STT, 2019. – С. 425–427.

165. Шакирзянова, А. М. Регрессионная модель оценки рыночной стоимости объектов недвижимости / А. М. Шакирзянова, Е. Б. Грибанова // Молодежь и современные информационные технологии: сборник трудов XII Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, Томск. – Томск: Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 2014. – С. 172–173.

166. Грибанова, Е. Б. Модель оценки удовлетворенности потребителей на основе онлайн-отзывов с помощью метода главных компонент / Е. Б. Грибанова, В. В. Саулин // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2021. – № 2.– С. 6–7.

167. Griбанова, E. B. Econometric models for evaluation of marketing activities` indicators of social network / E. B. Griбанова, I. V. Shirenikov, A. V. Katasonova // Advances in Economics, Business and Management Research: Proceedings of the conference «Trends of Technologies and Innovations in Economic and Social Studies», Tomsk. – Atlantis Press, 2017. – P. 227–233.

168. Goyal, S. Social networks and the firm / S. Goyal, J. Gagnon // Revista de Administracao. – 2016. – № 51. – P. 240–243.

169. Шеннон, Р. Дж. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р. Дж. Шеннон. – М.: Мир, 1978. – 418 с.

170. Кельтон, В. Имитационное моделирование / В. Кельтон, А. Лоу. – СПб.: Питер; Киев: Издательская группа ВНУ, 2004. – 847 с.

171. Грибанова, Е. Б. Процессно-ориентированное моделирование систем массового обслуживания в Excel / Е. Б. Грибанова // Прикладная информатика. – 2015. – № 6. – С. 83–90.
172. Грибанова, Е. Б. Табличная имитационная модель системы обслуживания ресторана быстрого питания / Е. Б. Грибанова, Е. А. Кармановская, И. Н. Логвин // Прикладная информатика. – 2019. – № 5. – С. 111–119.
173. Грибанова, Е. Б. Табличное моделирование как инструмент интерактивного обучения базовым понятиям эконометрики / Е. Б. Грибанова // Статистика и экономика. – 2016. – №1. – С. 40–45.
174. Gribanova, E. B. Algorithms for Solving Inverse Problems of Simulation Modeling / E. B. Gribanova // International Journal of Computing. – 2021. – №3. – С. 433–439.
175. Грибанова, Е. Б. Метод решения обратных задач экономического анализа на основе статистических данных / Е. Б. Грибанова, П. Э. Тугар-оол // Корпоративные финансы. – 2017. – №3. – С. 111–120.
176. Gribanova, E. B. Economic analysis inversion mechanism taking into account argument interrelation / E. B. Gribanova, I. N. Logvin. // Proceedings of the 1st International Scientific Conference "Modern Management Trends and the Digital Economy: from Regional Development to Global Economic Growth", Ekaterinburg. – Atlantis Press, 2019. – P. 86–92.
177. Грибанова, Е. Б. Система решения обратной задачи формирования маржинальной прибыли предприятия / Е. Б. Грибанова, И. Н. Логвин // Сборник трудов Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Современные технологии принятия решений в цифровой экономике», Юрга. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2018. – С. 242–244.
178. Грибанова, Е. Б. Модель оценки групп социальной сети для реализации маркетинговых мероприятий / Е. Б. Грибанова, А. В. Катасонова // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2017. – №2. – С. 68–72.

179. Катасонова, А. В. Распознавание оплаченных аккаунтов пользователей социальной сети "ВКонтакте" / А. В. Катасонова, Е. Б. Грибанова // *Инноватика–2019: сб. материалов XV Международной школыконференции студентов, аспирантов и молодых ученых, Томск. – Томск: STT, 2019. – С. 388–392.*
180. Грибанова, Е. Б. Алгоритмы моделирования распространения информации при маркетинговых мероприятиях в группах онлайн социальной сети / Е. Б. Грибанова // *Проблемы управления. – 2018. – № 1. – С. 66–73.*
181. Грибанова, Е. Б. Алгоритм оценки маркетинговых мероприятий онлайн социальной сети «ВКонтакте» на основе каскадной модели распространения информации / Е. Б. Грибанова, И. Н. Логвин, И. В. Ширенков // *Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2018. – №3. – С. 69–74.*
182. Грибанова, Е. Б. Оптимизационные модели выбора групп социальной сети для размещения рекламы / Е. Б. Грибанова // *Экономический анализ: теория и практика. – 2017. – №10. – С. 1989–2000.*
183. Законов, А. В. Сравнение алгоритмов обучения нейронной сети для идентификации потенциальных покупателей / А. В. Законов, Е. Б. Грибанова // *Информационные технологии в науке, управлении, социальной сфере и медицине: сборник научных трудов V Международной конференции, Томск. – Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2018. – Ч.2. – С. 42–45.*
184. Законов, А. В. Система для оценки наличия потенциальных покупателей в группах онлайн социальной сети «ВКонтакте» / А. В. Законов, Е. Б. Грибанова // *Научная сессия ТУСУР: Материалы Международной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, Томск. – Томск: В-Спектр, 2019. – Ч.3. – С. 119–121.*
185. Griбанова, E. B. Algorithm for Estimating the Time of Posting Messages on Vkontakte Online Social Network / E. B. Griбанова, A.S. Savitsky // *International Journal on Information Technologies and Security. – 2020. – №1. – P. 3–14.*

186. Грибанова, Е. Б. Разработка программы оценки времени размещения сообщения в онлайн-социальной сети ВКонтакте / Е. Б. Грибанова, А. С. Савицкий // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2020. – №1. – С. 13–14.

187. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2021662008. Программа оценки времени размещения сообщений в группах онлайн-социальной сети ВКонтакте / Грибанова Е.Б., Савицкий А.С.; заявл. 07.07.2021; зарег. 09.07.21

188. Аникин, В. И. Визуальное табличное моделирование клеточных автоматов в Microsoft Excel: монография / В. И. Аникин, О. В. Аникина. – Тольятти: Изд-во ПВГУС, 2013. – 324 с.

189. Логвин, И. Н. Реализация сценария обработки формул системы табличного моделирования экономических процессов / И. Н. Логвин, Е. Б. Грибанова // Перспективы развития фундаментальных наук: сборник трудов XVI Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных, Томск. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2019, Т.5. – С. 96–98.

190. Грибанова, Е. Б. Имитационное моделирование экономических процессов. Практикум в Excel. Учебное пособие / Е. Б. Грибанова, И. Н. Логвин. – М.: Кнорус, 2020. – 228 с.

191. Логвин, И. Н. Сценарий многократной имитации системы табличного моделирования экономических процессов / И. Н. Логвин, Е. Б. Грибанова // Информационные технологии в науке, управлении, социальной сфере и медицине: сборник научных трудов V Международной конференции, Томск. – Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2018. – Ч.2. – С. 82–84 .

192. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2021661430. Формирование маржинальной прибыли предприятия / Грибанова Е.Б., Логвин И.Н.; заявл. 07.07.2021; зарег. 12.07.21

193. Крюков, А. С. Автоматизация решения обратных задач экономического анализа / А. С. Крюков // Информационные технологии в науке, управлении, социальной сфере и медицине : сборник научных трудов IV Международной

научной конференции, Томск. – Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2017. – Ч. 1. – С. 221–223.

194. Баева, С. А. Автоматизация анализа выручки предприятия // Материалы Международной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Научная сессия ТУСУР–2018», Томск. – Томск: В-Спектр, 2018. – Ч.5. – С. 58 –59.

195. Мустакимов, Р. Р. Автоматизация решения обратной задачи формирования прибыли предприятия // Материалы Международной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Научная сессия ТУСУР–2020», Томск. – Томск: В-Спектр, 2020. – Ч.3. – С. 102 –105.

196. Буч, Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на С++ / Г. Буч. – М.: «Издательство Бином»; СПб.: Невский диалект, 1999. – 560 с.

197. Иванова, Г. С. Объектно-ориентированное программирование: Учебник для вузов / Г. С. Иванова, Т. Н. Ничушкина, Е. К. Пугаев. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 368 с.

198. Фаулер, М. UML. Основы / М. Фаулер . – СПб.: Символ-Плюс, 2006. – 192 с.

199. Бойченко, И.В. Программное обеспечение моделирования, обработки и анализа данных лидарного зондирования газового состава атмосферы: дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук: 05.13.18 / Бойченко Иван Валентинович. – Томск, 2002. – 113 с.

200. Гамма, Э. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования / Э. Гамма, Р. Хелм, Р. Джонсон Р. – СПб.: Питер, 2007. – 366 с.

201. Грибанова, Е. Б. Алгоритмы и комплекс программ для решения задач имитационного моделирования объектов прикладной экономики: дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук: 05.13.18 / Грибанова Екатерина Борисовна. – Томск, 2009. – 154 с.

202. Мицель, А. А. Имитационное моделирование экономических объектов. Алгоритмы и комплекс программ / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 148 с.

203. Грибанова, Е. Б. Разработка имитационных моделей экономических систем на основе объектно-ориентированного подхода / Е. Б. Грибанова // Современные техника и технологии: материалы XIV Международной научно-практической конференции, Томск. – Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2008. – С. 276–277.

204. Грибанова, Е. Б. Использование метода имитационного моделирования для выбора методики проведения аукциона / Е. Б. Грибанова, О. В. Каштанова // Научная сессия ТУСУР: Материалы Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых специалистов, Томск. – Томск: В-Спектр, 2007. – С. 185–188.

205. Грибанова, Е. Б. Система имитационного моделирования торгов, проходящих в форме аукциона / Е. Б. Грибанова, О. В. Каштанова, А.А. Мицель А.А. // Доклады ТУСУР. – 2007. – №1 (15). – С. 63–70.

206. Грибанова, Е. Б. Разработка автоматизированной системы имитационного моделирования аукционов / Е. Б. Грибанова, И. В. Бойченко // Электронные средства и системы управления. Опыт инновационного развития: доклады международной научно-практической конференции. – Томск. – Томск.: В-Спектр. – 2007. – С. 221–224.

207. Грибанова, Е. Б. Имитационная модель аукциона, проводимого с целью поставки товаров, услуг для государственных и муниципальных нужд / Е. Б. Грибанова // Доклады ТУСУР. – 2007. – №2 (16). – С. 204–210.

208. Мицель, А. А. Имитационная модель аукциона, проводимого с целью поставки товаров и услуг для государственных и муниципальных нужд / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова // Труды 6 Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Инновационные технологии и экономика в машиностроении», Юрга. – Томск: изд-во ТПУ, 2008. – С. 322–327.

209. Каштанова О.В., Грибанова Е.Б. Программа имитационного моделирования торгов, проходящих в форме аукциона «Аукцион», М., 2007. – зарег. в Отраслевом фонде алгоритмов и программ 17 апреля 2007, № 50200700854.

210. Мицель, А. А. Разработка системы имитационного моделирования управления запасами на основе объектно-ориентированной технологии / А. А. Мицель, И. В. Бойченко, Е. Б. Грибанова // Инфокоммуникационные технологии. – 2006. – т. 4. №3. – С. 59–64.

211. Бойченко И.В., Грибанова Е.Б. Программная система имитационного моделирования управления запасами «Запас», М., 2006. – зарег. в Отраслевом фонде алгоритмов и программ 26 октября 2006, № 50200601855.

212. Бойченко, И. В. Система имитационного моделирования управления запасами «Запас» / И. В. Бойченко, Е. Б. Грибанова // Компьютерные учебные программы и инновации. – 2008. – №5. – С. 145.

213. Мицель, А. А. Компьютерное имитационное моделирование экономических объектов / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова // Доклады ТУСУР. – 2005. – №3. – С. 49–56.

214. Грибанова, Е. Б. Имитационные модели экономических объектов / Е. Б. Грибанова // Актуальные проблемы экономики в творчестве студентов: Сб. статей. – СПб.: СПбГИЭУ, 2006. – С. 200–205.

215. Грибанова, Е. Б. Компьютерная система имитационного моделирования экономических объектов, разработанная на основе объектно-ориентированной технологии / Е. Б. Грибанова // Научная сессия ТУСУР: Материалы Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых специалистов, Томск. – Томск: В-Спектр, 2008. – С. 56–59.

216. Мицель, А. А. Разработка системы имитационного моделирования экономических объектов на основе объектно-ориентированного подхода / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова // Известия ТПУ. – 2007. – т. 311. №6. – С. 11–15.

217. Грибанова, Е. Б. Имитационные модели экономических объектов / Е. Б. Грибанова / Труды 6 Всероссийской научно-практической конференции с

международным участием «Инновационные технологии и экономика в машиностроении», Юрга. – Томск: изд-во ТПУ, 2008. – С. 248–251.

218. Грибанова, Е. Б. Имитационное моделирование систем управления запасами / Е. Б. Грибанова // Современное образование: традиции и новации: материалы Всероссийской научно-методической конференции, Томск. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2006. – С. 173–174.

219. Бойченко, И. В. Автоматизированная система имитационного моделирования управления запасами / И. В. Бойченко, Е. Б. Грибанова, А. А. Мицель // Информационные системы: тр. постоянно действующего науч.-техн. семинара. – 2006. – № 4 – С. 118–125.

220. Грибанова, Е. Б. Алгоритмические имитационные модели управления материальными запасами на складе / Е. Б. Грибанова, А. А. Мицель // Известия ТПУ. – 2006. – т. 309. №8. – С. 201–207.

221. Грибанова, Е. Б. Дискретно-событийное имитационное моделирование систем управления запасами / Е. Б. Грибанова, А. А. Мицель // Молодежь и современные информационные технологии: Сборник трудов V Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых специалистов, Томск. – Томск: Из-во ТПУ. – 2007 – С. 95–97.

222. Грибанова, Е. Б. Обучающие системы имитационного моделирования экономических процессов / Е. Б. Грибанова, А. А. Мицель // Доклады томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2009. – № 1. – С.131–138.

223. Бойченко, И. В. Автоматизированная система имитационного моделирования экономических процессов / И. В. Бойченко, Е. Б. Грибанова // Научная сессия ТУСУР: материалы Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых специалистов, Томск. – Томск: В-Спектр. – 2006. – С. 164–166.

224. Грибанова, Е. Б. Система имитационного моделирования экономических объектов / Е. Б. Грибанова // Научная сессия ТУСУР: материалы

Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых специалистов, Томск. – Томск: В-Спектр, 2005. – С. 196–198.

225. Грибанова, Е. Б. Система имитационного моделирования экономических объектов / Е. Б. Грибанова // Студент и научно-технический прогресс: материалы Международной научной студенческой конференции, Новосибирск. – Новосибирск: Редакционно-издательский отдел НГУ, 2005. – С. 50–54.

226. Мицель, А. А. Программа имитационного моделирования экономических объектов «Имитатор» / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова // Компьютерные учебные программы и инновации. – 2008. – № 5. – С. 144–145.

227. Мицель А.А., Грибанова Е.Б. Программа имитационного моделирования экономических объектов «Имитатор», М., 2006. – зарег. в Отраслевом фонде алгоритмов и программ 26 октября 2006, № 50200601854.

228. Мицель А. А. Практикум по имитационному моделированию экономических процессов / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова, Е. А. Ефремова. – Томск: ТУСУР, 2007. – 270 с.

229. Грибанова, Е. Б. Сборник задач по имитационному моделированию экономических процессов / Е. Б. Грибанова, А. А. Мицель. – Томск: ТУСУР, 2007 – 274 с.

230. Мицель, А. А. Имитационное моделирование экономических процессов. Учебное методическое пособие / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова. – Томск: ТМЦДО, 2007 – 50 с.

231. Мицель, А. А. Имитационное моделирование экономических процессов. Учебное пособие / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова. – Томск: ТМЦДО, 2007 – 143 с.

232. Грибанова, Е. Б. Сборник задач по математическому и имитационному моделированию экономических процессов / Е. Б. Грибанова, А. А. Мицель. – М.: «Горячая линия-Телеком», 2019. – 252 с.

233. Мицель, А. А. Имитационное моделирование экономических процессов: Учеб. пособие: в 2-х частях / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова – Томск.: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2005. – 236 с.

234. Мицель, А. А. Имитационное моделирование экономических объектов: Лабораторный практикум / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова. – Томск.: Изд-во НТЛ, 2005. – 160 с.

235. Мицель, А. А. Имитационное моделирование экономических процессов: Методические указания по выполнению лабораторных работ и курсового проекта / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова. – Томск: ТУСУР, 2006. – 108 с.

236. Грибанова, Е. Б. Игровые имитационные модели объектов экономики / Е. Б. Грибанова // Динамика систем, механизмов и машин. – 2016. – №1. – С. 320-323.

237. Griбанова, E. B. Gaming simulation models of economic entities / E. B. Griбанова // Advances in Computer Science Research, Proceedings of the IV International research conference "Information technologies in Science, Management, Social sphere and Medicine", Tomsk. – Atlantis Press, 2017. – P. 30–34.

238. Грибанова, Е. Б. Информационная система рейтинговой оценки объектов экономики / Е. Б. Грибанова, А. Н. Алимханова, П. Э. Тугар-оол // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2016. – №2. – С. 51–55.

239. Свидетельство о гос.регистрации программы для ЭВМ № 2021615840. Программа формирования интегрального показателя социально-экономического объекта / Грибанова Е.Б.; заявл. 09.03.2021; зарег. 13.04.21

240. Свидетельство о гос.регистрации программы для ЭВМ № 2021615540. Программа решения обратной задачи формирования прибыли с помощью стохастических алгоритмов / Грибанова Е.Б.; заявл. 09.03.2021; зарег. 09.04.21

Приложение А Решение обратной задачи с помощью формирования уравнения зависимости в Excel

Рассмотрим решение обратной задачи при аддитивной, мультипликативной и кратной модели в Excel. На рисунке А.1 представлено решение задачи формирования себестоимости (1.17).

Использованы следующие формулы расчёта:

$$B13=B5/B6$$

$$B14=B4*B13$$

$$B15=\text{ЕСЛИ}(F11="-"; B3+B14; B3-B14)$$

$$B19=\text{ЕСЛИ}(F11="-"; B15-B13*B18; B15+B13*B18)$$

$$B20=\text{ЕСЛИ}(F11="-"; B15-B13*B18+B18-B8; B15+B13*B18+B18-B8)$$

$$B21=B19+B18.$$

На рисунке А.1 отображено полученное в ячейке В18 решение.

	A	B	C	D	E	F	G
1			C=ПОСТ+ПЕР				
2	Исходные данные		+	-зависимость (+ - аддитивная)			
3	ПОСТ	12					
4	ПЕР	5					
5	β_1	0,3					
6	β_2	0,7					
7	C	17					
8	C новое	14					
9							
10	+	направление изменения величин (+ одно, - разное)					
11							
12							
13	β_1/β_2	0,42857143					
14	ПЕР* β_1/β_2	2,14285714					
15	ПОСТ-ПЕР* β_1/β_2	9,85714286					
16							
17							
18	ПОСТ	2,9					
19	ПЕР	11,1					
20	общ.ф.->0	1,7941E-13					
21	C	14					
22							

Рисунок А.1 – Решение задачи в случае аддитивной зависимости

Для определения значения ПОСТ использовалась надстройка «Поиск решения» (рисунок А.2). В случае корректного решения задачи значение в ячейке В20 будет стремиться к нулю.

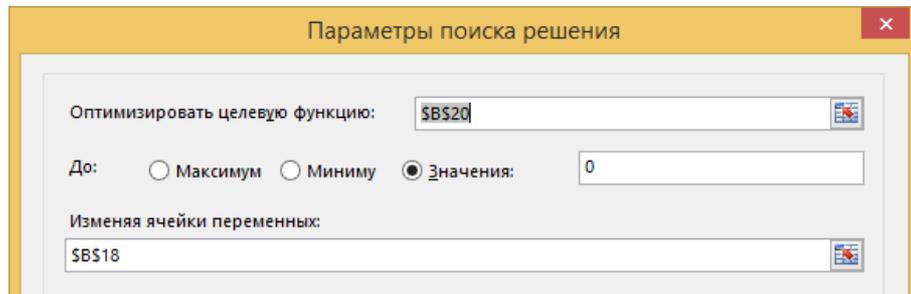


Рисунок А.2 – Параметры поиска решения

На рисунке А.3 приведено решение задачи определения цены (Ц) и количества товара (К) для достижения увеличения выручки (В) (случай мультипликативной зависимости) (1.9). На рисунке А.4 представлено нахождение прибыли (П) и себестоимости (С) для увеличения рентабельности (Р) (случай кратной зависимости) (1.18).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			$B=K*Ц$					
2	Исходные данные		*	-зависимость (* - мультипликативная)				
3	К		5					
4	Ц		3					
5	β_1		0,3					
6	β_2		0,7					
7	В		15					
8	В новое		20					
9								
10	направление изменения величин (+ одно, - разное)							
11			-					
12								
13	β_1/β_2		0,42857143					
14	$Ц*\beta_1/\beta_2$		1,28571429					
15	$К+Ц*\beta_1/\beta_2$		6,28571429					
16								
17								
18	К		4,66666847					
19	Ц		4,28571351					
20	общ.ф.->0		4,1218E-06					
21	В		20,0000041					
22								

Рисунок А.3 – Решение задачи в случае мультипликативной зависимости

	A	B	C	D	E	F
1			P=П/С			
2	Исходные данные		/	-зависимость (/ - кратная)		
3	П	20				
4	С	15				
5	β_1	0,3				
6	β_2	0,7				
7	Р	1,33333333				
8	Р новое	1,5				
9						
10	направление изменения величин (+ одно, - разное)					
11	+					
12						
13	β_1/β_2	0,42857143				
14	$C*\beta_1/\beta_2$	6,42857143				
15	$П-C*\beta_1/\beta_2$	13,5714286				
16						
17						
18	П	12,6666654				
19	С	18,9999994				
20	общ.ф.->0	1,0957E-07				
21	Р	1,50000011				
22						

Рисунок А.4 – Решение задачи в случае кратной зависимости

Формулы расчета на рисунке А.3:

$$B19 = \text{ЕСЛИ}(A11 = "-"; B15 - B13 * B18; B15 + B13 * B18)$$

$$B20 = \text{ЕСЛИ}(A11 = "-"; (B15 - B13 * B18) * B18 - B8; (B15 + B13 * B18) * B18 - B8)$$

$$B21 = B19 * B18$$

Формулы расчета на рисунке А.4:

$$B19 = \text{ЕСЛИ}(A11 = "-"; B15 - B13 * B18; B15 + B13 * B18)$$

$$B20 = \text{ЕСЛИ}(A11 = "-"; (B15 - B13 * B18) / B18 - B8; (B15 + B13 * B18) / B18 - B8)$$

$$B21 = B19 / B18$$

Приложение Б Решение обратных задач при минимизации суммы квадратов изменений аргументов и суммы модулей изменений аргументов в MathCad

На рисунках Б.1, Б.2, Б.3, Б.4, Б.5 представлено решение в MathCad задачи формирования прибыли (3.4), валовой продукции (3.6), маржинальной прибыли (3.7), объема производства (таблица 3.6), затрат (3.10) при минимизации суммы квадратов изменений аргументов соответственно

$$\Delta \text{Num} := 0 \quad \Delta \text{Price} := 0 \quad \Delta \text{Cunit} := 0$$

$$g(\Delta \text{Num}, \Delta \text{Price}, \Delta \text{Cunit}) := \Delta \text{Num}^2 + \Delta \text{Price}^2 + \Delta \text{Cunit}^2$$

Given

$$(98 + \Delta \text{Num}) \cdot (60 + \Delta \text{Price} - 19 - \Delta \text{Cunit}) = 4100$$

$$\text{des} := \text{Minimize}(g, \Delta \text{Num}, \Delta \text{Price}, \Delta \text{Cunit})$$

$$\text{des} = \begin{pmatrix} 0.163214 \\ 0.383586 \\ -0.383587 \end{pmatrix}$$

$$g(\text{des}_0, \text{des}_1, \text{des}_2) = 0.320917$$

Рисунок Б.1 – Решение задачи формирования прибыли с помощью пакета MathCad

$$\text{Pd} := 10 \quad \text{H} := 8$$

$$\Delta \text{Pd} := 0 \quad \Delta \text{H} := 0$$

$$g(\Delta \text{Pd}, \Delta \text{H}) := \Delta \text{Pd}^2 + \Delta \text{H}^2$$

Given

$$(\text{Pd} + \Delta \text{Pd}) \cdot (\text{H} + \Delta \text{H}) \cdot 10 \cdot 26 = 25000$$

$$\text{des} := \text{Minimize}(g, \Delta \text{Pd}, \Delta \text{H}) = \begin{pmatrix} 0.769575 \\ 0.928286 \end{pmatrix}$$

$$g(\text{des}_0, \text{des}_1) = 1.453961$$

Рисунок Б.2 – Решение задачи формирования валовой продукции в MathCad

ORIGIN := 1

$\Delta x_3 := 0$

$$g(\Delta x) := (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + (\Delta x_3)^2$$

Given

$$120 - (4 + \Delta x_1 - 9)^2 + 140 - (2.7 + \Delta x_2 - 10)^2 + 150 - (1.5 + \Delta x_3 - 11)^2 = 40$$

$$\text{des} := \text{Minimize}(g, \Delta x) = \begin{pmatrix} 3.78209 \\ 5.521852 \\ 7.185971 \end{pmatrix}$$

$$g(\text{des}) = 96.433234$$

Рисунок Б.3 – Решение задачи формирования маржинальной прибыли в
MathCad

$$\Delta K := 0 \quad \Delta L := 0$$

$$g(\Delta K, \Delta L) := (\Delta K)^2 + (\Delta L)^2$$

$$K := 2 \quad L := 1.15$$

Given

$$[7 \cdot (K + \Delta K)^{0.5}] \cdot (L + \Delta L)^{0.3} = 17$$

$$y := \text{Minimize}(g, \Delta K, \Delta L)$$

$$y = \begin{pmatrix} 1.472 \\ 1.268 \end{pmatrix}$$

$$g(y_0, y_1) = 3.776$$

Рисунок Б.4 – Решение задачи формирования объема производства в
MathCad

ORIGIN := 1

$$\Delta x_3 := 0 \quad \Delta x_2 := 0 \quad \Delta x_1 := 0$$

$$g(\Delta x) := (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + (\Delta x_3)^2$$

Given

$$\left(\frac{10 \cdot 2}{7 + \Delta x_1} \right) + \frac{0.3}{2} \cdot (7 + \Delta x_1) + \left[\left(\frac{5 \cdot 4}{5 + \Delta x_2} \right) + \frac{0.1}{2} \cdot (5 + \Delta x_2) \right] + \left[\left(\frac{5 \cdot 5}{4 + \Delta x_3} \right) + \frac{0.1}{2} \cdot (4 + \Delta x_3) \right] =$$

des := Minimize(g, Δx)

$$\text{des} = \begin{pmatrix} 1.525 \\ 3.102 \\ 4.069 \end{pmatrix}$$

$$g(\text{des}) = 28.508$$

Рисунок Б.5 – Решение в MathCad задачи формирования затрат

На рисунках Б.6, Б.7 представлено решение в MathCad задачи формирования объема доставки (рисунок 3.8), валовой продукции (рисунок 3.9) при минимизации суммы модулей изменений аргументов соответственно.

$$\Delta Q1 := 0 \quad \Delta Q2 := 0 \quad \Delta Q3 := 0 \quad Q1 := 15 \quad Q2 := 17 \quad Q3 := 20$$

$$f(\Delta Q1, \Delta Q2, \Delta Q3) := |\Delta Q1| + |\Delta Q2| + |\Delta Q3|$$

Given

$$14 \leq Q1 + \Delta Q1 \leq 25 \quad 16 \leq Q2 + \Delta Q2 \leq 17.5 \quad 18 \leq Q3 + \Delta Q3 \leq 25$$

$$(Q1 + \Delta Q1) + (Q2 + \Delta Q2) + (Q3 + \Delta Q3) = 60$$

$$\Delta Q := \text{Minimize}(f, \Delta Q1, \Delta Q2, \Delta Q3)$$

$$Q1 := Q1 + \Delta Q_0 = 18.75$$

$$Q2 := Q2 + \Delta Q_1 = 17.5$$

$$Q3 := Q3 + \Delta Q_2 = 23.75$$

Рисунок Б.6 – Решение задачи формирования объема доставки

$$\Delta\text{ЧР} := 0 \quad \Delta\text{Д} := 0 \quad \Delta\text{ЧВ} := 0 \quad \Delta\text{Ч} := 2 \quad \text{ЧР} := 10 \quad \text{Д} := 26 \quad \text{ЧВ} := 10 \quad \text{Ч} := 8$$

$$f(\Delta\text{ЧР}, \Delta\text{Д}, \Delta\text{ЧВ}, \Delta\text{Ч}) := |\Delta\text{ЧР}| + |\Delta\text{Д}| + |\Delta\text{ЧВ}| + |\Delta\text{Ч}|$$

Given

$$(\text{ЧР} + \Delta\text{ЧР}) \cdot (\text{Д} + \Delta\text{Д}) \cdot (\text{ЧВ} + \Delta\text{ЧВ}) \cdot (\text{Ч} + \Delta\text{Ч}) = 25000$$

$$\Delta := \text{Minimize}(f, \Delta\text{ЧР}, \Delta\text{Д}, \Delta\text{ЧВ}, \Delta\text{Ч})$$

$$\text{ЧР} := \text{ЧР} + \Delta_0 = 10.038$$

$$\text{Д} := \text{Д} + \Delta_1 = 26$$

$$\text{ЧВ} := \text{ЧВ} + \Delta_2 = 10.038$$

$$\text{Ч} := \text{Ч} + \Delta_3 = 9.542$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0.038 \\ 3.086 \times 10^{-7} \\ 0.038 \\ 1.542 \end{pmatrix}$$

$$f(\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3) = 1.619$$

Рисунок Б.7 – Решение задачи формирования валовой продукции

На рисунке Б.8 представлено решение задачи формирования прибыли при наличии ограничений (таблица 3.11, 3.12).

$$\Delta\text{Num} := 0 \quad \Delta\text{Price} := 0 \quad \Delta\text{Cunit} := 0$$

$$g(\Delta\text{Num}, \Delta\text{Price}, \Delta\text{Cunit}) := |\Delta\text{Num}| + |\Delta\text{Price}| + |\Delta\text{Cunit}|$$

Given

$$(98 + \Delta\text{Num}) \cdot (60 + \Delta\text{Price} - 19 - \Delta\text{Cunit}) = 4500$$

$$80 \leq (98 + \Delta\text{Num}) \leq 130$$

$$50 \leq (60 + \Delta\text{Price}) \leq 62.5$$

$$18.5 \leq (19 + \Delta\text{Cunit}) \leq 25$$

$$\text{des} := \text{Minimize}(g, \Delta\text{Num}, \Delta\text{Price}, \Delta\text{Cunit})$$

$$\text{des} = \begin{pmatrix} 4.272738 \\ 2.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

$$g(\text{des}_0, \text{des}_1, \text{des}_2) = 7.272738$$

Рисунок Б.8 – Решение задачи формирования прибыли при минимизации суммы абсолютных значений изменений аргументов

На рисунке Б.9 приведено решение задачи формирования маржинальной прибыли для двух торговых точек (5.10).

$$\Delta k1 := 0 \quad \Delta k2 := 0 \quad \Delta k3 := 0$$

$$f(\Delta k1, \Delta k2, \Delta k3) := \Delta k1^2 + \Delta k2^2 + \Delta k3^2$$

Given

$$(100 + \Delta k1) \cdot 0.3 \cdot 2 + (80 + \Delta k2) \cdot 0.1 \cdot 3 + (90 + \Delta k3) \cdot 0.5 \cdot 2.5 = 22$$

$$(100 + \Delta k1) \cdot 0.7 \cdot 2 + (80 + \Delta k2) \cdot 0.9 \cdot 3 + (90 + \Delta k3) \cdot 0.5 \cdot 2.5 = 50$$

$$(100 + \Delta k1) \cdot 6 + (80 + \Delta k2) \cdot 5 + (90 + \Delta k3) \cdot 5.5 \leq 1600$$

$$t := \text{Minimize}(f, \Delta k1, \Delta k2, \Delta k3)$$

$$t = \begin{pmatrix} -5.000032 \\ 5.000001 \\ 20.000034 \end{pmatrix}$$

$$f(t_0, t_1, t_2) = 450.002$$

Рисунок Б.9 – Решение задачи формирования маржинальной прибыли для двух торговых точек

На рисунке Б.10 представлено решение задачи формирования складских затрат (6.2).

$$\Delta x1 := 0 \quad \Delta x2 := 70$$

$$x1 := 200 \quad x2 := 50$$

$$f(\Delta x1, \Delta x2) := (\Delta x1)^2 + (\Delta x2)^2$$

Given

$$\begin{aligned} &0.457 \cdot (x1 + \Delta x1)^2 + 2.622 \cdot (x2 + \Delta x2)^2 \dots = 200000 \\ &+ 1.14 \cdot (x1 + \Delta x1) \cdot (x2 + \Delta x2) \dots \\ &+ -539.043 \cdot (x1 + \Delta x1) - 1604.43 \cdot (x2 + \Delta x2) \dots \\ &+ 462620.7 \end{aligned}$$

$$\text{res} := \text{Minimize}(f, \Delta x1, \Delta x2) = \begin{pmatrix} 43.784 \\ 143.063 \end{pmatrix}$$

$$x1 + \text{res}_0 = 243.784$$

$$x2 + \text{res}_1 = 193.063$$

Рисунок Б.10 – Решение задачи формирования складских затрат

Приложение В Решение оптимизационных задач с использованием математического пакета MathCad

На рисунке В.1 представлено решение задачи оптимизации цены (4.9) в MathCad.

ORIGIN := 1

$p_3 := 0$

$$g(p) := (148.2 - 1.15 \cdot p_1 - 10)^2 + (148.2 - 1.15 \cdot p_2 - 5)^2 + (148.2 - 1.15 \cdot p_3 - 11)^2$$

Given

$$p_1 \cdot (148.2 - 1.15 \cdot p_1) + p_2 \cdot (148.2 - 1.15 \cdot p_2) + p_3 \cdot (148.2 - 1.15 \cdot p_3) = 3400$$

des := Minimize(g,p)

$$\text{des} = \begin{pmatrix} 119.514224 \\ 123.810323 \\ 118.65472 \end{pmatrix}$$

$$g(p) = 5.842932 \times 10^4$$

Рисунок В.1 – Решение задачи оптимизации цены в MathCad

На рисунке В.2 представлено решение задачи оптимизации закупок (4.10) в MathCad.

ORIGIN := 1

$x_4 := 0$

$$g(x) := (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + (x_3 - 8)^2 + (x_4 - 5)^2$$

Given

$$x_1 \cdot 125 + x_2 \cdot 105 + x_3 \cdot 170 + x_4 \cdot 160 = 3000$$

des := Minimize(g, x)

$$\text{des} = \begin{pmatrix} 7.58811 \\ 13.134015 \\ 3.359825 \\ 0.632778 \end{pmatrix}$$

$$g(\text{des}) = 60.458717$$

Рисунок В.2 – Решение задачи оптимизации закупок в MathCad

На рисунке В.3 представлено решение задачи оптимизации закупок при нескольких ограничениях (4.13).

ORIGIN := 1

$x_4 := 0$

$$g(x) := (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + (x_3 - 8)^2 + (x_4 - 5)^2$$

Given

$$x_1 \cdot 125 + x_2 \cdot 105 + x_3 \cdot 170 + x_4 \cdot 160 = 3000$$

$$x_1 \cdot 50 + x_2 \cdot 40 + x_3 \cdot 40 + x_4 \cdot 55 = 1150$$

des := Minimize(g, x)

$$\text{des} = \begin{pmatrix} 9.658209 \\ 14.453586 \\ 0.304738 \\ 1.395575 \end{pmatrix}$$

$$g(\text{des}) = 76.400744$$

Рисунок В.3 – Решение задачи оптимизации закупок при нескольких ограничениях в MathCad

На рисунках В.4, В.5 представлено решение в MathCad задачи оптимизации запасов и портфеля ценных бумаг соответственно.

ORIGIN := 1

$$g(x) := \left(\frac{10.2}{x_1} \right) + \frac{0.3}{2} \cdot x_1 + \left[\left(\frac{5.4}{x_2} \right) + \frac{0.1}{2} \cdot x_2 \right] + \left[\left(\frac{5.5}{x_3} \right) + \frac{0.1}{2} \cdot x_3 \right]$$

$$x_3 := 1 \quad x_2 := 1 \quad x_1 := 1$$

Given

$$x_1 + x_2 + x_3 = 28$$

des := Minimize(g,x)

$$\text{des} = \begin{pmatrix} 7.884 \\ 9.497 \\ 10.618 \end{pmatrix}$$

$$g(x) = 65.25$$

Рисунок В.4 – Решение задачи оптимизации запасов в MathCad

ORIGIN := 1

$$m_1 := 0.2909090909 \quad m_2 := 0.121212121 \quad m_3 := 0.481481481 \quad m_4 := 0.381481481$$

$$\sigma_1 := 0.0165289256 \quad \sigma_2 := 3.1588613407 \times 10^{-3} \quad \sigma_3 := 7.6817558299 \times 10^{-4} \quad \sigma_4 := 1.817558299 \times 10^{-4}$$

$$g(x) := \sum_{i=1}^4 \left[\sigma_i \cdot (x_i)^2 \right]$$

$$x_4 := 0$$

Given

$$\sum_{i=1}^4 \left((x_i \cdot m_i) \right) = 0.37$$

$$\sum_{i=1}^4 x_i = 1$$

$$x \geq 0$$

$$\text{des} := \text{Minimize}(g, x) = \begin{pmatrix} 0.011 \\ 0.086 \\ 0.12 \\ 0.782 \end{pmatrix}$$

Рисунок В.5 – Решение задачи оптимизации портфеля в MathCad

Приложение Г Решение обратных задач в Excel с учётом коэффициентов относительной важности

Рассмотрим решение в Excel обратных задач, представленных в п.5.

На рисунке Г.1 приведено решение задачи формирования прибыли (5.6). Для это были определены следующие формулы расчёта ячеек (вычисление целевой функции и ограничения):

$$[B4]=(A2-B2*0,5/0,2)^2+(A2-C2*0,5/0,3)^2$$

$$[B5]= (100+A2)*(50+B2-20-C2)$$

	A	B	C	D	E
1	$\Delta x1$	$\Delta x2$	$\Delta x3$		
2	30	12,66272159	16,50888		
3					
4	$g(\Delta x)$	8,921256215			
5	$f(\Delta x)$	3399,999999	3400	4,68846E-13	
6					

Рисунок Г.1 – Решение задачи формирования прибыли

Поиск изменений аргументов осуществляется с помощью надстройки «Поиск решения» (рисунок Г.2). В результате в ячейках A2:C2 были получены искомые значения.

Решение задачи формирования валовой продукции (5.7) представлено на рисунке Г.3. На рисунке Г.4 приведены параметра «Поиска решения». Формулы расчёта ячеек:

$$[B3]= (A2-B2*0,4/0,2)^2+(A2-C2*0,4/0,3)^2+(A2-D2*0,4/0,1)^2$$

$$[B4]= (5+A2)*(300+B2)*(10+C2)*(3+D2)$$

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: Максимум Минимум Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

\$A\$2 = целое
\$B\$5 = \$C\$5

Добавить

Изменить

Удалить

Сбросить

Загрузить/сохранить

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок Г.2 – Определение параметров надстройки «Поиск решения» для задачи формирования прибыли

	A	B	C	D	E
1	Δx_1	Δx_2	Δx_3	Δx_4	
2	2	0,99382915	2	0,361878754	
3	$g(x)$	0,749836418			
4	$f(x)$	84999,99979	85000		
5					

Рисунок Г.3 – Решение задачи формирования валовой продукции

Параметры поиска решения ✕

Оптимизировать целевую функцию:

До: Максимум Минимум Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

\$A\$2 = целое
 \$B\$4 = \$C\$4
 \$C\$2 = целое

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок Г.4 – Определение параметров надстройки «Поиск решения» для задачи формирования валовой продукции

Приложение Д Программы анализа данных онлайн-социальной сети ВКонтакте

Программа оценки групп социальной сети для реализации маркетинговых мероприятий

Программа позволяет автоматически собрать информацию со стены сообщества социальной сети ВКонтакте (количество последних постов задается пользователем): число просмотров каждого сообщения, даты постов, число лайков, комментариев и репостов сообщения. На основе этой информации вычисляются средние значения: среднее число просмотров сообщения, среднее число сообщений в день, среднее число суммы лайков репостов и комментариев. После этого формируется рейтинг сообществ по данным критериям. Программа может быть использована для оценки динамики развития сообщества во времени, и соответственно эффективности работы администратора группы. Также программа может быть использована для сравнения нескольких сообществ между собой, например, для выбора группы для размещения рекламы или для планирования развития сообщества на основе показателей конкурентов. Использование программы позволяет автоматизировать сбор данных и сократить временные затраты.

Реализация программы выполнена на языке Java (среда разработки системы – Eclipse)

Для работы программы необходимо активное интернет-соединение. После запуска программы будет открыта форма (рисунок Д.1).

Решение задачи выбора сообщества

Введите id группы или название, следующее за строкой <https://vk.com/>

Введите число постов для исследования

Название	Просмотры	Посты	Л+р+к	Онлайн

Название	Показатель

Просмотры - среднее число просмотров указанного числа постов; Посты - среднее число публикуемых постов в день; Л+Р+К - среднее значение суммы лайков, репостов и комментариев указанного числа постов
Показатель - общий показатель, вычисленный на основе данных таблицы

Рисунок Д.1 – Основная форма

Решение задачи выбора сообщества осуществляется путем заполнения двух полей:

- 1) Id сообщества или его название, указанное в адресной строке после vk.com/.
- 2) Число постов для исследования: количество последних постов на стене (начиная со 2-го), на основе которых будет вычислена статистика.

После заполнения этих двух полей необходимо нажать кнопку «Вычислить характеристики группы». В результате в таблице появится запись с вычисленными характеристиками (рисунок Д.2):

- 1) Просмотры – среднее количество просмотров одного поста (сумма просмотров указанного числа постов, деленная на число постов).
- 2) Посты – среднее число публикуемых постов в день.

3) Л+р+к – среднее количество лайков, репостов и комментариев, приходящихся на один пост (для указанного числа постов определяется сумма лайков, репостов и комментариев и делится на число постов).

4) Онлайн – число участников сообщества, находящихся в текущий момент статусе «онлайн».

Название	Просмотры	Посты	Л+р+к	Онлайн
mayapizza	2532.02	0.390625	36.0	494

Рисунок Д.2 – Вычисленные характеристики

Аналогичным образом заполняется информация о других группах, которые рассматриваются в качестве потенциальной площадки для размещения рекламы: вводится id или название и нажимается кнопка «Вычислить характеристики группы».

Для удаления всех строк таблицы используется кнопка «Очистить».

После расчёта характеристик всех рассматриваемых групп необходимо нажать на кнопку «Сформировать рейтинг» (рисунок Д.3).

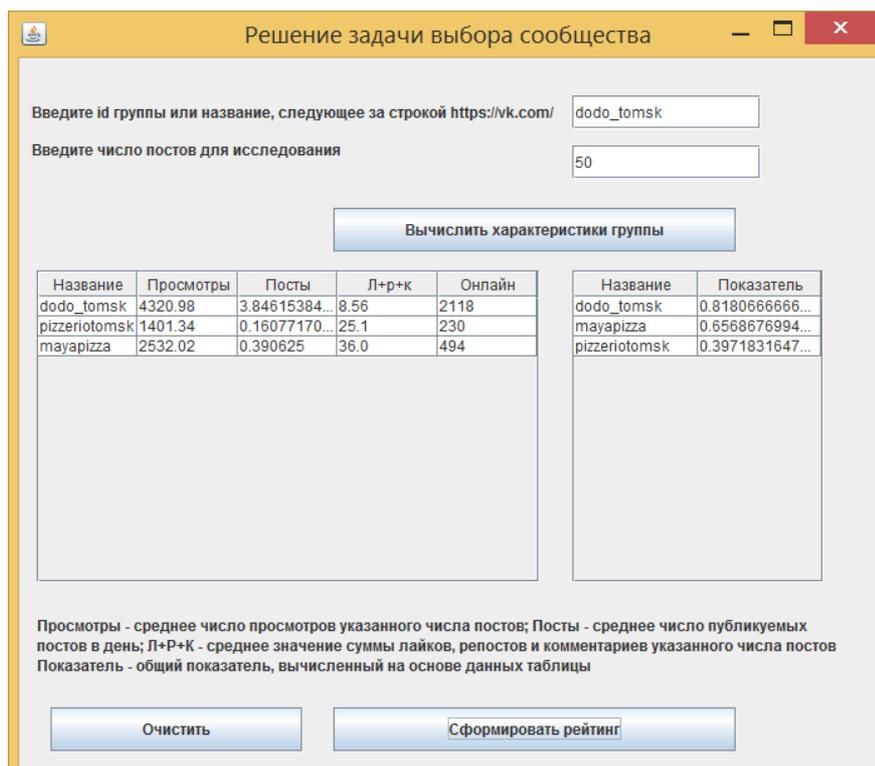


Рисунок Д.3 – Сформированный рейтинг

В результате в таблице справа будет сформирован рейтинг: вверху будет расположена наиболее привлекательная для размещения рекламы группа, в самом низу – наименее привлекательная. Рейтинг формируется на основе показателя, который вычисляется с помощью рассчитанных характеристик каждой группы (просмотры, посты, л+р+к).

Программа оценки времени размещения сообщений в группах онлайн-социальной сети ВКонтакте

Программа предназначена для определения наилучшего момента времени для размещения сообщения в сообществе социальной сети ВКонтакте. Наилучшим моментом времени считается момент, когда максимальное число участников группы находится в статусе «онлайн» и когда скорость обновления новостной ленты минимальна, т.к. в этом случае пользователь может увидеть сообщение в новостной ленте в более высокой позиции и сообщение не будет смещено другими

постами. Программа позволяет: автоматически осуществлять сбор данных о статусах пользователей (каждые 5 минут, 10 минут...); обрабатывать данные и вычислять оценки моментов на основе статусов участников; формировать рейтинг моментов времени на основе оценок статусов участников и скорости обновления ленты.

Реализация программы выполнена на языке C# (среда разработки системы – Microsoft Visual Studio 2015), при этом были использованы стандартные методы API ВКонтakte: `groups.getMembers`, `users.get`, `wall.get`, `newsfeed.get` и `execute`. Результаты сбора и обработки данных хранятся в Excel документе.

Интерфейс системы оценки времени размещения сообщений в группах социальной сети ВКонтakte представлен на рисунке Д.4. В начале работы с программой пользователю требуется предоставить доступ к своим данным в ВКонтakte (рисунок Д.5), т.к. это необходимо для получения токена, который обеспечивает доступ к запросам VK API.

Для получения токена нужно вставить следующий адрес в браузере: https://oauth.vk.com/authorize?client_id=7121736&display=page&redirect_uri=https://oauth.vk.com/blank.html&scope=friends,status,wall,groups,offline&response_type=token&v=5.103.

После подтверждения предоставления доступа к данным (рисунок Д.5), открывается новая страница где написано «Пожалуйста, не копируйте данные из адресной строки для сторонних сайтов. Таким образом Вы можете потерять доступ к Вашему аккаунту.» Это ссылка выглядит следующим образом: https://oauth.vk.com/blank.html#access_token=XXXXXX&expires_in=0&user_id=146659440.

В этой ссылке, в части `access_token`, токеном будет XXXXXX. Этот токен нужно скопировать и вставить в систему в «Токен 1», а для «Токен 2» нужно вставить другой токен, проделав те же операции.

	Начало	Конец	Статус
Этап 1: сбор	11.10.2019 0:00:00	18.10.2019 0:00:00	Готово
Этап 2: сбор	8135	8135	Готово
Этап 3: обработка	6251	8135	Выполняется
Этап 4: обработка	0	0	Ожидание
Этап 5: обработка	0	0	Ожидание

Рисунок Д.4 – Интерфейс системы

Доступ приложения к Вашим данным

Права приложения

- Доступ к данным профиля и обновлению статусной строки**
Приложению доступны Ваше имя, дата рождения, фотография и базовая информация на странице.
- Доступ к списку Ваших друзей**
Приложению доступен список Ваших друзей
- Доступ к стене**
Приложение может публиковать и изменять записи на Вашей стене
- Доступ в любое время**
Приложение имеет доступ к Вашим данным в любое время, даже когда Вы будете не в сети.
- Доступ к группам**
Приложению доступны Ваши группы

Рисунок Д.5 – Права доступа

После предоставления прав доступа, заполняются входные данные, такие как: id группы, время сбора (от 1 дня до 2 недель), интервал сбора (от 5 минут до 1 часа), оценка новостной ленты (базовая или пользовательская) и два токена.

У пользователя есть два варианта выбора оценки новостной ленты: это «базовая» или «пользовательская» (рисунок Д.6). При выборе «пользовательской»

оценки пользователю необходимо загрузить данные новостной ленты в систему, указав путь к файлу Excel, либо осуществить их сбор путем нажатия кнопки «Сбор новостной ленты» (рисунок Д.7). При выборе «базовой» оценки используются данные, заложенные в системе, которые были получены на основе сбора данных 300 групп в течение недели.

Этап	Начало	Конец	Статус
Этап 1: сбор	11.10.2019 0:00:00	18.10.2019 0:00:00	Готово
Этап 2: сбор	8135	8135	Готово
Этап 3: обработка	6251	8135	Выполняется
Этап 4: обработка	0	0	Ожидание
Этап 5: обработка	0	0	Ожидание

Рисунок Д.6 – Выбор оценки новостной ленты

Начало	Конец	Статус
11.10.2019 0:00:0	18.10.2019 0:00:0	Выполняется

Рисунок Д.7 – Интерфейс формы «Сбор новостной ленты»

Процесс работы с программой для формирования интегральной оценки включает следующие шаги:

Этап 1. Сбор данных о статусе пользователей с заданным интервалом (программа автоматически собирает сведения: id участника и статус).

Этап 2. Сбор данных о характеристиках участников.

Данные этапа 1 и 2 выгружаются в Excel, и в последующих трёх этапах выполняется их обработка.

Этап 3. Расчет характеристик индивидуальных периодов активности пользователей (на основе данных этапа 1).

Этап 4. Вычисление суммарной оценки на основе характеристик пользователей (с использованием данных этапа 2 и 3).

Этап 5. Вычисление интегральной оценки момента размещения сообщения (на основе данных этапа 4).

На рисунках Д.8–Д.12 представлены фрагменты выгруженных в файлы Excel данных, полученных в результате выполнения каждого этапа.

11.10.2019								
0:00		0:05		0:10			23:55	
Id	Онлайн	Id	Онлайн	Id	Онлайн	...	Id	Онлайн
62845	1	62845	1	62845	1	...	62845	0
67654	0	67654	1	67654	0	...	67654	0
87980	1	87980	1	87980	0	87980	1
101472	0	101472	0	101472	0	...	101472	0
103068	0	103068	0	103068	1	...	103068	1

Рисунок Д.8 – Результат обработки данных на первом этапе

Id	Друзья	Группы	Сумма лайков, репостов, комментариев
62845	416	112	0
67654	943	377	100
87980	235	737	1
101472	29	728	17
103068	141	103	96
123988	58	118	15
124398	516	2983	0

Рисунок Д.9 – Результат обработки данных на втором этапе

id	0:00	0:05	0:10	0:15	...	23:55
62845	0,051852	0,054688	0,057851	0,06034	...	0,056452
67654	0,083333	0,090909	0,0875	0,09459	...	0,084337
87980	0,006157	0,006195	0,006233	0,00627	...	0,006119
101472	0,094595	0,1	0,106061	0,10938	...	0,088608
103068	0,011925	0,012069	0,012216	0,01217	...	0,011785

Рисунок Д.10 – Результат обработки данных на третьем этапе

	суммарная оценка
0:00	762,5811272
0:05	762,6060303
0:10	757,6423215
...	...
23:50	771,0930691
23:55	785,7505141

Рисунок Д.11 – Результат обработки данных на четвертом этапе

№	Максимальная оценка интегрального показателя	Время
1	0,794286	20:35
2	0,793982	20:40
3	0,791246	20:45
4	0,789898	21:40
5	0,789467	21:20
6	0,788878	20:30
7	0,788682	21:45
8	0,788286	20:20
9	0,786766	22:20
10	0,786570	20:25
...
286	0,392620	4:55
287	0,389850	3:55
288	0,389312	3:50

Рисунок Д.12 – Результат обработки данных на пятом этапе

Приложение Е Программные системы имитационного моделирования

Программа «Имитатор»

Программа «Имитатор» реализована на языке Java. Выполнение программы возможно при использовании любой операционной системы, однако на компьютере должна быть установлена среда исполнения Java (JRE – Java Runtime Environment). Для обмена информацией между вычислительной частью и ГИП служит текстовый файл DataModel.txt.

Программа предназначена для исследования различных экономических объектов с помощью разработанных имитационных моделей.

Рассмотрим интерфейс системы. После запуска программы осуществляется загрузка моделей, номера которых указаны в файле. В качестве примера на рисунке Е.1 приведен случай загрузки пяти моделей. Далее осуществляется выбор пользователем необходимой модели (на рисунке Е.2 представлена форма модели управления запасами).

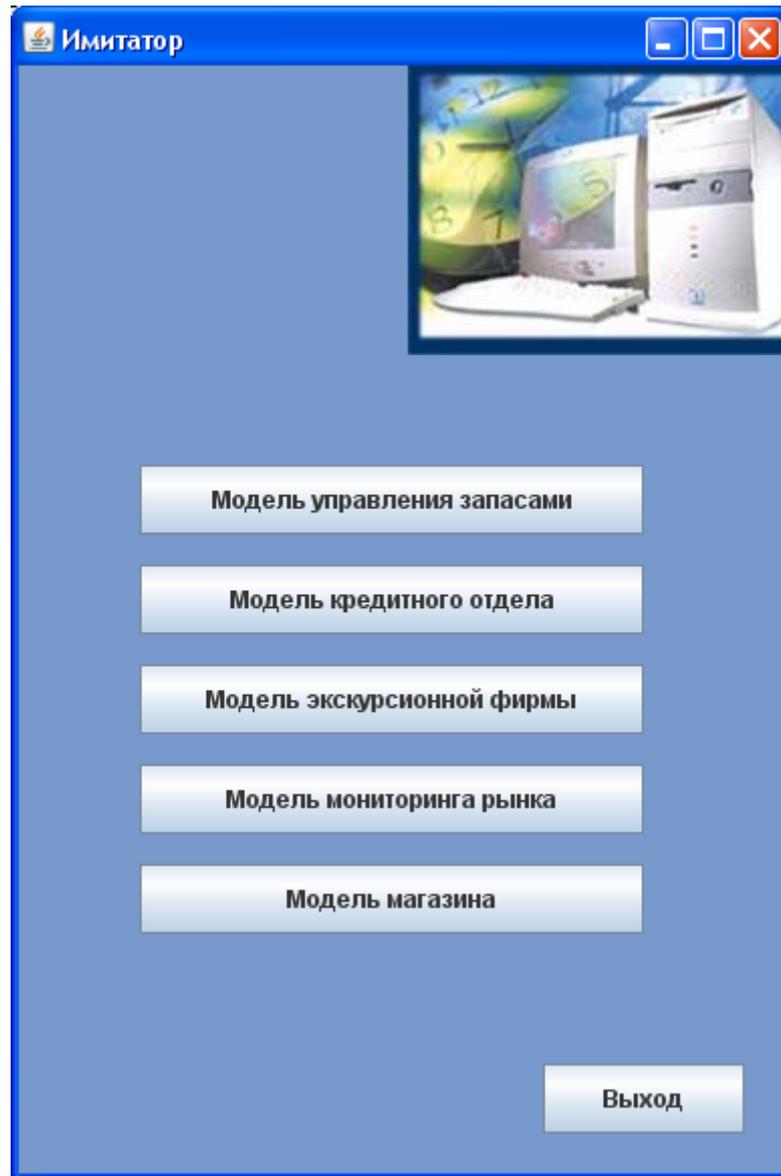


Рисунок Е.1 – Стартовая форма

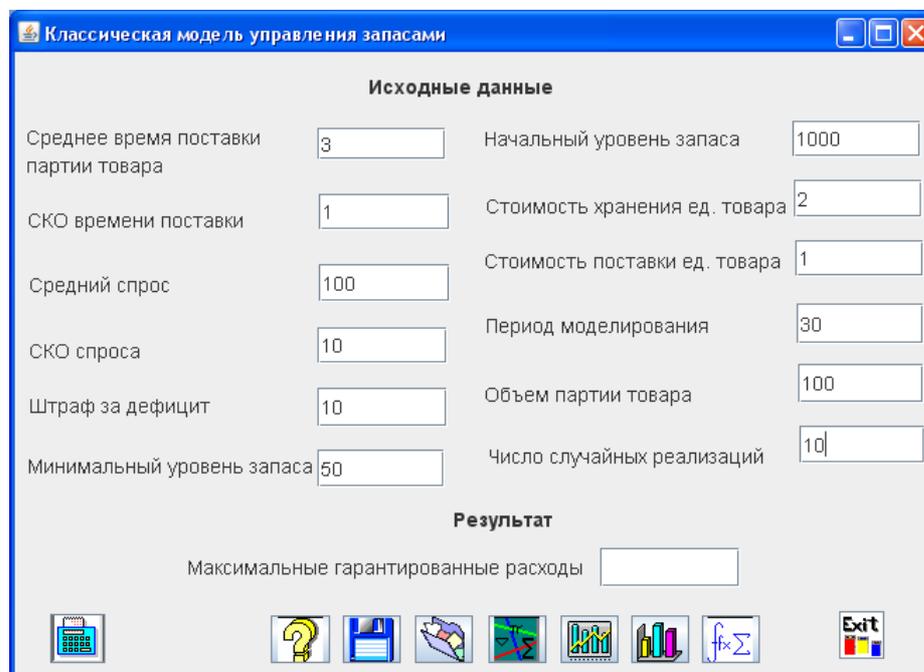
Окно модели включает кнопки для выполнения следующих действий:

-  – имитация рассматриваемого экономического объекта;
-  – получение справочной информации;
-  – сохранение в файл исходных данных;
-  – загрузка из файла входных параметров;
-  – вызов диалогового окна «Оценка рисков»;
-  – вызов окна «Свойства эксперимента»;
-  – вызов окна «Свойства графика»;

 – вызов окна «Статистические характеристики»;

 – ВЫХОД в главное окно.

Некоторые из названных окон представлены на рисунке Е.3.



Исходные данные	
Среднее время поставки партии товара	3
Начальный уровень запаса	1000
СКО времени поставки	1
Стоимость хранения ед. товара	2
Средний спрос	100
Стоимость поставки ед. товара	1
СКО спроса	10
Период моделирования	30
Штраф за дефицит	10
Объем партии товара	100
Минимальный уровень запаса	50
Число случайных реализаций	10

Результат

Максимальные гарантированные расходы

Рисунок Е.2 – Окно модели

Программа обладает графическим пользовательским «однодокументным» интерфейсом. Это означает, что в каждый момент времени доступным является только одно окно приложения. На рисунке Е.4 приведен пример схемы вызова окон программы.

Работа с имитационной моделью заключается в следующем. Пользователем вводятся исходные данные, после чего программа осуществляет имитацию функционирования исследуемой системы во времени. Затем могут вызваны этапы, осуществляющие выполнение дополнительных подзадач: оценку рисков, статистическую обработку результатов моделирования и т.д.

Простота интерфейса приводит к минимальным затратам времени на изучение программы пользователем.

Оценка рисков

Вероятность того, что доход операции меньше 0

Средний ожидаемый размер убытков 0

Отношение средних ожидаемых убытков к среднему ожидаемому доходу 0

Расчет

а)

Свойства эксперимента

Параметр: Средняя величина спроса

Минимальное значение:

Максимальное значение:

Число экспериментов:

OK

б)

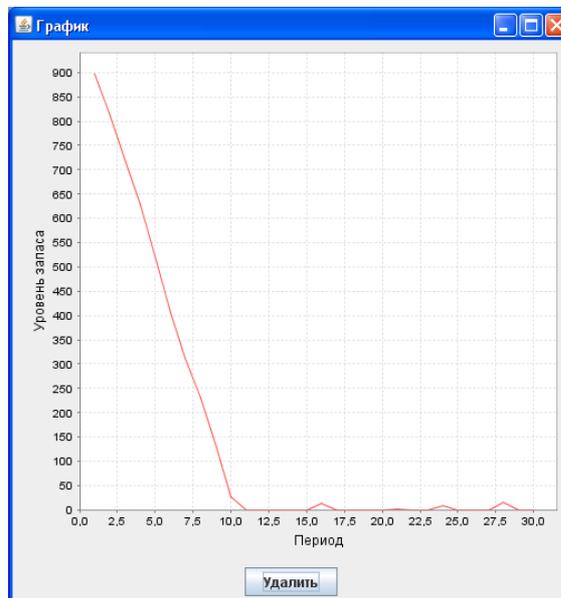
Свойства графика

Тип графика: Уровень запаса

Номер реализации/число интервалов:

OK

в)



г)

Рисунок Е.3 – Основные формы программы «Имитатор»: а) окно оценки рисков; б) окно установки свойств эксперимента; в) окно установки свойств графика; г) окно графика

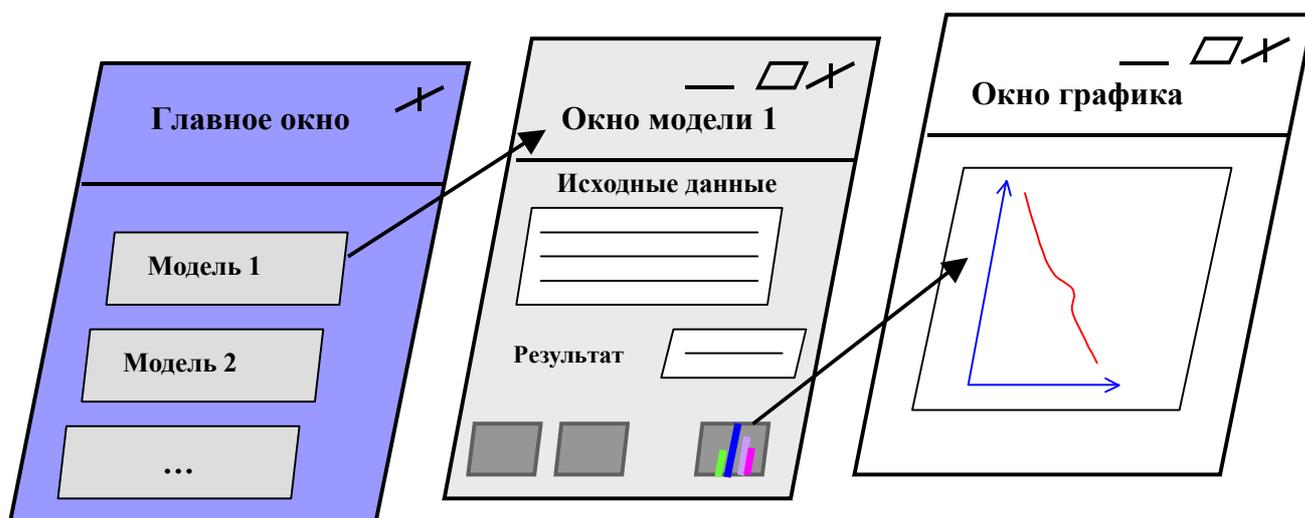


Рисунок Е.4 – Схема вызова окон программы

Дополнительно был создан электронный учебник (в виде связанных html – страниц), описывающий теоретические основы имитационного моделирования и этапы разработки включенных моделей, а также средство самоконтроля (рисунок Е.5–Е.6).

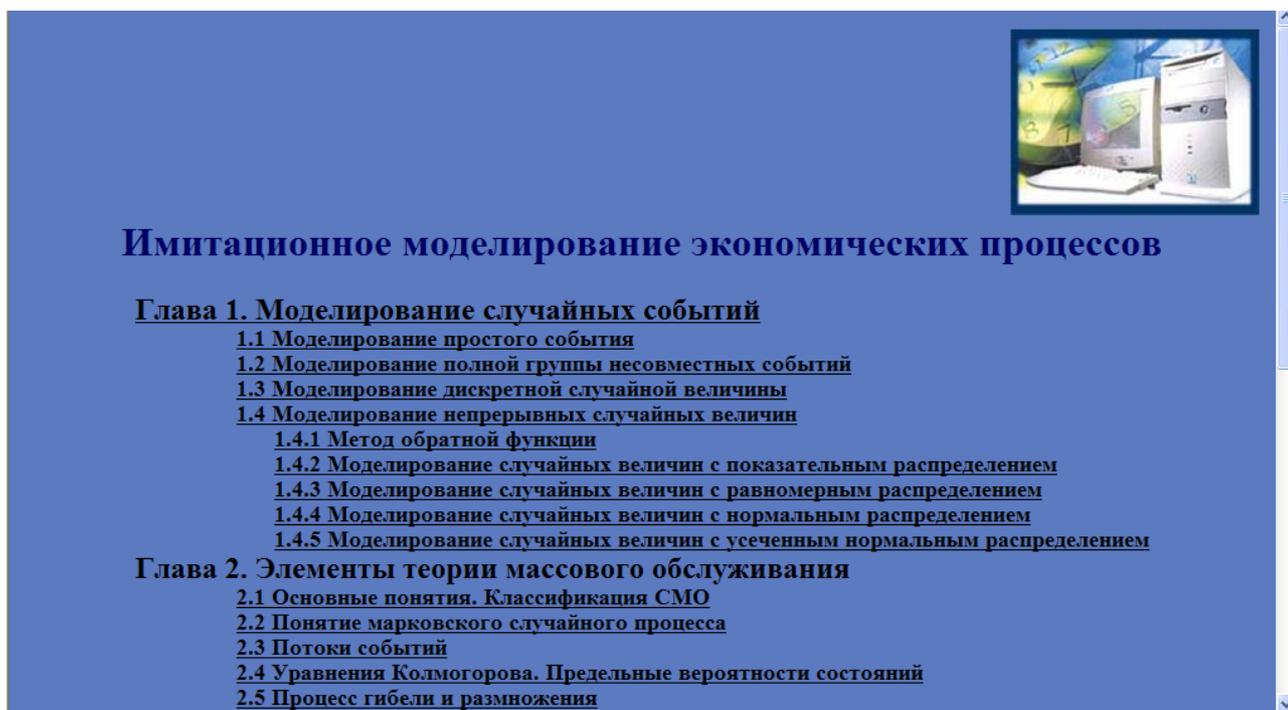


Рисунок Е.5 – Электронный учебник

11. Пусть с помощью датчика случайных чисел, равномерно распределенных в интервале (0,1) выбрано некоторое число z . Определите вероятность того, что $z < P_A$.		Всего вопросов	51
		Правильных ответов	0
1. $P(z > P_A) = \int_0^{P_A} f(x) dx = P_A$	3. $P(z < P_A) = \int_0^{P_A-1} f(x) dx$		
2. $P(z < P_A) = \int_0^{P_A} f(x) dx = P_A$	4. $P(z < P_A) = \int_0^{P_A} f(x) dx$		
Введите номер правильного ответа <input type="text"/>			
			
			

Рисунок Е.6 – Форма самоконтроля

Программа «Запас»

Программа «Запас» реализован в среде Visual Basic 6.0 и предназначена для имитационного моделирования систем управления запасами с различными характеристиками: с периодической и пороговой стратегиями подачи заявок, случайным, детерминированным, замкнутым, отложенным спросом и т.д. Она позволяет оценивать системы с заданными правилами функционирования, анализировать возможные изменения, происходящие в результате действия различных факторов.

На рисунке Е.7 представлены основные элементы интерфейса системы.

В качестве стиля интерфейса системы был выбран MDI (интерфейс со многими документами). Его техника заключается в использовании одного первичного окна, называемого родительским, которое может содержать набор связанных с ним дочерних окон.

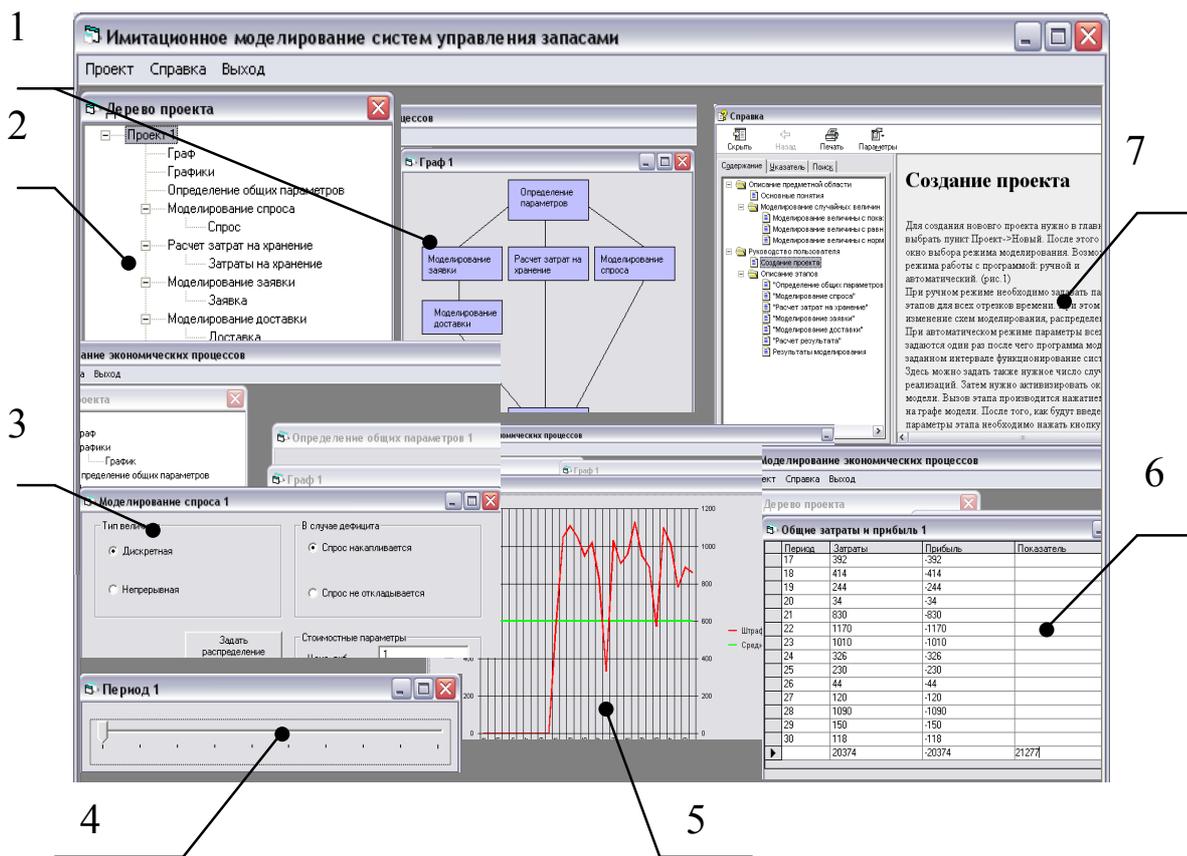


Рисунок Е.7 – Интерфейс системы: 1 – Граф алгоритма; 2 – Дерево проекта; 3 – Окно ввода параметров этапа; 4 – Элемент управления модельным временем; 5 – Окно графика; 6 – Окно таблицы с результатами моделирования; 7 – Окно справки.

Родительское окно включает дерево проекта, которое обеспечивает доступ к графу алгоритма и рассчитанным этапам. Программа может включать несколько проектов, объекты которых доступны из дерева проекта.

Процесс моделирования включает имитацию отдельных событий функционирования склада, каждому из которых соответствует этап схемы на рисунке Е.7. Вызов диалогового окна ввода параметров этапа осуществляется с помощью графа алгоритма. После задания всех исходных значений параметров происходит решение текущей задачи узла и пересчет уже рассчитанных данных.

Выходные данные системы представляются в виде статистических таблиц и графиков.

Возможны два режима работы с программой: ручной и автоматический. Ручной режим основан на последовательном запуске этапов в течение всего периода моделирования и позволяет понять, какие действия происходят на каждом этапе и как это влияет на состояние всей системы. При работе в этом режиме пользователь с помощью элемента управления получает доступ к данным каждого момента времени и может их корректировать в зависимости от ситуации (а также рассматривать системы с изменяющимися во времени исходными данными). Например, если на какой-то день были обнаружены значительные потери из-за дефицита товара, то пользователь может вернуться в предыдущий период, подать заявку на доставку или заказать партию большего объема и посмотреть, как изменятся значения параметров модели, и увеличит ли такое решение эффективность системы. Таким образом, можно осуществить поиск оптимальной стратегии управления запасами. Кроме того, ручной режим работы увеличивает степень доверия к результатам моделирования.

При автоматическом режиме пользователь сначала вводит все параметры, и затем программа без его участия моделирует поведение системы в заданном промежутке времени в течение определенного количества случайных реализаций. После окончания моделирования пользователь имеет возможность просмотра всех статистических данных за каждую реализацию.

Программа «Аукцион»

Программа «Аукцион» реализована на языке Java с помощью среды Eclipse. Для построения графиков была использована библиотека JfreeChart. Для обмена данными между интерфейсом и вычислительной частью предназначен файл DataModel.txt.

Система предназначена для имитационного моделирования аукционов, проводимых согласно ФЗ №94, в ходе которых определяется победитель и предпоследний участник. Реализовано два механизма проведения аукциона и три

стратегии участия в них (истинного, случайного и максимального предложения). Программа позволяет сравнивать характеристики рассматриваемых торгов и осуществлять выбор оптимального механизма проведения аукциона в выбранных условиях. Поэтапное выполнение имитации обеспечивает возможность работы с системой в двух режимах: ручном поэтапном и автоматическом.

Рабочее пространство системы включает форму, которая содержит главное меню и панель с тремя вкладками: «Ввод данных», «Моделирование», «Результаты». Работа с программой начинается с выбора с помощью главного меню режима работы и механизмов аукционов, используемых при имитации, а также ввода исходных данных (рисунок Е.8). Для генерирования случайных чисел предназначена форма, представленная на рисунок Е.9. Кроме того, исходные данные можно загрузить из файла. В таблице значений характеристик участников доступ к данным каждой реализации осуществляется с помощью стрелок «←» и «→».

Следующий этап работы включает проведение имитации аукционов с выбранными механизмами. В зависимости от установленного режима работы с программой действия пользователя могут заключаться либо в нажатии кнопки <ОК> (при автоматическом режиме) (рисунок Е.10 а) для выполнения имитации торгов вплоть до их завершения, либо в проведении поэтапного моделирования, требующего определения поведения участников на каждом шаге аукциона (при ручном режиме) (рисунок Е.10 б). Таблица, включающая информацию о результатах имитации, состоит из следующих граф:

- «Шаг» – номер шага аукциона;
- «Цена_Схема1», «Цена_Схема2» – цены, объявленные на текущем шаге аукционов, использующих первую и вторую схему (механизм) поиска предпоследнего участника соответственно;
- «Согласные_участники» – участники, выразившие согласие с предложенной на данном шаге ценой (порядок их отображения в таблице соответствует последовательности выражения ими согласия);

- «Величина шага» – величина шага аукциона в долях.

Наконец, на последнем этапе осуществляется определение наилучшего механизма проведения аукциона. Для этого вводятся коэффициенты важности таких характеристик, как эффективность предложения второго участника, число шагов, величина предложения предпоследнего участника, а затем рассчитывается целевая функция и определяется позиция каждого механизма (механизм с большим значением целевой функции занимает более высокую позицию и считается предпочтительным).

The screenshot shows the 'Аукцион' (Auction) software interface. The window title is 'Аукцион'. The menu bar includes 'Файл', 'Графики', 'Режим', and 'Аукционы'. The 'Режим' menu is open, showing 'Автоматический' (selected) and 'Ручной' options. Below the menu are tabs for 'Ввод данных', 'Моделирование', and 'Результаты'. The main area contains input fields for 'Число случайных реализаций' (25) and 'Число участников' (3). A table lists three participants with their minimum prices, probabilities, and strategies. The 'Начальная цена лота' is set to 1000. Buttons for 'Установить', 'Сгенерировать', and 'Генерирование...' are present.

Номер	Минимальные цены	Вероятность	Стратегия
1	716.86	1.0	0.0
2	649.61	1.0	0.0
3	675.82	1.0	0.0

Рисунок Е.8 – Интерфейс системы. Форма ввода исходных данных

Ввод параметров для генерирования случайных величин

Непрерывная Дискретная

Равномерный

Среднее значение: 700

СКО:

Величина интервала: 400

Число элементов:

Установить

Значение	Вероятность

Участники: 1 -- 3

OK

Рисунок Е.9 – Окна ввода параметров для генерирования случайных величин

Шаг	Цена_Схема1	Цена_Схема2	Согласные участники	Величина шага
1	1000	1000	1.0; 2.0; 3.0;	
2	950	950	1.0; 2.0; 3.0;	0,05
3	900	900	3.0;	0,05
4	850	850		0,05
5	855	855		0,045
6	860	860		0,04
7	865	865		0,035
8	870	870		0,03
9	875	875		0,025
10	880	880		0,02
11	885	885		0,015
12	890	890		0,01

Алгоритм	Участник	Номер	Цена	Эффективность
1	1	3.0	900.0	1.1289
2	2	1.0	940.0	0.4738
2	1	3.0	900.0	1.1290

Несогласные с предложенной ценой

Первый участник, выразивший согласие:

Второй участник, выразивший согласие:

а)

Шаг	Цена_Схема1	Цена_Схема2	Согласные уч...	Величина ша...
1	1000.0	1000.0	1.0; 2.0; 3.0;	
2	950.0	950.0	1.0; 3.0;	0,05

Алгоритм	Участник	Номер	Цена	Эффективнос...

Несогласные с предложенной ценой

2.0

3.0

Первый участник, выразивший согласие: 3.0

Второй участник, выразивший согласие: 2.0

б)

Рисунок Е.10 – Форма с результатами имитации: а) автоматический режим;

б) ручной режим

Приложение Ж Показатели оценки деятельности региона

Название показателя	Единица измерения
1	2
1. Уровень жизни	
1) коэффициент естественного прироста населения	промилле
2) ожидаемая продолжительность жизни при рождении	лет
3) уровень занятости	процент
4) уровень безработицы	процент
5) соотношение среднедушевых денежных доходов с величиной прожиточного минимума	рубль
6) среднедушевые денежные доходы населения	рубль
7) численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума	процент
8) общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на одного жителя	квадратный метр
9) удельный вес расходов домашних хозяйств на оплату жилищно-коммунальных услуг	процент
10) индекс потребительских цен	процент
2. Финансовая обеспеченность	
1) соотношение поступлений и расходований в бюджете пенсионного фонда	коэффициент
2) соотношение поступлений и расходований в бюджете фонда социального страхования	коэффициент

Название показателя	Единица измерения
3) соотношение поступлений и расходований в бюджете территориального фонда обязательного медицинского страхования	коэффициент
4) удельный вес прибыльных организаций	процент
5) скорректированный показатель кредиторской задолженности организаций	процент
6) скорректированный показатель дебиторской задолженности организаций	процент
3. Эффективность сельскохозяйственного производства	
1) производительность труда	процент
2) фондоотдача	млн. рублей
3) стоимость основных фондов полная учетная	млн. рублей
4) удельный вес прибыльных организаций	процент
5) индексы производства продукции сельского хозяйства	процент
4. Эффективность строительства	
1	2
1) производительность труда	процент
2) фондоотдача	млн. рублей
3) удельный вес прибыльных организаций	процент
4) ввод в действие жилых домов на 1000 человек населения	квадратный метр/человек
5) ввод в действие зданий жилого и нежилого назначения на 1000 человек населения	квадратный метр/человек
5. Обеспеченность трудовыми ресурсами	

Название показателя	Единица измерения
1) население в трудоспособном возрасте	тыс. человек
2) скорректированный коэффициент демографической нагрузки	коэффициент
3) уровень экономической активности населения	процент
4) выпуск на 10 000 человек населения квалифицированных рабочих	тыс. человек
5) выпуск на 10 000 человек населения специалистов со средним профессиональным образованием	тыс. человек
6) выпуск на 10 000 человек населения специалистов с высшим профессиональным образованием	тыс. человек
6. Состояние системы здравоохранения	
1) число больничных коек на 10 000 человек населения	единица
2) мощность амбулаторно-поликлинических учреждений на 10 000 человек населения	посещений в смену
3) численность врачей на 10 000 человек населения	человек
4) численность среднего медицинского персонала на 10 000 человек населения	человек
5) заболеваемость на 1000 человек населения	человек
7. Обеспеченность объектами образования	

Название показателя	Единица измерения
1) обеспеченность детей дошкольного возраста местами в дошкольных образовательных учреждениях	единица
2) численность детей, стоящих на учете для определения в дошкольные образовательные учреждения	человек
1	2
3) численность обучающихся государственных и муниципальных общеобразовательных учреждений (без вечерних (сменных)) общеобразовательных учреждений	тыс. человек
4) удельный вес обучающихся в государственных и муниципальных общеобразовательных учреждений (без вечерних (сменных)), занимающихся во вторую и третью смены	процент
5) численность студентов, обучающихся по программам бакалавриата, специалитета, магистратуры на 10000 человек населения	тыс. человек
8. Обеспеченность ИиКТ	
1) удельный вес организаций, использовавших персональные компьютеры, % от общего числа обследованных организаций соответствующего субъекта РФ (без субъектов малого предпринимательства)	процент
2) удельный вес организаций использовавших Интернет, % от общего числа	процент

Название показателя	Единица измерения
обследованных организаций соответствующего субъекта РФ (без субъектов малого предпринимательства)	
3) удельный вес организаций имевших веб-сайт, % от общего числа обследованных организаций соответствующего субъекта РФ (без субъектов малого предпринимательства)	процент
4) число ПК на 100 работников (без субъектов малого предпринимательства)	штук
5) число персональных компьютеров с доступом к сети Интернет на 100 работников (без субъектов малого предпринимательства)	штук
6) наличие персональных компьютеров в домашних хозяйствах, на 100 домохозяйств	штук

Приложение 3 Программа оценки и прогнозирования уровня социально-экономического развития регионов Сибирского федерального округа

Для разработки программы была выбрана система программирования Delphi версии 7.

На рисунке 3.1 представлено главное меню информационной системы, которое имеет вкладки: «Ввод данных», «Рейтинг», «Прогноз», «Графики» и «Выход».



Рисунок 3.1 – Главное меню

По центру расположены названия всех субъектов СФО. При нажатии на них можно увидеть краткое описание каждого региона (рисунок 3.2).



Рисунок 3.2 – Краткое описание Томской области

Вкладка «Ввод данных» предназначена для редактирования исходных данных (рисунок 3.3, 3.4).

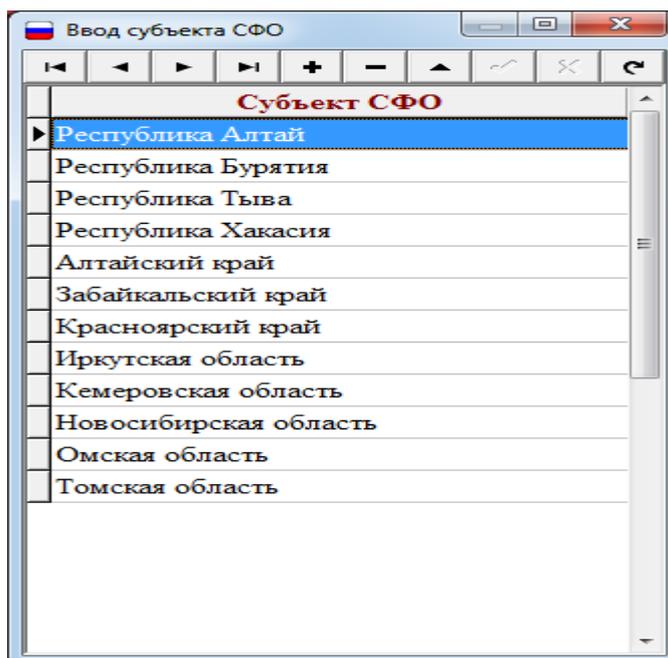


Рисунок 3.3 – Форма «Субъекты»

Ввод значений показателя

Выбор группы		Выбор показателя	
№ п/п	Название группы	№ п/п	Название показателя
1	Уровень жизни	1	Коэффициент естественного прироста
2	Финансовая обеспеченность	2	Ожидаемая продолжительность жизни при рождении
3	Эффективность сельскохозяйственного производства	3	Уровень занятости
4	Эффективность строительства	4	Уровень безработицы
5	Обеспеченность трудовыми ресурсами	5	Соотношение среднедушевых денежных доходов с величиной прожиточного минимума
6	Состояние системы здравоохранения	6	Среднедушевые денежные доходы населения
7	Обеспеченность объектами образования	7	Численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума
8	Обеспеченность информационными и коммуникационными ресурсами	8	Общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на одного жителя

№ п/п	Субъект СФО	Год 2010	Год 2011	Год 2012	Год 2013	Год 2014	Год 2015	Год 2016
1	Республика Алтай	8,3	10,5	10,9	9,8	9,6	7,9	8,1
2	Республика Бурятия	4,3	4,3	5,1	5,8	6	5,9	5,2
3	Республика Тыва	15,2	16,5	15,5	15,2	14,4	13,5	13,4
4	Республика Хакасия	1,2	1,7	2,6	2,6	2,1	1,3	1,3
5	Алтайский край	-2,3	-1,9	-0,9	-0,8	-1	1,5	-2
6	Забайкальский край	2,1	2,2	3,1	3,4	3,5	2,5	2,3
7	Красноярский край	0,1	0,5	1,5	1,7	1,7	1,7	1,4
8	Иркутская область	0,8	1,3	2	2,1	1,6	1,7	1,4
9	Кемеровская область	-3	-2,8	-1,4	-0,9	-1,4	-2	-2,2
10	Новосибирская область	-0,7	-0,5	0,3	0,7	0,7	1,1	0,8
11	Омская область	-0,7	0,1	1,1	1,3	1,9	1	0,1
12	Томская область	0,4	0,8	1,7	2,1	2	2,1	1,8

Закреть

Рисунок 3.4 – Форма редактирования значений показателей

С помощью вкладки «Рейтинг» осуществляется расчет нормированных значений показателей, а также формирование рейтинга (рисунок 3.5).

НОРМИРОВАННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Выбор группы: **Уровень жизни**

Сохранить... Закреть

№ п/п	Субъект СФО	2011	2012	2013	2014	2015	2016
7	2 Республика Бурятия	7,4005783	7,5124787	7,6188018	8,0392292	7,9113268	8,0881317
8	3 Республика Тыва	6,9005826	7,0627816	6,8197589	6,8608393	6,8380086	6,9202707
9	4 Республика Хакасия	7,4168137	7,7710113	7,7637722	8,0888844	7,8887654	8,2883098
10	5 Алтайский край	6,9468625	7,1454039	7,2744823	7,285081	7,5725416	7,959325
11	6 Забайкальский край	7,1886665	7,3610871	7,4986605	7,6231511	7,5609623	7,6159459
12	7 Красноярский край	8,4609489	8,5985168	8,6580474	8,8121138	8,6665075	8,6342345
13	8 Иркутская область	7,6901014	7,7796964	7,8382118	7,8247081	7,6736721	8,0345625
14	9 Кемеровская область	8,0762795	8,2393932	8,252358	8,195998	8,0829071	8,1146141
15	10 Новосибирская область	7,8782265	8,1394312	8,3817694	8,3408148	8,3119318	8,1639067
16	11 Омская область	8,0452682	8,3963305	8,5974994	8,5734098	8,6435834	8,7433979
17	12 Томская область	7,8181436	7,7168939	7,9375046	7,9610049	8,0415925	8,2680456
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							
31							
32							
33							
34							

Сумма нормированных значений Показатели

Рисунок 3.5 – Значения показателей групп

Во вкладке «Прогноз» рассчитываются прогнозные значения интегральных показателей и групп показателей.

Приложение И Программа формирования маржинальной прибыли предприятия

Программа реализована на языке программирования Java в среде разработки IntelliJ IDEA. Для работы с Excel документом используется библиотека Apache-POI.

Программа имеет графический интерфейс, с помощью которого пользователь вводит входные данные, после чего запускается процесс вычислений. При этом проверяются различные варианты ввода некорректных значений в поля и таблицу, а также вычисляется дискриминант перед выполнением основных расчетов, т.к. при отрицательном дискриминанте решения не будет. В этом случае пользователю выдается текст с рекомендацией по входным параметрам α и β . В случае успешного выполнения программы формируется Excel-файл «output.xlsx» с формулами расчета, вычисленными в программе значениями, а также входными данными и описанием ячеек.

На рисунках И.1 и И.2 представлен интерфейс программы. На вкладке «Исходные данные» вводятся исходные значения (п.6.3.1): цена изделия, количество, себестоимость единицы, направления изменения показателей, коэффициенты важности цены и объема выпуска, весовые коэффициенты показателей соответствия зависимости и исходным значениям, желаемая прибыль, максимальное значение цены и шаг её изменения. На этой вкладке также может быть выбран язык интерфейса: русский, английский. Для формирования зависимости объема выпуска от цены (6.6) на вкладке «Статистические данные» вводятся значения цены и количества.

Исходные данные		Статистические данные	
<input checked="" type="radio"/> Русский язык <input type="radio"/> English			
Цена	Количество	Направление изменения показателей(dx1, dx2)	
60	98	+	+
Кoeffициенты важности(Цена, Количество)			
Желаемая прибыль	Себестоимость	α	β
5000	19	0.5	0.5
Кoeffициенты важности (расстояния до интервала и до начального значения)			
Максимальное значение цены	Шаг	k1	k2
106	1	0.5	0.5

Рисунок И.1 – Интерфейс программы (вкладка «Исходные данные»)

Исходные данные		Статистические данные	
Цена	Количество	Цена	
100	33	Объем продаж	
100	34		
100	34		
100	38		
100	27		
80	77		
80	59		
80	43		
80	49		
80	53		
		Перед выбором документа, заполните необходимыми значениями столбцы А и В, затем импортируйте этот документ	<input type="button" value="Внести"/> <input type="button" value="Очистить выбранное"/> <input type="button" value="Загрузить данные из excel"/> <input type="button" value="Очистить таблицу"/> <input type="button" value="Готово"/>
		Наведите на нужную кнопку для появления подсказки	

Рисунок И.2 – Интерфейс программы (вкладка «Статические данные»)

Выходной документ содержит 3 листа: «Обратная задача», «Решение» и «Предиктивный интервал». На лист «Обратная задача» (рисунок И.3) отображается результат решения обратной задачи (шаг 1 алгоритма, п.6.3), при этом величины цены и количества округляются таким образом, чтобы полученное значение прибыли имело минимальное отклонение от установленного значения. В ячейки A12, B12 программа заносит новые значения цены и количества. Эти величины необходимо округлить, поэтому в ячейках A16:D19 определены варианты округления величин и выбран тот, для которого абсолютное отклонение от заданного значения будет минимальным (для значений на рисунке И.3 минимальное отклонение расположено в ячейке D18). Автоматически формируемые формулы:

$$[A10]=A6/B6*B10$$

[B10] =ЕСЛИ(И(A8="+";B8="+");МИН(ABS(E9);ABS(F9));ЕСЛИ(И(A8="+";B8="-");МИН(ABS(E11);ABS(F11));ЕСЛИ(И(A8="-";B8="+");МИН(ABS(E13);ABS(F13));МИН(ABS(E15);ABS(F15))))))

[A12]=A3+A10

[B12]=B3+B10

[A16]=ОКРУГЛВВЕРХ(A12;0)

[B16]=ОКРУГЛВВЕРХ(B12;0)

[C16]=(A16-\$E\$3)*B16

[D16]=ABS(C16-\$C\$12)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1																		
2	Цена	Количество		Желаемая	Себестоимость		Прибыль=количество*(цена-себестоимость)											
3	60	98		5000	19													
4	Коэффициенты важности						4018											
5	α	β																
6	0,5	0,5																
7	Направление изменения показателей																	
8	+	+					Решение квадратного уравнения для увеличения всех показателей											
9	dx1	dx2				6,738114	-145,738											
10	6,738114	6,738114	Значения изменения															
11	Новая цена	Новое кол	Новая прибыль				#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!										
12	66,73811	104,7381	5000				Решение квадратного уравнения при уменьшении цены и увеличении количества											
13	Искомые значения						#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!										
14	Округление - выбирается результат, наименьшее отклонение						Решение квадратного уравнения при уменьшении всех показателей											
15	Цена	Количество	Прибыль	Отклонение	145,7381	-6,73811												
16	67	105	5040	40														
17	66	104	4888	112														
18	67	104	4992	8			Минимальное отклонение											
19	66	105	4935	65														
20																		
21																		
22																		
23																		

Рисунок И.3 – Лист «Обратная задача»

Лист «Решение» (рисунок И.4) включает таблицу со значениями цены, изменяемой с заданным шагом, количества, величин изменения показателей, границ интервалов, показателей расположения относительно границ предиктивного интервала и начального решения, нормированные показатели расположения относительно границ предиктивного интервала и начального решения, интегрального показателя. Цена, соответствующая наибольшему значению целевой функции, отмечается в качестве решения задачи (на рисунке И.5 ячейка B17).

Формируемые программой на листе формулы расчёта:

[D5]=B5-\$B\$5

$$[E5]=C5-\$C\$5$$

$$[H5]=D5^2+E5^2$$

$$[I5]=-(G5-C5)*(C5-F5)/(G5-F5)$$

$$[J5]=(\text{МАКС}(\$H\$5:\$H\$44)-H5)/(\text{МАКС}(\$H\$5:\$H\$44)-\text{МИН}(\$H\$5:\$H\$44))$$

$$[K5]=(\text{МАКС}(\$I\$5:\$I\$44)-I5)/(\text{МАКС}(\$I\$5:\$I\$44)-\text{МИН}(\$I\$5:\$I\$44))$$

$$[L5]=\$L\$3 * J5 + \$M\$3 * K5$$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Прибыль, руб.	5000			Максимальная цена, руб.	106					Коэффициенты важности	
2											k1	k2
3	Шаг, руб.	1			Себестоимость, руб.	19					0,5	0,5
4	Цена (x1), руб.	Количество (x2)	Изменение цены (dx1)	Изменение количества (dx2)	Нижняя граница	Верхняя граница	Удаленность от начального решения	Расположение относительно предиктивного интервала	Удаленность от начального решения, норм.	Расположение относительно предиктивного интервала, норм.	Интегральный показатель	
5	67,00	104,00	0	0,00	42,851	99,449	0,000	4,917	1,000	0,196	0,598	
6	68,00	102,00	1	-2,00	42,094	97,906	5,000	4,395	0,999	0,308	0,653	
7	69,00	100,00	2	-4,00	41,326	96,374	20,000	3,865	0,995	0,422	0,708	
8	70,00	98,00	3	-6,00	40,544	94,856	45,000	3,326	0,988	0,538	0,763	
9	71,00	96,00	4	-8,00	39,750	93,350	80,000	2,781	0,979	0,655	0,817	
10	72,00	94,00	5	-10,00	38,941	91,859	125,000	2,228	0,966	0,774	0,870	
11	73,00	93,00	6	-11,00	38,118	90,382	170,000	2,750	0,958	0,662	0,810	
12	74,00	91,00	7	-13,00	37,281	88,919	218,000	2,165	0,942	0,788	0,865	
13	75,00	89,00	8	-15,00	36,428	87,472	289,000	1,573	0,923	0,915	0,919	
14	76,00	88,00	9	-16,00	35,558	86,042	337,000	2,034	0,910	0,816	0,863	
15	77,00	86,00	10	-18,00	34,673	84,627	424,000	1,410	0,886	0,950	0,918	
16	78,00	85,00	11	-19,00	33,770	83,230	482,000	1,833	0,871	0,859	0,865	
17	79	83,00	12	-21,00	32,850	81,850	585,000	1,177	0,843	1,000	0,922	Максимум
18	80,00	82,00	13	-22,00	31,911	80,489	653,000	1,558	0,825	0,918	0,871	
19	81,00	81,00	14	-23,00	30,954	79,146	725,000	1,926	0,806	0,839	0,822	
20	82,00	79,00	15	-25,00	29,978	77,822	850,000	1,207	0,772	0,993	0,883	
21	83,00	78,00	16	-26,00	28,983	76,517	932,000	1,529	0,750	0,924	0,837	
22	84,00	77,00	17	-27,00	27,968	75,232	1018,000	1,834	0,727	0,859	0,793	
23	85,00	76,00	18	-28,00	26,933	73,967	1108,000	2,120	0,703	0,797	0,750	
24	86,00	75,00	19	-29,00	25,877	72,723	1202,000	2,387	0,678	0,740	0,709	
25	87,00	74,00	20	-30,00	24,800	71,500	1300,000	2,634	0,651	0,687	0,669	
26	88,00	72,00	21	-32,00	23,703	70,297	1465,000	1,765	0,607	0,873	0,740	

Рисунок И.4 – Лист «Решение»

Последний лист «Предиктивный интервал» (рисунок И.5) является вспомогательным и предназначен для вычисления границ предиктивного интервала при заданном значении объясняющей переменной (цены).

Формулы расчёта ячеек:

$$[H7]=\text{CPЗНАЧ}(B4:B13)$$

$$[H9]=\text{ПРЕДСКАЗ}(H8;C4:C13;B4:B13)$$

$$[H11]=\text{КВАДРОТКЛ}(B4:B13)$$

$$[H12]=H10 * \text{КОРЕНЬ}(1 + 1/H5 + (H8 - H7)^2 / H11)$$

$$[H14]=H9 - H13 * H12$$

$$[H15]=H9 + H13 * H12$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		Исходные данные													
3		Цена (x)	Объем продаж (y)												
4		100	33												
5		100	34				n	10							
6		100	34				df	8	Число эл-ов - 2	= n - 2					
7		100	38				mean(x)	90,00	Среднее значение x	= AVERAGE(x)					
8		100	27				x0	106	Задаваемая цена						
9		80	77				ŷ0	26,3	Определение прогноза	= FORECAST(y,x,x0)					
10		80	59				sRes	9,61509	Вычисление стандартной ошибки	= STEYX(y,x)					
11		80	43				SSx	1000	Сумма квадратов отклонений	= DEVSQ(x)					
12		80	49				se	11,19653	Стандартная ошибка прогноза	= sRes*SQRT(1/n+(x0-x̄)²/SSx)					
13		80	53				t-crit	2,30600	Хранение таблицы критических значений	= TINV(0.05,df)					
14							lower	0,48076	Нижняя граница интервала	= ŷ0 - t-crit * se					
15							upper	52,11924	Верхняя граница интервала	= ŷ0 + t-crit * se					
16															

Рисунок И.5 – Лист «Предиктивный интервал»

Приложение К Система табличного моделирования экономических процессов

Система имитационного моделирования экономических процессов разработана в среде разработки IntelliJ IDEA на языке высокого уровня Java. В системе, на данный момент, реализованы четыре типовых сценария, позволяющих автоматизировать процесс имитационного моделирования в среде Microsoft Excel, таким образом исключая необходимость программирования и ручной обработки ячеек таблицы:

- итерационные вычисления;
- решение задачи оптимизации;
- автозаполнение;
- замена формул на значение.

На рисунке К.1 изображена главная форма программы.

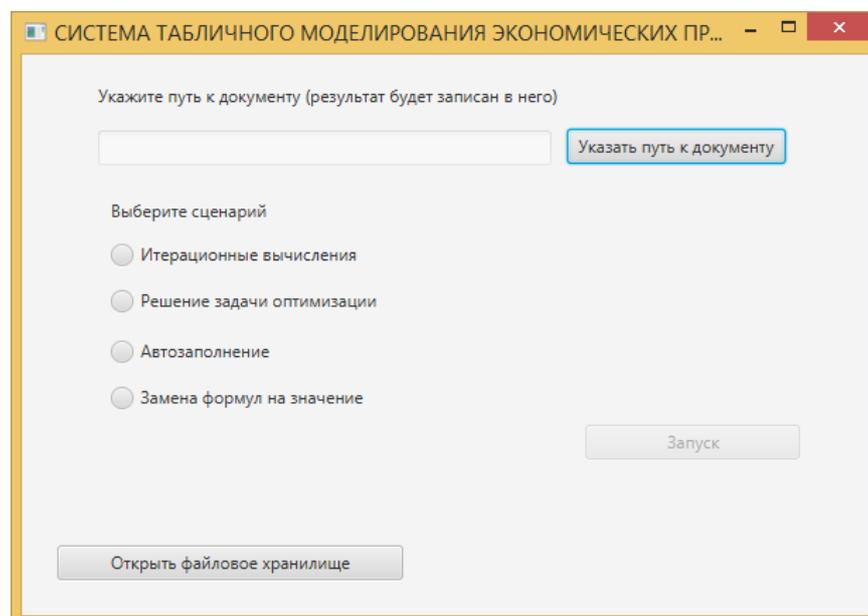


Рисунок К.1 – Главная форма программы

Рассмотрим каждый из сценариев более подробно.

Сценарий *итерационные вычисления* позволяет осуществлять многократную имитацию: рассчитывать лист Excel заданное число раз. Для этого нужно указать ячейки следующих типов:

- ячейка-итератор: число, указанное в этой ячейке показывает, сколько раз нужно лист рассчитать;
- целевая ячейка: значения из этой ячейки нужно каждую итерацию обрабатывать и результат выводить на отдельном листе. Данный сценарий позволяет выводить из каждой реализации следующие значения из выбранных ячеек: сумму, максимальное, минимальное значение, все значения.

При этом могут быть ограничения как на значения ячеек, которые используются при определении целевой, так и на целевую ячейку.

При выполнении данного макроса создается лист «Результат», где выводятся значения целевой ячейки либо результат их обработки.

Рассмотрим примеры использования сценария.

Пример. Рассмотрим использование данного сценария для решения задачи определения средней прибыли за год. Для этого определим число итераций в ячейке B5 (рисунок К.2).

	A	B	C	D	E	F
1	Цена, руб.	750		№ месяца	Количество проданного товара, кг.	Прибыль, руб.
2	Себестоимость, руб.	300		1	100,26	45118,54
3	Ср.количество, кг.	100		2	102,22	45999,73
4	СКО количества, кг.	3		3	101,53	45687,16
5	Число итераций	100		4	99,52	44783,21
6	Суммарная прибыль за год	535262,04		5	93,55	42097,12
7				6	98,79	44454,69
8				7	102,71	46221,08
9				8	95,91	43157,82
10				9	96,68	43503,96
11				10	98,13	44156,46
12				11	100,97	45437,81
13				12	99,21	44644,47

Рисунок К.2 – Исходные данные для решения задачи

После запуска программы необходимо в поле «указать путь к документу» указать путь к файлу Excel, выбрать пункт «Итерационные вычисления» и нажать кнопку «Запуск». В появившемся окне указывается ячейка B5 в качестве

итератора, ячейка В6 в качестве целевой (сначала она указывается в поле «Адрес целевой ячейки или целевой диапазон», а затем нажимается кнопка «Внести в таблицу») (рисунок К.3), и отмечается суммирование полученного результата. После этого нажимается кнопка «ОК».

Рисунок К.3 – Заполнение полей формы итерационных вычислений

Полученный результат представлен на рисунке К.4. разделив полученное значение на число итераций (100), получим, что средняя ежегодная прибыль равна 540005,52 руб.

	А	В
1		
2	Общая сумма значений из ячейки В6	54000551,99

Рисунок К.4 – Результат расчета суммарной прибыли за 100 случайных реализаций

Сценарий *решение задачи оптимизации* позволяет выполнять многократный расчет листа и запоминать минимальное значение функции и соответствующих аргументов. Для этого необходимо указать ячейки следующих типов:

- итератор: количество вычислений листа;

- целевая ячейка: ячейка, содержащая вычисление функции, которую нужно минимизировать/максимизировать;
- соответствующий диапазон: диапазон аргументов, которые нужно сохранить для минимального/максимального значения функции.

В результате выполнения сценария создается лист «Результат», где отображается наилучшее значение функции и аргументов.

На рисунках К.5, К.6 представлен пример решения задачи. В ячейку Z5 записано число 100 (число итераций). В качестве целевой ячейки выступает ячейка Z3, которая содержит расчет функции, соответствующий диапазон – набор весовых коэффициентов, которые необходимо определить таким образом, чтобы значение функции было минимальным. Значения этих коэффициентов генерируются случайным образом из интервала (-100;100) по формуле:

$$[D2]...[R2] = -100 + \text{СЛЧИС}() * (200)$$

Заполненные поля формы сценария представлены на рисунке К.5.

После запуска сценарий (кнопка «ОК») сформирован лист «Результат» (рисунок К.6).

Целевая ячейка	Соответствующий диапазон
Z3	D2:R2

Рисунок К.5 – Заполнение формы для решения оптимизационной задачи

	A	B	C	E	F
1					
2	Минимальное значение из ячейки Z3	0.0020339516084646927			
3		Значения из соответствующих ячеек:			
4			D2 = -8.16658805598891		
5			E2 = 41.89943798710107		
6			F2 = -17.907178875333884		
7			G2 = -20.164011640450326		
8			H2 = -47.54053791900701		
9			I2 = 53.662136675667426		
10			J2 = 73.59323242264463		
11			K2 = -86.39000089524744		
12			L2 = 13.326158766614611		
13			M2 = -82.15871988327304		
14			N2 = 77.46925458780035		
15			O2 = -57.06192546274487		
16			P2 = -47.99845731874637		
17			Q2 = 51.76768408567381		
18			R2 = 96.31306334333766		

Рисунок К.6 – Результат решения задачи оптимизации

Сценарий *автозаполнение* позволяет выполнять копирование ячеек до выполнения заданного условия. Данная операция может быть выполнена вручную путем выделения ячеек и «растягивания» в определенную сторону. В случае большого количества значений эта задача является трудоемкой.

Для запуска сценария необходимо указать ячейки двух типов:

3. ячейка с условием: при равенстве значения ячейки единице процесс копирования ячеек завершится;
4. диапазон, который необходимо скопировать вниз.

Для определения ячейки с условием запишем в I8 следующую формулу (необходимо выполнить моделирование поступления 1000 заявок системы массового обслуживания):

$$[I8] = \text{ЕСЛИ}(I7=1001;1;0)$$

В ячейке I7 содержится формула расчета числа заполненных ячеек времени прибытия заявок:

$$[I7] = \text{СЧЁТ}(C:C)$$

Форма сценария представлена на рисунке К.7. Формулы ячеек B5:H5 необходимо копировать вниз до выполнения условия останова.

Адрес ячейки с условием: B5:H5

Укажите название листа: Лист2

Значения из ячеек: B5:H5

Адрес ячейки, значение которой надо скопировать (по порядку):

Внести в таблицу

Очистить все

Очистить таблицу *

OK

* - для удаления одного элемента, нажмите на него правой кнопкой мыши и выберите соответствующее действие

Рисунок К.7 – Форма сценария «Автозаполнение»

В результате значения ячеек будут скопированы вниз и сгенерировано поступление 1000 заявок (рисунок К.8).

	А	В	С	Е	Ф	Г	Н	И
2		Заявка, №	Время прибытия заявки, (час:мин)	Время обслуживания (час:мин)	Обслуживание		Ожидание (час:мин)	
3					Начало (час:мин)	Конец (час:мин)		
4			9:00					
5		1	9:10	0:03	9:10	9:13	0:00	
6		2	9:11	0:04	9:13	9:18	0:02	Условие
7		3	9:12	0:00	9:18	9:19	0:05	1001
8		4	9:16	0:01	9:19	9:20	0:03	1
9		5	9:17	0:00	9:20	9:20	0:02	
10		6	9:20	0:01	9:20	9:22	0:00	
11		7	9:21	0:03	9:22	9:26	0:01	
12		8	9:24	0:00	9:26	9:27	0:02	
13		9	9:25	0:04	9:27	9:31	0:01	
14		10	9:25	0:00	9:31	9:31	0:05	
15		11	9:34	0:01	9:34	9:35	0:00	
16		12	9:46	0:00	9:46	9:46	0:00	
17		13	9:51	0:03	9:51	9:55	0:00	
18		14	9:57	0:01	9:57	9:59	0:00	
19		15	10:02	0:03	10:02	10:06	0:00	
20		16	10:02	0:04	10:06	10:10	0:03	
21		17	10:08	0:01	10:10	10:12	0:01	
22		18	10:10	0:04	10:12	10:16	0:01	
23		19	10:18	0:02	10:18	10:21	0:00	
24		20	10:19	0:01	10:21	10:22	0:01	
25		21	10:24	0:00	10:24	10:24	0:00	
26		22	10:26	0:05	10:26	10:31	0:00	
27		23	10:26	0:00	10:31	10:31	0:04	
28		24	10:27	0:16	10:31	10:48	0:04	
29		25	10:29	0:09	10:48	10:58	0:18	
30		26	10:35	0:02	10:58	11:01	0:23	
31		27	10:36	0:00	11:01	11:01	0:24	
32		28	10:36	0:00	11:01	11:01	0:24	
33		29	10:43	0:11	11:01	11:13	0:17	
34		30	10:44	0:09	11:13	11:22	0:28	
35		31	10:54	0:04	11:22	11:27	0:27	

Рисунок К.8 – Результат выполнения сценария

Сценарий *замена формул на значение* позволяет записать в ячейки с формулами полученные значения, когда необходимо зафиксировать результат и избежать пересчета случайных чисел при расчете листа. Данная операция может быть выполнена вручную путем копирования значений ячеек в соседние ячейки (Вставка -> Значения). Однако при большом объеме данных эта процедура также является трудоемкой.

Рассмотрим модель системы массового обслуживания с неограниченным ожиданием. Пусть необходимо записать вместо формул значения для времени поступления заявки и времени обслуживания заявки. Форма сценария представлена на рисунке К.9. В поле «Диапазоны ячеек с формулами» необходимо указать диапазоны ячеек, в которых нужно выполнить замену формул на значения. После этого нужно нажать кнопку «Внести в таблицу». На рисунке К.10 показан результат работы сценария.

Диапазоны
C5:C14
E5:E14

Рисунок К.9 – Заполнение формы сценария «Замена формул на значения»

E5 : *fx* =0,000801372036395214

	A	B	C	E	F	G	H
2		Заявка, №	Время прибытия заявки, (час:мин)	Время обслуживания (час:мин)	Обслуживание		Ожидание (час:мин)
3					Начало (час:мин)	Конец (час:мин)	
4			9:00				
5		1	9:00	0:01	9:00	9:01	0:00
6		2	9:01	0:05	9:01	9:07	0:00
7		3	9:02	0:05	9:07	9:12	0:04
8		4	9:04	0:00	9:12	9:13	0:08
9		5	9:05	0:03	9:13	9:16	0:08
10		6	9:10	0:01	9:16	9:18	0:06
11		7	9:17	0:00	9:18	9:19	0:01
12		8	9:17	0:06	9:19	9:25	0:02
13		9	9:22	0:00	9:25	9:25	0:03
14		10	9:24	0:02	9:25	9:28	0:01

Рисунок К.10 – Результат работы сценария «Замена формул на значения»

**Приложение Л Акты внедрения, свидетельства о регистрации
программ**

**Общество с ограниченной
ответственностью «Вокифудтомск»**
ИНН 7017361777 КПП 701701001
ОГРН 1147017018796
634041, г. Томск, ул. Белинского, 50, 14



УТВЕРЖДАЮ
Генеральный директор

«Вокифудтомск»
Малащук В.В.

2021 г.

АКТ О ВНЕДРЕНИИ

Настоящий акт подтверждает факт внедрения в ООО «Вокифудтомск» программы формирования интегрального показателя. Данная программа была адаптирована под задачу организации для выбора размещения новых торговых точек по продаже кофе. Программа позволяет вычислять интегральный показатель объектов (торговых точек) на основе совокупности характеристик расположения (район, наличие поблизости парка, расстояние до центра и т.д.) и статистических данных о действующих пунктах продажи. Также программа выполняет решение обратной задачи по определению набора характеристик для формирования интегрального показателя.

Использование программы позволяет получить полезную информацию для принятия решения относительно размещения торговых точек (о влиянии характеристик расположения на выручку, об интегральном показателе каждой точки, о необходимом изменении характеристик) и обеспечивает значительное сокращение времени на обработку и анализ данных (повышение производительности труда более 300%).

Генеральный директор
ООО «Вокифудтомск»
Малащук В.В.



Исполнитель:

доцент каф. АСУ

Грибанова Е.Б.



Общество с ограниченной ответственностью «Титан»
ИНН 7017381237 КПП 701701001
ОГРН 1157017012680
634027, г. Томск, ул. Мостовая, д. 20, офис 301

УТВЕРЖДАЮ
Директор ООО «Титан»
Козловский Сергей Андреевич
20.03.2021 г.

Акт внедрения

результатов диссертационного исследования Грибановой Екатерины
Борисовны

Настоящий акт подтверждает факт использования результатов диссертационной работы Грибановой Екатерины Борисовны в ООО «Титан», а именно моделей формирования и прогнозирования выручки, программного обеспечения «Анализ выручки». Модель прогнозирования выручки основана на регрессионной модели и позволяет выполнять краткосрочный прогноз в зависимости от будних и праздничных дней на основе статистических данных, а также путем решения обратной задачи определять моменты возникновения возможного дефицита для планирования движения денежных средств. Программа автоматизирует расчёт параметров модели, показателей её качества (индекс детерминации, ошибка аппроксимации) и прогнозных значений, скрывает от пользователя сложные расчёты и не требует от пользователя знаний в области регрессионного анализа. Применение программы позволило выявить модель с максимальной точностью решения, обеспечивающую снижение ошибки предсказания на 55% по сравнению с использованием среднего значения. Использование данных результатов обеспечивает информацией для принятия решений относительно планирования финансово-хозяйственной деятельности. Применение программы позволило также получить экономический эффект в виде снижения времени, затрачиваемого на планирование, на 20%.

Директор ООО «Титан»



Сергей Андреевич Козловский Козловский С.А.

ООО «ФОРС»
ИНН: 5041205221
КПП: 504101001
ОГРН: 1175053001100
Юридический адрес: 143960, Московская
обл, Реутов г, Фабричная ул, дом № 7,
литера Е2, помещение 135
Телефон: +7(968)0515522

УТВЕРЖДАЮ
Генеральный директор
ООО «ФОРС»
Файзутдинов А.Ф.
«30» апреля 2021 г.

АКТ

Об использовании результатов диссертационной работы
Грибановой Екатерины Борисовны

Настоящим актом подтверждается, что результаты диссертационной работы Грибановой Е.Б. были использованы в ООО «ФОРС» как часть стратегии управления запасами газовых баллонов. Построение модели было обусловлено необходимостью снижения ситуаций дефицита и затоваривания склада с целью экономии оборотных средств. Модель управления запасами, представленная в работе Грибановой Е.Б., позволила решить обозначенные проблемы путем выполнения вычислительных экспериментов с целью определения оптимальных значений управляемых переменных (объем доставки, минимальный уровень запаса, дефицит). Это позволило построить улучшенную стратегию управления запасами и снизить затоваривание склада. Применение полученных результатов позволяет сократить размер запаса на складе в среднем на 40% по сравнению с используемой ранее стратегией управления и таким образом сэкономить оборотные средства предприятия.

Генеральный директор
ООО «ФОРС»
Файзутдинов А.Ф.



ООО «ИНТЕНС-СТРОЙ»

ИНН 7017388306 КПП 701701001

ОГРН 1157017019576

634059, Томская область, г. Томск, ул. Интернационалистов, д. 31, кв. 189

г. Томск

18.03.2021 г.

Справка

о внедрении результатов диссертационной работы

Грибановой Екатерины Борисовны

Результаты диссертационной работы Грибановой Екатерины Борисовны применяются в практической деятельности ООО «Интенс-строй», в частности используется разработанный стохастический алгоритм решения обратных задач с ограничениями, а также его реализация в виде компьютерного приложения «Программа решения обратной задачи формирования прибыли с помощью стохастических алгоритмов». Программа предназначена для вычисления себестоимости, объема выпуска и цены продукции для достижения заданного значения прибыли с учетом экспертной информации, в качестве которой выступают коэффициенты относительной важности показателей и ограничения на значения величин, включая: определение искомых показателей путем генерации случайных чисел из допустимого диапазона; расчёт искомых показателей с использованием стохастического алгоритма на основе итерационного изменения прибыли с заданным шагом.

Программа помогает формировать обоснованную стратегию финансово-хозяйственной деятельности с целью повышения финансовых результатов деятельности предприятия. Экономический эффект применения программы заключается в автоматизации расчётов и сокращении временных затрат на 30%.

Директор ООО «Интенс-строй»



Жидков А.А.



УТВЕРЖДАЮ
Директор
ООО «Дельта»
Важдает А.Н.
«18» августа 2021 г.

Акт о внедрении
результатов диссертационной работы Грибановой Екатерины Борисовны

Комиссия в составе:
председателя Важдаета Андрея Николаевича, директора,
членов комиссии Думчева Дениса Игоревича, инженера по сопровождению баз данных,
Важдаетой Марии Владимировны, заместителя директора

рассмотрев результаты диссертационной работы Грибановой Е.Б. пришла к заключению:

В ООО «Дельта» внедрены следующие результаты диссертационной работы:

1. Модель оценки групп социальной сети для реализации маркетинговых мероприятий. Данная модель позволяет формировать интегральную оценку сообществ на основе ряда показателей, определяющих популярность группы среди пользователей социальной сети и частоту обновления информации в сообществе: среднее число просмотров записей; среднее число публикуемых сообщений в день; среднее число «лайков», «репостов» и комментариев одной записи. С помощью метода анализа иерархий были определены весовые коэффициенты данных характеристик. Применение модели позволяет формировать рейтинг сообществ, на основе которого может быть выполнен выбор наиболее подходящей группы для размещения рекламы с точки зрения большего охвата аудитории. В связи с этим данная модель является эффективным инструментом для поддержки принятия решений в области разработки плана маркетинговых мероприятий в социальной сети.
2. Программа для ЭВМ «Оценка групп социальной сети для реализации маркетинговых мероприятий» позволяет автоматизировать сбор данных сообществ социальной сети, а также расчёт характеристик и интегрального показателя, выполняемый на основе входной информации, в качестве которой выступают наименование сообщества и число исследуемых постов на стене сообщества. На основе интегрального показателя формируется рейтинг групп социальной сети. Программа имеет простой интерфейс и её использование не требует от пользователя выполнения трудоемких вычислений. Применение данной программы обеспечивает сокращение времени на обработку данных социальной сети более чем на 90%.

 Важдает А.Н.

 Думчев Д.И.

 Важдаета М.В.

Индивидуальный предприниматель Пушкарёва Фаина Викторовна
ОГРНИП 304450128700197 ИНН 450100986492
Магазины детской обуви: г. Курган, ТРЦ Стрекоза, 2 этаж; ТД Детский мир, 1 этаж

УТВЕРЖДАЮ
Индивидуальный предприниматель
Пушкарёва Фаина Викторовна
«*Фаина*» 2021 г.



Акт о внедрении

Настоящим актом подтверждается, что в магазине детской обуви «Непоседа» внедрена программа «Оценка времени размещения сообщений в группах онлайн-социальной сети ВКонтакте». Программа позволяет автоматизировать расчёт оценок моментов времени, в том числе основанных на информации об онлайн/офлайн статусах пользователей, и используется для выбора времени размещения сообщений в сообществе «Детская обувь в Кургане «НЕПОСЕДА» с целью увеличения числа просмотров. Применение программы позволило выявить момент с максимальным числом подписчиков, в онлайн-статусе, составляющим 11,4% от общего количества участников группы.

Заказчик
Индивидуальный предприниматель
Пушкарёва
Фаина Викторовна
Пушкарёва Ф.В.



Исполнитель:
доцент кафедры АСУ ТУСУР
Грибанова
Грибанова Е.Б.

ИП Закиров Максим Артемович

Директор: ИП Закиров Максим Артемович Адрес: 634050, Томская область, г. Томск, пер. Пионерский, д.8, кв. 31
Почтовый адрес: 634050, Томская область, г. Томск, пер. Пионерский, д.8, кв. 31 Р/с: 40802 81050 629000 2037 Банк:
ОАО «ТомскПромСтройБанк» (г. Томск) К/с: 3010 18105 00000000 728 БИК: 0469 02728 КПП: 7017 01001 ИНН:
7017 1986 0422 ЕГРИП (ОГРН): 311 7017 32500 384 Свидетельство: 70№ 001597688 Дата регистрации: 21.11.11
ОКПО: 0178 201430 ОКВЭД: 55.30



СПРАВКА О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационной работы Грибановой Екатерина Борисовны

Настоящая справка подтверждает факт внедрения в пиццерии «Maya Pizza» (ИП Закиров М.А.) результатов диссертационной работы Грибановой Е.Б.: компьютерной программы «Оценка групп социальной сети для реализации маркетинговых мероприятий», выполняющей функции сбора данных и расчёта показателей. В основе данной программы лежит математическая модель оценки сообщества ВКонтакте с применением таких показателей как среднее число просмотров сообщения, среднее количество публикуемых в день сообщений, среднее количество «лайков», «репостов» и комментариев одного сообщения. С использованием интегральной оценки, характеризующей активность и интерес к публикациям участников сообщества, а также скорость обновления контента, осуществляется ранжирование сообществ. Это позволяет выбрать группу с наилучшим показателем для размещения рекламных сообщений с целью наибольшего распространения информации. Кроме того, вычисляемые в программе характеристики позволяют выполнять оценку динамики развития конкретного сообщества во времени, и, следовательно, эффективность работы администратора группы. Также программа вычисляет число участников группы, находящихся в статусе онлайн, что может быть полезно при выборе времени размещения сообщения. В частности, в результате проведения вычислительных экспериментов с использованием данных группы ВКонтакте «MAYA PIZZA & BRISTOT Tomsk» был установлен момент времени, обеспечивающий максимальное число пользователей, находящихся в статусе онлайн, составляющее около 10% от общего количества участников сообщества.

Применение компьютерной программы освобождает от необходимости выполнять сбор данных и расчёты вручную и обеспечивает сокращение времени на обработку данных социальной сети более чем на 90%.

Управляющая ИП Закиров М.А.



[Handwritten signature]

Колпакова Елена Юрьевна

МАЯ ПИЦЦА
ЛЕНИНА 85А
ВНЕДЖЕР
№ 0158 29.06.2021

«29» июня 2021

УТВЕРЖДАЮ
заместитель директора по развитию
МАОУ ДО ДТДиМ
Еремина Е.Г.
«10» сентября 2021 г.



АКТ О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационной работы Грибановой Екатерины Борисовны

Настоящий акт составлен о том, что в муниципальном автономном образовательном учреждении дополнительного образования Дворец творчества детей и молодежи г.Томска внедрены результаты диссертационной работы Грибановой Е.Б., а именно модель и программа оценки времени размещения сообщения в группах онлайн-социальной сети ВКонтакте. Публикация сообщений в сообществах социальной сети представляет собой эффективный инструмент распространения информации, в том числе рекламного характера. При этом одним из важнейших факторов, определяющих число просмотров сообщения, является время его размещения. Выбор момента размещения сообщения осуществляется путем анализа ряда показателей. Наилучшее время размещения сообщения определяется числом пользователей, находящихся в статусе «онлайн». Кроме того, при определении момента публикации следует учитывать и количество сообщений, размещаемых другими участниками социальной сети, которые могут смещать сообщение, делая его менее заметным. Разработанная Грибановой Е.Б. программа автоматизирует сбор и обработку данных, вычисляет характеристики, основанные на статусе участников и скорости обновления новостной ленты, рассчитывает обобщенный показатель и формирует рейтинг, на основе которого можно определить момент, когда размещение сообщения будет наиболее удачным с точки зрения возможности просмотра его участниками сообщества. Выгруженные данные и вычисленные показатели хранятся в файле Excel. Сбор и расчёт показателей с использованием программы позволяет сократить время на обработку данных социальной сети более чем на 70%.

Заместитель директора по
развитию


Еремина Е.Г.



Общество с ограниченной ответственностью «Гамарджоба»

ИНН 7017478430 КПП 701701001 ОГРН 1207000010975

Юридический адрес: г. Томск, ул. Гоголя д.63-10, эл. почта: d.utoyan@yandex.ru
Адрес осуществления предпринимательской деятельности: г.Томск, пр. Фрунзе, д.35

УТВЕРЖДАЮ

Директор ООО «Гамарджоба»

Утоев Д.Р.

10 марта 2021 г.



Акт о внедрении

результатов диссертационной работы Грибановой Екатерины Борисовны

Комиссия в составе:

Утоев Давид Рустамович, директор

Иванова Зина Морфовна, заведующая кафе «Гамарджоба»

составила настоящий акт, подтверждающий факт внедрения в ООО «Гамарджоба» результатов диссертационной работы Грибановой Е.Б.:

1. Оптимизационные модели формирования маржинальной прибыли, позволяющие определять изменения показателей для достижения заданного значения прибыли.
2. Программа для ЭВМ «Формирование маржинальной прибыли предприятия», позволяющая автоматизировать расчёты на основе оптимизационных моделей. В зависимости от выбранной модели решение задачи формирования прибыли может быть выполнено при минимальном суммарном изменении аргументов, при наличии стохастической зависимости объема продаж от цены, при использовании коэффициентов относительной важности показателей.

Разработанное математическое и программное обеспечение позволяет выполнять решение обратной задачи формирования прибыли и повышает обоснованность управленческих решений при организации деятельности в сфере общественного питания.

Члены комиссии:

 /Утоев Д.Р./
 /Иванова З.М./

Общество с ограниченной ответственностью «Сибмед»
(ООО «Сибмед»)

634040, г. Томск, Иркутский тракт,
дом 194, кв. 43
ИНН 7017408182, КПП 701701001

17.03.2021 № Б/к

Справка о внедрении

результатов диссертации на соискание учёной степени доктора
технических наук Грибановой Екатерина Борисовны

Настоящая справка подтверждает факт внедрения в ООО «Сибмед» результатов диссертационной работы Грибановой Е.Б., а именно комплекса моделей, предназначенных для исследования вариантов формирования прибыли, и программы для ЭВМ «Формирование маржинальной прибыли предприятия».

В программном продукте реализованы три алгоритма решения обратной задачи формирования маржинальной прибыли. В результате работы программы происходит вычисление изменений аргументов (цена, объем продаж, себестоимость) для достижения заданного значения прибыли с учётом определяемых условий решения задачи.

Использование программы позволило сократить временные затраты на решение обратной задачи, а также исследовать различные стратегии достижения результата.

Директор

«17» марта 2021г.



Д.А. Азбукин



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе ТУСУР

П.В. Сенченко

« 3 » 09 2021

АКТ

**о внедрении результатов диссертационного исследования
Грибановой Екатерины Борисовны в учебный процесс**

Комиссия в составе:

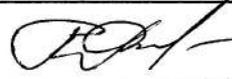
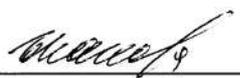
Черкашиной И.П. (декан факультета дистанционного обучения), Романенко В.В. (зав. кафедрой АСУ, к.т.н.), Исаковой О.Ю. (начальник учебно-методического отдела факультета дистанционного обучения института инноватики) установила следующее.

Результаты диссертационной работы Грибановой Е.Б. используются студентами факультета дистанционного обучения направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика при изучении курсов «Эконометрика», «Исследование операций и методы оптимизации».

В вышеизложенных курсах использованы следующие результаты диссертационного исследования: метод решения обратных задач на основе статистических данных при стохастической зависимости между показателями, метод решения обратных задач с помощью формирования уравнения зависимости между аргументами функции, метод решения обратных задач при минимизации суммы квадратов изменений аргументов (задача нелинейного программирования).

Вид внедрения: учебно-методические комплексы дисциплин «Эконометрика», «Исследование операций и методы оптимизации», а именно учебные пособия и методические указания: Грибанова Е.Б. Эконометрика: учебное пособие. – Томск: факультет дистанционного обучения ТУСУРа, 2014. – 156 с.; Грибанова Е.Б. Эконометрика: методические указания по практическим и самостоятельным работам. – Томск: факультет дистанционного обучения ТУСУРа, 2014. – 57 с.; Грибанова Е.Б., Мицель А.А. Исследование операций и методы оптимизации: учебное пособие. – Томск: ФДО, ТУСУР, 2017. – 185 с.; Грибанова Е.Б. Исследование операций и методы оптимизации: методические указания по выполнению лабораторных работ. – Томск: ФДО, ТУСУР, 2017. – 110 с.

Члены комиссии:

 / И.П. Черкашина
 / В.В. Романенко
 / О.Ю. Исакова

УТВЕРЖДАЮ



Директор по учебной работе ТУСУР

П.В. Сенченко

« 03 » 09 2021

**АКТ
внедрения в учебный процесс**

результатов диссертационной работы Грибановой Екатерины Борисовны

Комиссия в составе:

председателя Романенко В.В. (зав. кафедрой АСУ, к.т.н.), членов комиссии Исаковой А.И. (методист каф. АСУ, к.т.н., доцент), Григорьевой М.В. (доцент каф. АСУ, руководитель ОПОП бакалавриата направления 09.03.03 Прикладная информатика, профиль Прикладная информатика в экономике, к.т.н.), Мицеля А.А. (профессор каф. АСУ, руководитель ОПОП магистратуры направления 09.04.01 Информатика и вычислительная техника, профиль Автоматизированные системы обработки информации и управления в экономике, д.т.н.)

составила настоящий акт о нижеследующем.

Результаты диссертационной работы Грибановой Е.Б. используются в учебном процессе кафедры Автоматизированных систем управления при чтении курсов «Технико-экономический анализ деятельности предприятий», «Эконометрика», «Исследование операций и методы оптимизации», «Математическое и имитационное моделирование экономических процессов» для подготовки бакалавров, обучающихся по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика. В частности, результаты исследований отражены в следующих учебных пособиях, используемых студентами при изучении теоретического материала и выполнении практических работ: Грибанова Е.Б. Технико-экономический анализ деятельности предприятия. – Томск: ТУСУР, 2016. – 105 с.; Грибанова Е.Б. Эконометрика. Практикум. – М.: Горячая линия – Телеком, 2019. – 148 с.; Грибанова Е.Б., Мицель А.А. Сборник задач по математическому и имитационному моделированию экономических процессов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2019. – 252 с.; Грибанова Е.Б., Логвин И.Н. Имитационное моделирование экономических процессов. Практикум в Excel. Учебное пособие. – М.: Кнорус, 2020. – 228 с.; Грибанова Е.Б., Мицель А.А. Исследование операций и методы оптимизации: учебное пособие. – Томск: ТУСУР, 2017. – 185 с.

На основе предложенных в диссертационной работе моделей, методов, алгоритмов осуществлялась постановка задач для научно-исследовательской работы студентов, выпускных квалификационных работ

бакалавров и магистрантов. Всего было защищено 14 бакалаврских работ и 10 магистерских диссертаций. Результаты научно-исследовательских работ студентов опубликованы в рецензируемых журналах, были представлены на научных конференциях и конкурсах различного уровня, четверо студентов становились победителями конкурса на получение стипендии Правительства по приоритетным направлениям.

Председатель комиссии:

 / В.В. Романенко

Члены комиссии:

 / А.И. Исакова

 / М.В. Григорьева

 / А.А. Мицель

УТВЕРЖДАЮ

директор ООО «Система Автоматизация
Бизнес»

Сим А.Б.



УТВЕРЖДАЮ

проректор ВКСУР по научной работе,
д.т.н., профессор

Ремпе Н.Г.

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

программной системы "Аукцион", предназначенной для
имитационного моделирования торгов

Комиссия в составе 3 человек составила настоящий акт в том, что в ООО «Система Автоматизация Бизнес» внедрен пакет программ "Аукцион" для целей имитационного моделирования торгов, проходящих в форме аукциона.

В программном продукте реализованы два алгоритма проведения торгов, особенностью которых является возможность поиска предпоследнего участника, а также учет мотивов претендентов. Программа позволяет осуществлять работу в двух режимах: ручном и автоматическом, а также учитывать возникающие в системе стохастические факторы, связанные с поведением и характеристиками участников. Для сравнения результатов работы каждого алгоритма, по таким критериям как эффективность, число шагов и цена продажи второго участника используются следующие методы: определение множества Парето, абсолютная и относительная свертка критериев. Пакет предоставляет возможности графического представления результатов моделирования и их статистического анализа.

Технические преимущества состоят в автоматическом воспроизведении процесса торгов по заданному алгоритму с расчетом его характеристик.

Экономическая результативность заключается в следующем: 1) снижение затрат на повторное проведение аукциона в случае отказа победителя от заключения договора за счет нахождения предпоследнего поставщика; 2) определение оптимальной стратегии проведения аукциона в заданных условиях, обеспечивающей минимум числа шагов аукциона, цены продажи и эффективности второго поставщика.

Социальная значимость определяется использованием электронно-вычислительных устройств с применением программного обеспечения, в основе которого лежат алгоритмы проведения аукциона, непосредственно на экономических объектах.

ЗАКАЗЧИКА

Директор,

Сим А. Б.

Начальник отдела,

Симонова О. В.

Ведущий программист,

Чабанец Н.А.

ИСПОЛНИТЕЛЬ

Научный руководитель, д.т.н., профессор

Мицель А.А.

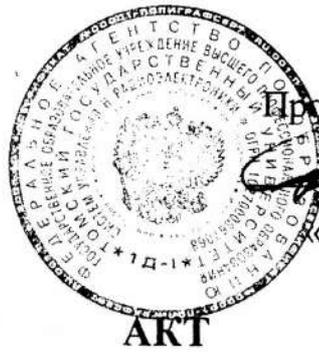
Исполнители:

Каштанова О.В.

Грибанова Е.Б.

«17» апреля 2007 г.

«10» апреля 2007 г.



УТВЕРЖДАЮ

Проректор ТУСУР по УР, к.т.н.

 М.Т. Решетников

«27» 04 2007 г.

АКТ

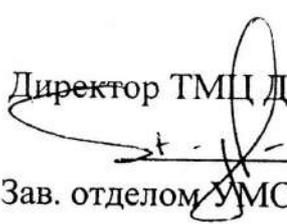
о внедрении результатов кандидатской диссертации
Грибановой Екатерины Борисовны в учебный процесс

Результаты диссертационной работы Е.Б. Грибановой существенно используются при изучении студентами ТУСУР курса: «Имитационное моделирование экономических процессов» по специальности 080801 – «Прикладная информатика (в экономике)» на кафедре АСУ и в ТМЦ ДО.

В вышеизложенном курсе использованы результаты 3-й и 4-й глав диссертации, в которых рассматриваются имитационные модели экономических объектов и система «Имитатор».

Вид внедрения: Учебные пособия «Имитационное моделирование экономических процессов», «Лабораторный практикум по имитационному моделированию экономических процессов», руководство к лабораторным работам и курсовому проекту по дисциплине «Имитационное моделирование экономических процессов», пакет программ «Имитатор».

Директор ТМЦ ДО ТУСУР, к.э.н.

 А.Ф. Уваров
Зав. отделом УМО ТМЦ ДО, к.т.н.

А.И. Воронин

Зав. кафедрой АСУ д.т.н., профессор

А.М. Кориков

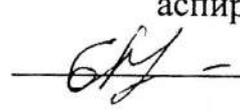

Научный руководитель,

д.т.н., профессор

 А.А. Мицель

Исполнитель,

аспирантка каф. АСУ

 Е.Б. Грибанова



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ФГНУ «ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КООРДИНАЦИОННЫЙ ЦЕНТР ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

ОТРАСЛЕВОЙ ФОНД АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ

**СВИДЕТЕЛЬСТВО ОБ ОТРАСЛЕВОЙ
РЕГИСТРАЦИИ РАЗРАБОТКИ**

№ 8167

Настоящее свидетельство выдано на разработку:

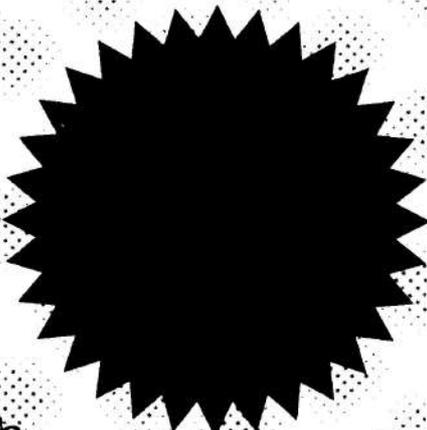
**Программа имитационного моделирования торгов,
проходящих в форме аукциона
«Аукцион»**

зарегистрированную в Отраслевом фонде алгоритмов и программ.

Дата регистрации: 17 апреля 2007 года

Авторы: **Каштанова О.В., Грибанова Е.Б.**

Организация-разработчик: **Томский государственный университет
систем и радиоэлектроники**



Директор  **Е.Г. Калинkevич**

Руководитель ОФАП  **А.И. Галкина**

Дата выдачи 25.04.2007



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КООРДИНАЦИОННЫЙ ЦЕНТР ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
ОТРАСЛЕВОЙ ФОНД АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ

**СВИДЕТЕЛЬСТВО ОБ ОТРАСЛЕВОЙ
РЕГИСТРАЦИИ РАЗРАБОТКИ**

№ 7080

Настоящее свидетельство выдано на разработку:

**Программа имитационного моделирования
экономических объектов
«Имитатор»**

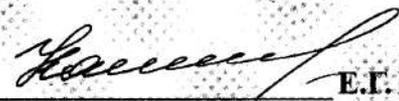
зарегистрированную в Отраслевом фонде алгоритмов и программ.

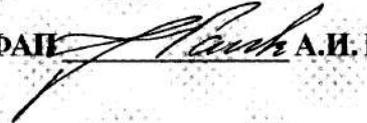
Дата регистрации: **24 октября 2006 года**

Авторы: **Мицель А.А., Грибанова Е.Б.**

Организация-разработчик: **Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники**



Директор  **Е.Г. Калинин**

Руководитель ОФАИ  **А.И. Галкина**

Дата выдачи **31.10.2006**



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КООРДИНАЦИОННЫЙ ЦЕНТР ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
ОТРАСЛЕВОЙ ФОНД АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ

СВИДЕТЕЛЬСТВО ОБ ОТРАСЛЕВОЙ РЕГИСТРАЦИИ РАЗРАБОТКИ

№ 7081

Настоящее свидетельство выдано на разработку:

**Программная система имитационного
моделирования управления запасами
«Запас»**

зарегистрированную в Отраслевом фонде алгоритмов и программ.

Дата регистрации: **24 октября 2006 года**

Авторы: **Бойченко И.В., Грибанова Е.Б.**

Организация-разработчик: **Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники**

Директор

Е.Г. Калинин

Руководитель ОФАП

А.И. Галкина

Дата выдачи **31.10.2006**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021615840

**«Программа формирования интегрального показателя
социально-экономического объекта»**

Правообладатель: *Грибанова Екатерина Борисовна (RU)*

Автор(ы): *Грибанова Екатерина Борисовна (RU)*

Заявка № 2021612929

Дата поступления 09 марта 2021 г.

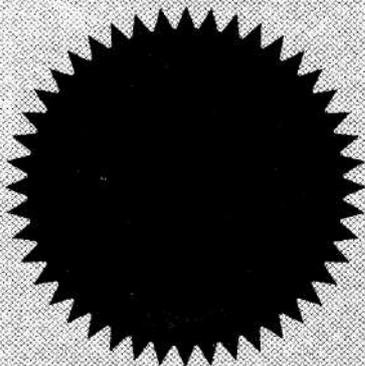
Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 13 апреля 2021 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности



Г.П. Изrael



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ
№ 2021615540

**«Программа решения обратной задачи формирования
прибыли с помощью стохастических алгоритмов»**

Правообладатель: *Грибанова Екатерина Борисовна (RU)*

Автор(ы): *Грибанова Екатерина Борисовна (RU)*

Заявка № 2021612974

Дата поступления 09 марта 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 09 апреля 2021 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г. П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021661344

Программа оценки времени размещения сообщений в группах онлайн-социальной сети ВКонтакте

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники» (RU)*

Авторы: *Грибанова Екатерина Борисовна (RU), Савицкий Александр Сергеевич (RU)*

Заявка № 2021660554

Дата поступления 07 июля 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 09 июля 2021 г.



Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021661430

Формирование маржинальной прибыли предприятия

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники» (RU)*

Авторы: *Грибанова Екатерина Борисовна (RU), Логвин Игорь Николаевич (RU)*

Заявка № 2021660555

Дата поступления 07 июля 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 12 июля 2021 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ившин



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021662008

Оценка групп социальной сети для реализации маркетинговых мероприятий

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники» (RU)*

Автор(ы): *Грибанова Екатерина Борисовна (RU)*



Заявка № 2021660609

Дата поступления 07 июля 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 20 июля 2021 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Иевлев